

FWD による舗装の層弾性係数推定方法に関する研究

Study on estimation of pavement layer moduli using FWD

中央大学理工学部土木工学科 ○正員 董勤喜 (Qinxi Dong)

国土技術政策総合研究所空港研究部空港施設研究室 フェロー 八谷好高 (Yoshitaka Hachiya)

中央大学理工学部土木工学科 フェロー 姫野賢治 (Kenji Himeno)

東京電機大学理工学部建設環境工学科 フェロー 松井邦人 (Kunihito Matsui)

1. はじめに

近年、舗装の構造評価、維持修繕設計のための標準的な非破壊試験として、FWD (Falling Weight Deflectometer) 試験が注目されている。この試験機は舗装表面に重錘を落下させたときに生じる表面たわみを数点で測定するものであり、得られた荷重と表面たわみから舗装を構成する各層の弾性係数を推定することができる。

FWD 試験では荷重のピーク値と舗装表面で測定されたたわみのピーク値を用いて舗装の弾性係数を静的に逆解析する方法が一般的である。逆解析は一般に不安定であること、特に、初期値が逆解析結果に大きく影響を与えることが知られている。そこで、新しい逆解析アルゴリズムを構築し、層弾性係数を効率的に求める方法を定式化して、軸対称有限要素法によるプログラムを開発した。本論文では、FWD 試験データを用いて層弾性係数を精度よく推定することが可能であることを確認し、これにより逆解析に使用する初期値がその結果に及ぼす影響を小さくできることを明らかにした。また、解析変位と実測変位がほぼ一致していることもわかった。

2. 順解析と逆解析方法

2.1 順解析

有限要素法を用いると、多層弾性構造のつり合い方程式は次式のように書くことができる。

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{R} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{K}$ は $N \times N$ 全体剛性マトリックス、 $\mathbf{u}$ は $N \times 1$ 変位ベクトル、 $\mathbf{R}$ は $N \times 1$ 荷重ベクトルである。層弾性係数を利用して、 $\mathbf{K}$ は以下の方程式で表すことができる。

$$\mathbf{K} = 2\pi \iint \mathbf{B}^T \mathbf{D}(\mathbf{E}) \mathbf{B} r dr dz \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{B}$ はひずみと変位マトリックスである。

2.2 逆解析

FWD 試験において、表面での各たわみセンサーでの測定値と解析値の誤差に対して以下の最小二乗法を適用して評価する。

$$J(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(u_i^* - u_i(\mathbf{E}) \right)^T \left(u_i^* - u_i(\mathbf{E}) \right) \quad (3)$$

ここに、

n : センサー数、

$u_i^*, u_i(\mathbf{E})$: センサー i における測定値と計算値、

$\mathbf{E} = (E_1, E_2, \dots, E_m)^T$: 層の弾性係数ベクトル。

Gauss-Newton 法¹⁾を適用することにより、以下のような補正方程式に変換される。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} d\mathbf{E} = \mathbf{A}^T \left(u_i^* - u_i(\mathbf{E}) \right) \quad (4)$$

ここに、

$$A_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial E_j} \quad i=1,2,\dots,n; \quad j=1,2,\dots,m \quad (5)$$

$\mathbf{A}$ は $n \times m$ のマトリックスである。式(4)はしばしば不安定であるため、解法に注意する必要がある。ここでは式(4)に関して特異値分解²⁾を用いて解くのが最善であるように思われる。

測定された表面たわみから未知パラメータを推定するような逆解析を行うとき、たわみの未知パラメータに関する感度を計算することが必要となる。静的な舗装構造解析の場合、荷重ベクトルは舗装各層の弾性係数に独立である。式(1)に対して Newton iteration 法を適用すると k 回目の計算ステップは以下ようになる。

$$d\mathbf{u}^k = -\left(\mathbf{K}^k \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{E}} \right)^k \mathbf{u}^k d\mathbf{E}^k \quad (6)$$

プログラムの簡便化と効率的な計算できることに注目して、式(6)での $d\mathbf{E}^k$ 係数部分だけを定義する。

$$\mathbf{K}^k \mathbf{S}^k = -\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{E}} \right)^k \mathbf{u}^k \quad (7)$$

ここに、 $\mathbf{S}^k$ は $N \times m$ マトリックスである。式(7)と(1)を比べると、同じ方程式の解法を適用して $\mathbf{S}^k$ は容易に得られる。

変位の感度を求める時、 k 回目の計算ステップで感度の計算は以下の方程式を適用できる。

$$\mathbf{A}^k = \mathbf{C} \mathbf{S}^k \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{C}$ は $n \times N$ の Boolean マトリックスである。 $\mathbf{C}$ の要素は 1 と 0 で構成されている。

式(4)を解くと、舗装各層の弾性係数の増分を求められる。式(6)に基づいて、変位の増分は以下の方程式で

求められる．

$$d\mathbf{u}^k = \mathbf{S}^k d\mathbf{E}^k \quad (9)$$

2.3 逆解析手順

これまで述べた舗装各層の弾性係数を推定する方法を整理すると、逆解析手順は以下の計算ステップのようになる．

- 有限要素方程式(1)を解き、初期変位を求める．
- 式(8)に基づいて変位の感度 $\mathbf{A}^k$ を計算する．
- 式(4)を解いて、未知弾性係数の増分を求める．
- 弾性係数の増分を式(9)に代入して、変位の増分を求める．
- 収束条件をチェックする．

$$\frac{\|\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k\|}{\|\mathbf{u}^{k+1}\|} \leq \varepsilon_1 \quad \left| \frac{dE_i^k}{E_i^k} \right| \leq \varepsilon_2$$

ここに、 ε_1 と ε_2 は収束判定の定数である．

- 収束条件を満たさない場合、変位と弾性係数を更新する．

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + d\mathbf{u}^k \quad \mathbf{E}^{k+1} = \mathbf{E}^k + d\mathbf{E}^k$$

- 計算ステップ(b)に戻り、繰返し計算を行う．

3. FWD 試験の逆解析

逆解析に使用した FWD データは TRB がホームページ³⁾に掲載している 4 つの現場におけるデータのうち、SITE3 に関するものを用いた．試験場所はテキサス州の道路 281 を用いた．舗装断面を図-1 に示す．FWD センサーは載荷板中心から、0, 30.5, 61, 91.5, 122, 152.5cm の 6 点に設置した．また、載荷荷重は、27, 38, 52, 67kN の 4 水準であり、各 3 回測定している．測定時の温度は 28 である．

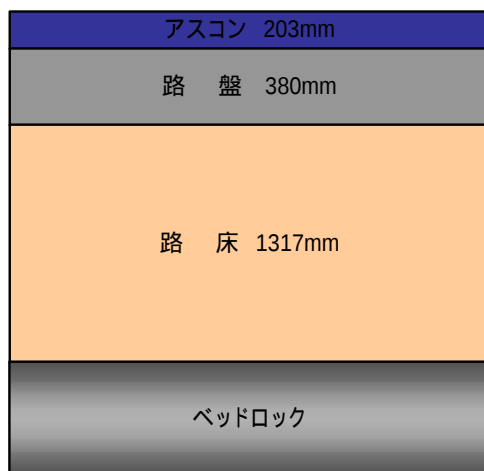


図-1 舗装断面

MDD (Multi-Depth Deflectometer) を用いて舗装内部変位も測定している．センサーの詳細な設置位置は図-2 に示す．

有限要素分割は図-1 に示す通りである．最下層の硬い層はベッドロックとした．本研究では、解析するにあたり軸対称有限要素を用いた離散化モデルで舗装構造を表現している．解析対象区間は長さ 5m、深さ 2.5m である．解析に使用する全節点数は 7388、全要素数は 2397、自由度は 14288 となる．1 回繰返し計算に要する時間は 10 秒であった．

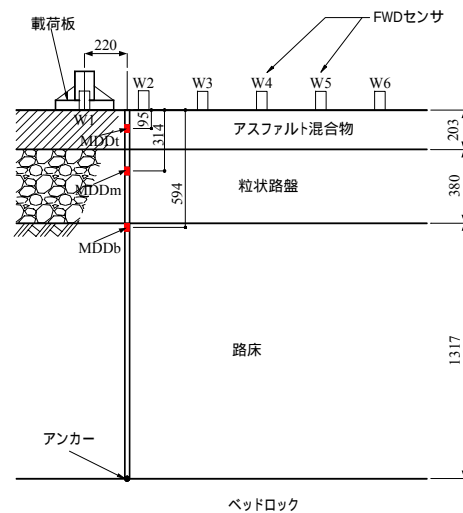


図-2 FWD-MDD 試験

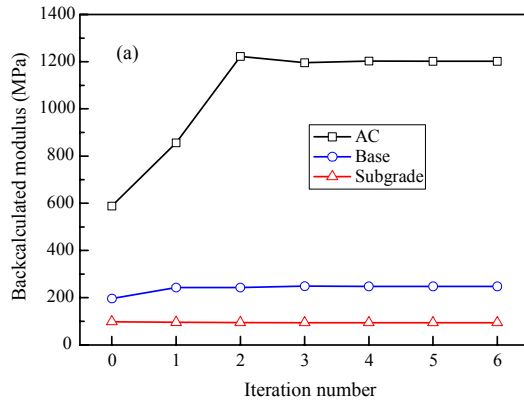
3.1 初期値の影響

逆解析は一般に不安定であることが知られており、アルゴリズムの不安定性のため初期値の選択次第で逆解析結果は大きく影響される．本研究では、アスファルト混合物、粒状路盤と路床の弾性係数初期値（それぞれ E_1, E_2, E_3 ）は表-1 に示す 3 ケースを設定し、それらが逆解析結果にどの程度影響するかを調べることにした．逆解析にあたり、ベッドロックの弾性係数は 30,000MPa として設定した．

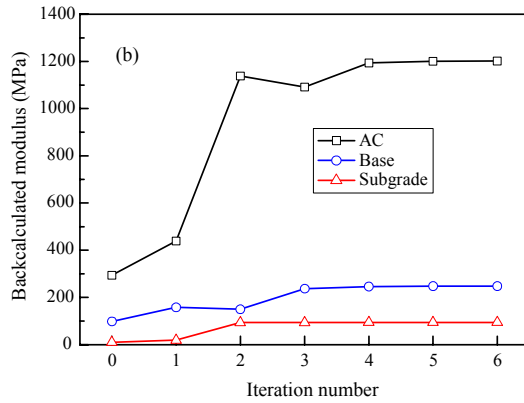
逆解析結果を表-1 に示した．具体的な繰返し収束過程を図-3 に示した．逆解析結果を調べると、初期値の影響はとても小さく出ていることがわかる．

表-1 初期値の影響

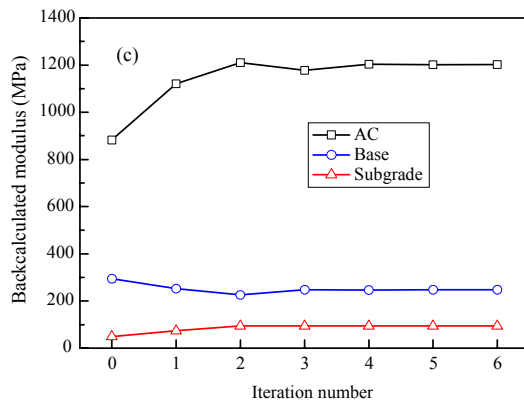
Case	初期値(MPa)			逆解析結果(MPa)		
	E1	E2	E3	E1	E2	E3
1	588	196	98	1202	248	94
2	294	98	9.8	1202	248	94
3	882	294	49	1202	248	94



(a) Case 1



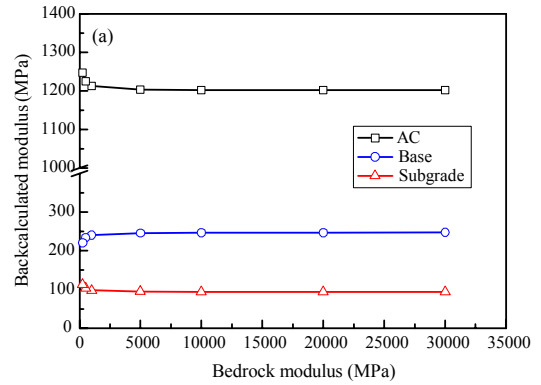
(b) Case 2



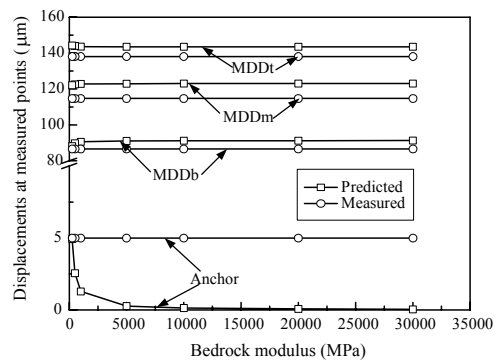
(c) Case 3

図-3 繰返し収束過程

若干影響を及ぼすものの、ベッドロックの弾性係数が5000MPaを超えると逆解析結果にあまり影響を及ぼさなくなることがわかる．図-4(b)に示す解析変位と実測変位においても同じ傾向が見られる．



(a) 弾性係数



(b) 舗装内部の変位

図-4 ベッドロック弾性係数の影響

3.3 逆解析の結果

FWD 試験データを用いて逆解析して得られた舗装各層の弾性係数を表-2 に示す．表-2 より，載荷荷重が大きくなると，各層の平均弾性係数のうち E2 と E3 は減少という傾向にあるが，E1 はほぼ一定であること，標準偏差は各層とも明らかに減少していることがわかる．変動係数は5%以内に納まっている．

表-2 逆解析結果

接地圧 (KN)	平均値 (MPa)			標準偏差 (MPa)			変動係数 (%)		
	E1	E2	E3	E1	E2	E3	E1	E2	E3
27	1204	238	93	58.5	15.4	2.1	4.9	6.5	2.2
38	1230	224	85	16.9	7.4	1.2	1.4	3.3	1.4
52	1223	213	79	12.0	2.1	0.6	1.0	1.0	0.7
67	1251	204	74	11.6	1.7	0.6	0.9	0.8	0.8

3.2 ベッドロックの弾性係数の影響

逆解析するに当たり，硬い層（ベッドロック）の弾性係数は逆解析結果に影響を与えられているが，実際にはどれだけ影響するかは報告されていないのが現状である．本研究で開発したプログラムでは硬い層の弾性係数は簡単に設定可能であることから，硬い層の弾性係数の値を変化させて逆解析を行った．図-4(a)は弾性係数の収束過程の例である．このときの初期値は表-1 のケース1である．

図-4(a)から，ベッドロックの弾性係数は逆解析結果に

3.4 解析値と実測値の比較

FWD 載荷荷重 27kN 時の逆解析弾性係数を使用して計算した各荷重レベルの表面変位と FWD たわみを比較したものを図-5 に示す．これを見ると，全体的にはよく一致している．

図-2 に示した舗装内部変位の測点について、各荷重レベルの舗装内部変位と実測値を比較したものを図-6 に示す．これを見ると，解析変位と実測値は載荷荷重が大きくなるにしたがって，偏差が大きくなるものの，全体的にはよく一致している．

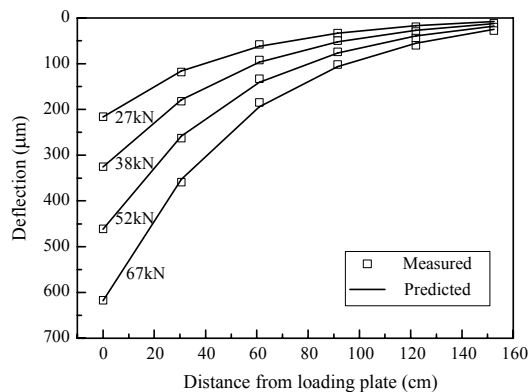


図-5 解析表面変位とFWD たわみとの比較

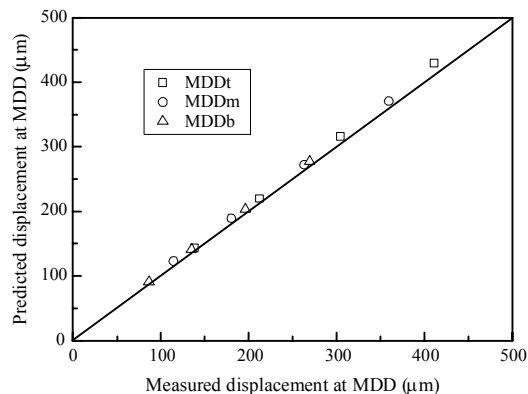


図-6 解析変位と実測値(MDD)との比較

4. まとめ

FWD 試験データについては静的に逆解析をすることが一般的であるが，逆解析結果には初期値が大きく影響を与えることが知られている．これを解決するものとして実施した本研究の成果は以下のようにまとめられる．

- 提案した静的な逆解析方法によると，初期値が逆解析結果に与える影響は小さくなることを確認した．
- 硬いベッドロックの弾性係数が 5000MPa を超えると，逆解析結果にはあまり影響の出ないことがわかった．
- FWD の荷重レベルの増加につれて，アスファルト混合物の弾性係数が増加する傾向が見られる．また，路盤と路床の弾性係数が減少する傾向が見られる．
- 舗装内部変位と実測値が比較的良好に一致することを確認した．

参考文献

- Cooley, R. L.: A method of estimating parameters and assessing reliability for models of steady groundwater flow 1-theory and numerical properties, *Water Resources Research*, 13, pp. 318-324, 1977.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P.: *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing*, 2nd edn., Cambridge University Press, London, 1992.
- <http://www.clrp.cornell.edu/A2B05/>