2主桁橋の局所応力解析へのハイアラーキ要素の適用

Application of Hierarchical Elements to Local Stress Analysis of 2-I Girder Bridge.

函館工業高等専門学校　正 会 員　渡辺　力 (Chikara WATANABE)
函館工業高等専門学校　○学生会員　大上 裕之 (Hiroyuki OHGAMI)
長岡技術科学大学名誉教授　正 会 員　林　正 (Masa HAYASHI)

1.　まえがき

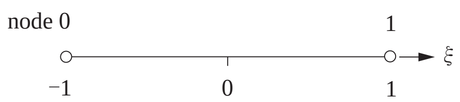
合理化橋梁の一つである2主桁橋に生じる局所応力(2次応力)を調べるために有限要素法を用いた立体解析が実施されている．しかし，低次要素を用いる要素細分割法(h法)による実構造物の全体解析では，応力集中箇所の局所応力を高精度に求めるために要素を細分割することは困難であり，そのため入力データの作成作業に多くの労力が必要となる．

一方，補間関数高次化法(p法)の一種であるハイアラーキ要素では，大型要素を用いて効率的に全体解析が可能となる．応力集中が生じる箇所では，特異要素を用いて応力の収束性を改善することができる[1)]．さらに，写像関数に特異関数を用いるハイアラーキ特異要素を開発している[2)]．この要素では，1/4写像点の入力が不要であり，要素内に複数の特異点を配置でき，特異性の方向を任意に与えることができる．

本報告では，小規模な2主桁橋の計算モデルにより，主桁応力に着目して，精度の良い局所応力を求めるための効果的な要素分割法と特異点の配置方法を検討した結果を報告する．

2.　ハイアラーキ特異要素

薄肉構造には多数の隅角部が存在してその箇所に応力集中が生じる．そこで，1/4写像点の入力が不要でデータの作成が容易な特異写像関数[2)]を使用する．本報告では，文献2)で提示した式をプログラミングを考慮した以下の補助関数表示に変更する．



図–1　1次元要素

(1)　特異多項式の補助関数表示

図–1の1次元要素において，節点0または節点1で微係数がゼロになる特異多項式を$\overline{f}_m$, $\widehat{f}_m$，両端でゼロとなる多項式を$\widetilde{f}_m$として，**表–1**に示す．

表–1の特異多項式を一般的に次のように表す．

表–1　ハイアラーキ特異多項式

多項式	$m=0$	$m=1$	$m\geq 2$
特異 $\overline{f}_m$	$\overline{f}_0=[1+f_1]f_0$	$\overline{f}_1=[1-f_0]f_1$	$\overline{f}_m=[2f_1]f_m$
特異 $\widehat{f}_m$	$\widehat{f}_0=[1-f_1]f_0$	$\widehat{f}_1=[1+f_0]f_1$	$\widehat{f}_m=[2f_0]f_m$
特異 $\widetilde{f}_m$	$\widetilde{f}_0=[1-\xi f_1]f_0$	$\widetilde{f}_1=[1+\xi f_0]f_1$	$\widetilde{f}_m=[4f_0f_1]f_m$
正則 f_m	$f_0=(1-\xi)/2$	$f_1=(1+\xi)/2$	$f_m=(1-\xi^2)\xi^{m-2}$

$$\left.\begin{aligned}\overline{f}_m &= [\,1+f_m^*\,]\,f_m \quad (m=0,1)\\ \overline{f}_m &= [\,f_m^*\,]\,f_m \qquad\quad (m\geq 2)\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

ここに，[　]の関数は文献2)に示した補助関数である．$\widehat{f}_m$, $\widetilde{f}_m$も同様に表す．f_mは正則なハイアラーキ多項式で，$m=0,1$は節点項，$m\geq 2$は節線項である．

(2)　特異写像関数

特異写像関数$\widehat{N}_{mnl}$は，正則関数N_{mnl}と同様に式(1)の多重積(2次元要素では二重積，3次元要素では三重積)で与えられる．これを次のように表す．

$$\widehat{N}_{mnl} = N^*_{mnl}\,N_{mnl} \quad (\,m,n,l=0,1,2,\cdots) \tag{2}$$

ここに，

$$N_{mnl} = f_m(\xi)\,f_n(\eta)\,f_l(\zeta) \tag{3}$$

$$N^*_{mnl} = \begin{cases} 1+f_m^*+f_n^*+f_l^* & \text{(nodal mode)}\\ f_m^* & \text{(line mode)}\end{cases} \tag{4}$$

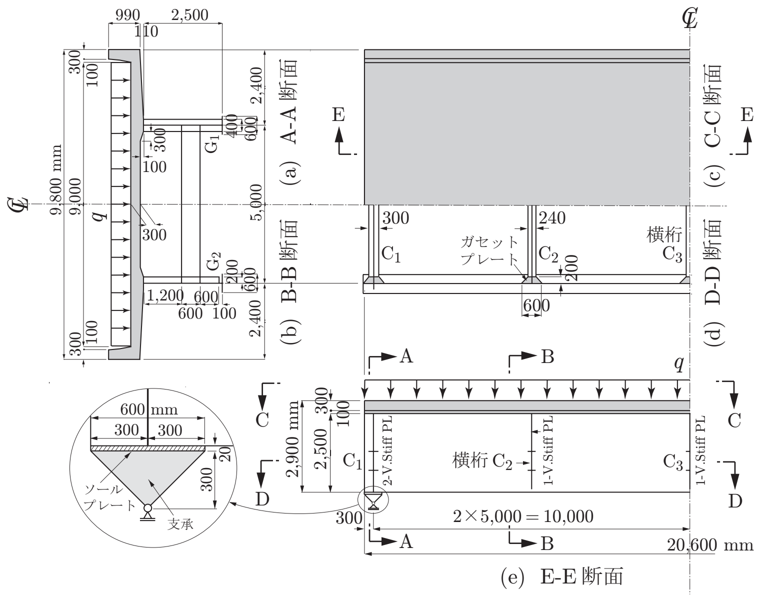
ここで式(4)の節点項では，補助関数の多重積を展開したときに現れる$f_m^*\,f_n^*$などの積は節面・体積モードで，これらの内部モードの項は剛体変位の条件を満たさないので削除している[2)]．なお，2次元要素ではζの項を省略する．

式(2)をハイアラーキ写像[1)]に用いて特異要素が得られる．

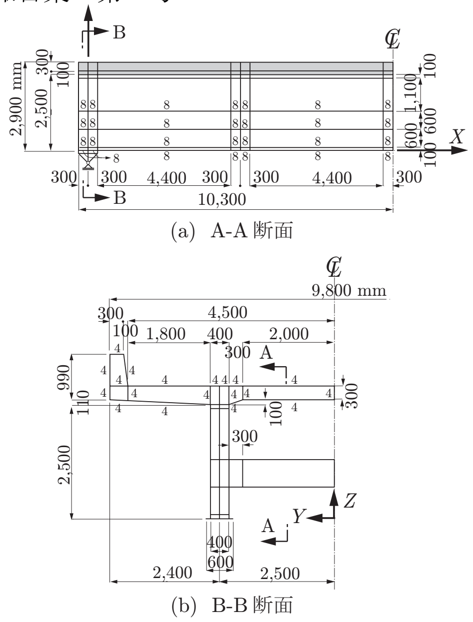
3.　数値計算例

(1)　計算モデル

計算モデルは，**図–2**に示す全長20.6m，支間20mの2主桁橋で，幅員9m，主桁高2.5m，主桁間隔5m，コンクリート床版厚0.3mの完全合成桁とする．主桁には5m間隔に垂直補剛材を配置し，横桁を5本有する．なお，垂直補剛材は支点上では両側に，その他は片側のみに配置して，中間補剛材は下フランジか



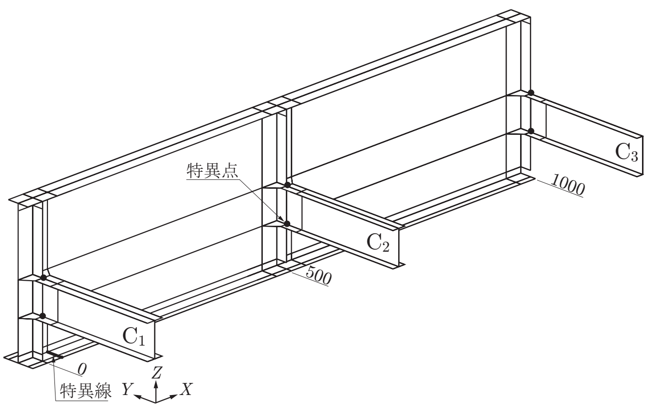
図–2 2 主桁橋



図–3 要素分割と多項式の次数

表–2 部材断面諸量 (mm)

主　桁	U.Flg-PL	400 × 30
	Web-PL	2500 × 20
	L.Flg-PL	600 × 40
端横桁	Flg-PL	300 × 20
	Web-PL	600 × 12
中間横桁	Flg-PL	240 × 16
	Web-PL	600 × 12
補剛材	Stiff-PL	200 × 20



図–4 特異点の配置

ら 100mm の間隔をあけて取り付ける．横桁はガセットプレートにより主桁の腹板に結合する．主桁，横桁，補剛材の断面諸量を**表–2**に示す．また，荷重は自重を物体力として与え，等分布荷重 q=10kN/m^2 を幅員に満載する．材料定数と単位重量を以下に示す．

$$E_S = 200\,\mathrm{GPa},\ E_C = 30\,\mathrm{GPa},\ \ \nu_S = 0.3,\ \ \nu_C = 0.167$$

$$\gamma_S = 77\,\mathrm{kN/m^3},\ \ \gamma_C = 24.5\,\mathrm{kN/m^3}$$

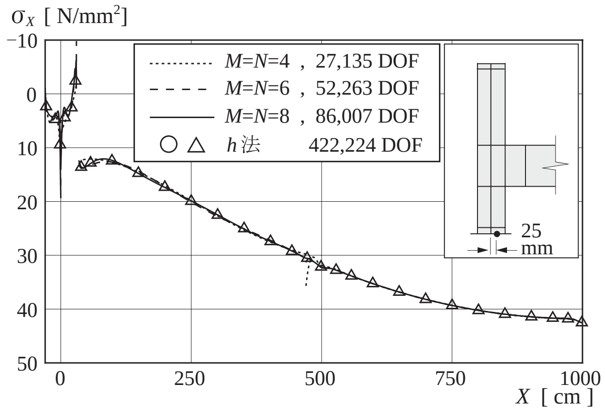
床版はソリッド要素で，主桁と横桁は平面シェル要素でモデル化し，対称条件を考慮して 1/4 領域を計算する．要素分割は**図–3**のように行い，主桁上フランジの下側と，横桁の主桁との取り付け位置近傍で分割する以外は部材の結合箇所でのみ分割する．**図–4**に示すように，横桁と補剛材の取り付く位置に計 6 点の特異点を，ソールプレートと主桁下フランジの取り付く位置に特異線を配置する．これにより，節点数 351，要素数 196(内，特異要素 46) となる．また，比較のための h 法[3]は，20 節点ソリッド要素と 8 節点シェル要素により節点数 123,082，要素数 30,222，総自由度数 422,224 でモデル化し，要素図心点応力と比較する．

(2)　収束性

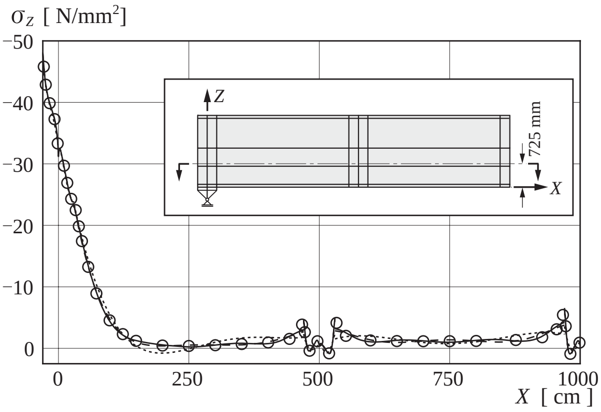
主桁における応力の収束性を調べる．要素の変位関数の次数は，床版のソリッド要素の Y, Z 軸方向を 4 次式とし，床版の X 軸方向と主桁の平面シェル要素には 4~8 次式を用いる．

図–5は主桁下フランジ (Y=2,475mm) の直応力 σ_X(下面)，**図–6**は主桁ウェブ (Z=725mm) の直応力 σ_Z(外側表面) の分布を示したものである．下フランジ，ウェブともに収束性は良好で，変位関数の次数に 4~6 次式を用いればほぼ収束値が得られており，細分割した h 法の図心点応力と良く一致している．

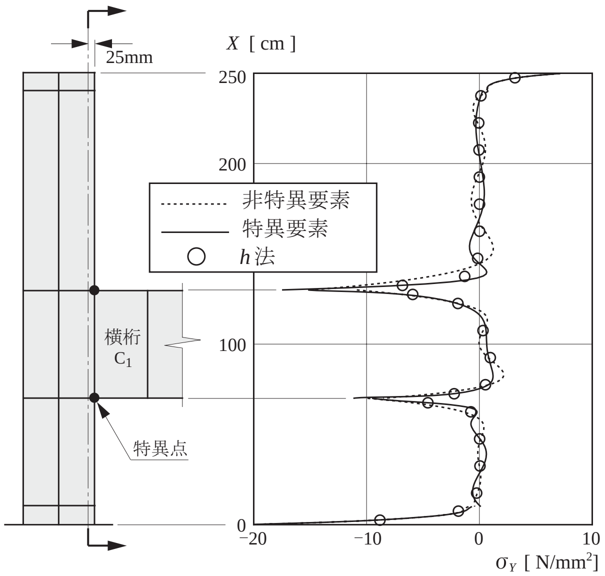
以後の計算では，**図–3**の図中に示すように (図中に示されていない部分には 5 次式を用いる)，床版では M=5 (X 軸方向)，N=L=4(Y, Z 軸方向) 次式，主桁では X 軸方向には M=5 or 8 次式，Y および Z 軸方向には N=5 次式，横桁では M=N=5 次式を用いることにする．これより，全自由度数 43,194 となる．



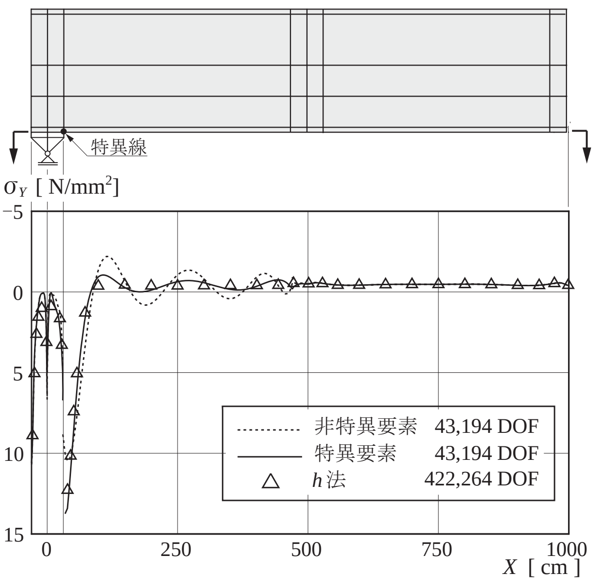
図–5　下フランジの直応力 σ_X



図–6　ウェブの直応力 σ_Z



図–7　補剛材の直応力 σ_Y



図–8　下フランジの直応力 σ_Y

(3)　特異要素の効果

本計算例では，**図–4**に示すように主桁補剛材と横桁の結合部に計 6 点の特異点を設け，3 方向 (X, Y, Z 軸方向) に特異性を与えている．さらに，ソールプレートと主桁下フランジの結合部 (X=300mm) の位置に特異線を設け，2 方向 (X, Z 軸方向) に特異性を与えている．

図–7は端補剛材の直応力 σ_Y の板表面 (X=+10mm) での応力分布を示したもので，特異要素による値を実線で，非特異要素による値を点線で示している．横桁の取り付く位置に大きな応力集中を生じて，通常の要素では (非特異要素) では応力が振動する．特異要素を用いることによって，振動が小さくなり，h 法の図心点応力と良く一致した値が得られている．

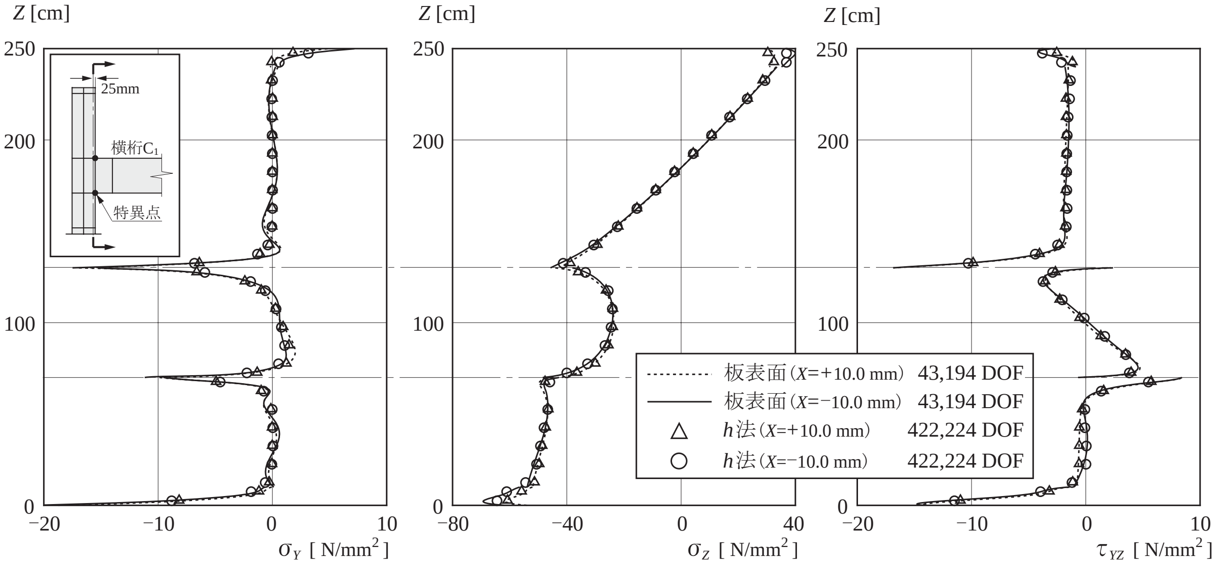
図–8は主桁下フランジの直応力 σ_Y(下面) の分布を示したもので，ソールプレートと下フランジの結合部に応力集中が発生している．この位置でも特異要素の効果が現れている．なお，下フランジの平面シェルとソールプレートのソリッド要素には 2 特異点要素[2)]を用いて特異線を配置しているが，特異線を用いても十分な効果が得られている．また，この位置では 3 方向に特異性を与えるよりも，2 方向 (X, Z 軸方向) に特異性を与えた方が効果が大きい．

(4)　補剛材と横桁の局所応力

補剛材と横桁の取り付く位置での局所応力を調べる．

図–9は端補剛材の板表面 (X=±10mm) での直応力の分布を示したものである．横桁の取り付く位置と補剛材の上・下端で，σ_Y と τ_{YZ} に大きな応力集中が生じているが，細分割した h 法の図心点応力と良く一致している．なお，h 法により，横桁の取り付く位置での応力集中を本解法による値と同程度に求めるには，さらに要素を細分割する必要がある．

図–10は，横桁 C_1 の下フランジとガセットプレートの表面応力 (上・下面) を示したものである．横桁とガ



(a) 直応力 σ_Y　(b) 直応力 σ_Z　(c) せん断応力 τ_{YZ}

図–9　補剛材の直応力

セットプレートの取り付く位置の近傍で大きな応力が発生し，ガセットプレートでは曲げ応力が大きくなっている．この位置でも特異要素の効果が大きく，細分割した h 法の図心点応力と良く一致している．

以上のように，ハイアラーキ有限要素法では全体解析と同時に精度の良い局所応力を求めることができる．

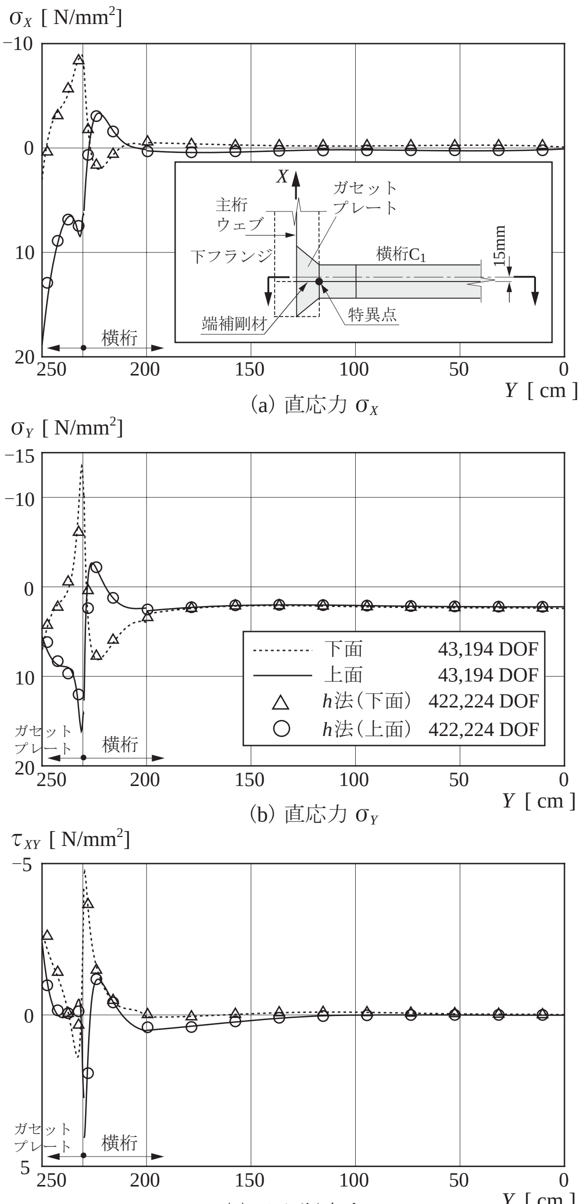
4.　まとめ

ハイアラーキ要素を用いた 2 主桁橋の数値計算結果から以下のようなことが言える．

1) 応力集中の発生する構造物の計算でも収束性は良好である．
2) 応力集中箇所には特異要素が有効で，応力の収束性を改善できる．
3) ハイアラーキ有限要素法では，全体解析と同時に精度の良い局所応力を求めることができる．

参考文献

1) 林　正, 渡辺　力, 齋藤道生：ハイアラーキ要素による薄肉構造の局所応力解析, 土木学会論文集, No.654/I-52, pp.105–119, 2000.
2) 林　正, 渡辺　力, 齋藤道生：応力集中問題に対する特異写像関数, 土木学会論文集, No.738/I-64, pp.113–123, 2003.
3) ADINA Theory and Modeling Guide : ADINA R & D Inc., 2003.



(a) 直応力 σ_X　(b) 直応力 σ_Y　(c) せん断応力 τ_{XY}

図–10　横桁下フランジの応力