

プロビット型マルチモーダル配分による凍結防止剤最適散布問題に関する研究

A Study on Optimal Antifreezing Admixture Dispersion Problem Based on Probit-Based Multi-modal Assignment*

北海道大学大学院工学研究科 ○正 員 内田 賢悦 (Kenetsu UCHIDA)

北海道大学大学院工学研究科 フェロー 加賀屋 誠一 (Seiichi KAGAYA)

1. はじめに

積雪寒冷地において凍結防止剤の散布は、冬期における道路ネットワークのサービスレベルを保つ上で必要不可欠である。一方、凍結防止剤の散布は、その散布コストだけではなく、環境影響、自動車や道路構造物の劣化を促進する等の影響がある。したがって、その散布量は道路のサービスレベルだけではなく、こうした影響も総合的に考え、決定されなければならない。

一方、積雪寒冷地では冬期のツルツル路面による道路ネットワーク性能の低下により、夏期と比較して自動車の機関分担率が著しく低下する。たとえば、冬期における札幌地下鉄の機関分担率の上昇は、自動車からの転換によるものであることは容易に想像できる。こうしたことから、積雪寒冷地における冬期の交通問題を考える場合、自動車だけではなくその他の公共交通機関も同時に考えなければならない。

本研究では、プロビット型-利用者均衡配分によるマルチモーダル配分モデルの構築を行った。ここでは、自動車の他にバスおよび軌道系交通を対象としてモデル化を行っている。さらに、公共交通に関しては、停留所または駅までの徒歩の影響が大きいと考え、徒歩交通も表現している。また、マルチモーダル配分モデルを適用した凍結防止剤最適散布量決定モデルを構築し、テストネットワークを用いた検証を行っている。この問題では、凍結防止剤の散布量による経路・機関選択の変化を内生化しており、これらを総合的に考え凍結防止剤散布量が決定される構造になっている。

2. 確率利用者均衡配分

確率利用者均衡 (SUE) では、OD ペア rs 間における k 番目経路に対する不効用 C_k^{rs} は、式(1)で表される。

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs} \quad (1)$$

ここで、 c_k^{rs} , ε_k^{rs} はそれぞれ OD ペア rs 間における k 番目経路に対する不効用の確定項およびランダム項である。このとき、OD ペア rs 間における k 番目経路が選択される確率 P_k^{rs} は式(2)で表され、また、OD ペア rs 間における需要交通量を q_{rs} と表現した場合、その経路交通量 f_k^{rs} は式(3)で表される。

$$\begin{aligned} P_k^{rs} &= \Pr(C_k^{rs} \leq C_j^{rs} \quad \forall j \in K_{rs}, j \neq k) \\ &= \Pr(c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs} \leq c_j^{rs} + \varepsilon_j^{rs} \quad \forall j \in K_{rs}, j \neq k) \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_k^{rs} = q_{rs} P_k^{rs} \quad (3)$$

ここで $\Pr(\cdot)$, K_{rs} は、それぞれ確率、OD ペア rs 間における経路集合である。ここで、ランダム項に互いに独立なワイブル分布を仮定すると Logit-SUE、多項正規分布を仮定した場合、Probit-SUE が得られる。

3. モデル化

(1) ネットワーク

SUE では不効用の確定項とランダム項を特定すれば、配分計算が可能となる。本研究ではランダム項に正規分布を仮定した Probit-SUE を想定し、歩行者、自動車、公共交通機関を統合したモデルを考えていくことにする。

交通ネットワークは、道路ネットワークに公共交通ネットワークを加えたハイパーネットワーク $G(N, S)$ で表現されることになる。ここで、 N, S は、それぞれネットワークを構成するノードとリンクの集合である。このリンク集合 S には、以下の関係が成立する。

$$S = \bigcup_{m \in \{w, a, b, u\}} S_m$$

S_m : 交通モードが m となるリンク集合 (その要素を s_m で表現する)。

m : 交通モードを示す記号 ($m=w$: 歩行, $m=a$: 自動車, $m=b$: バス, $m=u$: 地下鉄)。

本研究では、図1上に示すネットワークを考える。地下鉄路線 (Line1) は、ノード $w'-D_2$ 間をダイレクトに結んでいる。バス路線2 (Line2) は、ノード O_2-y 間を結び、

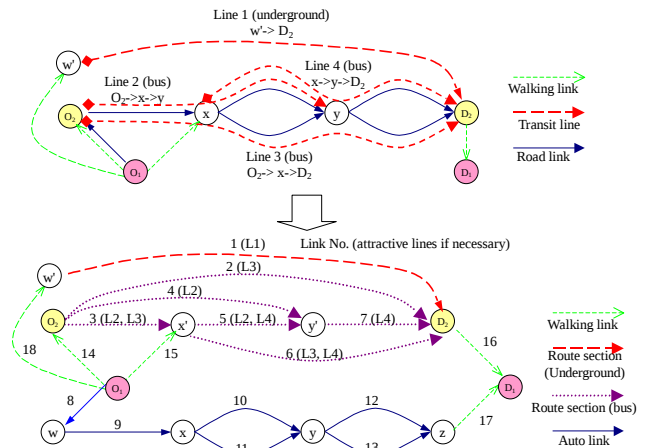


図1. テストネットワーク

途中ノード x に停車する . バス路線 3 (Line3) は , ノード O_2-D_2 間を結び , 途中ノード x には停車するが , ノード y には停車しない . バス路線 4 (Line4) は , ノード $x-D_2$ 間を結び , 途中ノード y に停車する . このネットワークは , 図 1 下に示すハイパーネットワークとして表現される . ハイパーネットワークにおいて公共交通は , ルートセクション (以下 RS とする) によって表現される ¹⁾ .

マルチモーダルネットワークにおける OD ペア rs 間の k 番目経路の不効用は , 式(4)で示されるものとする . ただし , ここではランダム項を省略した確定項のみを示している .

$$du_k^{rs} = \sum_{m \in \{w, a, b, u\}} \alpha^m \zeta_{s_m, k}^{rs} + \sum_{s_m \in S} d^{s_m} \delta_{s_m, k}^{rs} \quad \forall k \in K_{rs}, \forall rs \quad (4)$$

α^m : 交通モード m に特有の定数 .

$\zeta_{s_m, k}^{rs}$: OD ペア rs 間の k 番目経路が 1 本以上の交通モードが m となるリンク $s_m \in S_m$ を含む場合 1 , そうでない場合に 0 をとる変数 .

d^{s_m} : リンク s_m に関する不効用値 .

$\delta_{s_m, k}^{rs}$: OD ペア rs 間の k 番目経路がリンク s_m を含む場合 1 , そうでない場合に 0 をとる変数 .

リンク s_m に関する不効用値は , 式(5)で示される .

$$d^{s_m} = \pi^m \hat{t}^{s_m} + \rho^m w^{s_m} + \tau^m p^{s_m} \quad \forall s_m \in S_m \quad (5)$$

$\hat{t}^{s_m}$: リンク s_m の認知旅行時間 .

w^{s_m} : リンク s_m の平均待ち時間 .

p^{s_m} : リンク s_m における通行料金 .

π^m, ρ^m, τ^m : それぞれリンク s_m の認知旅行時間 , 平均待ち時間 , 通行料金に関するパラメータ値 .

公共交通を利用した場合 , 車内混雑による不快感から認知される旅行時間は , 実時間よりも長くなると考えられる . 本研究では , これを認知旅行時間と表現し , 実旅行時間とは区別している .

(2) 歩行リンク

歩行リンクに関しては , 待ち時間および通行料金は存在しないため , その不効用は一般的に式(6)で表される .

$$d^{s_w} = \pi^w \hat{t}^{s_w} \quad \forall s_w \in S_w \quad (6)$$

ここで , 歩行リンクでは車内混雑がないため , 認知旅行時間 ($\hat{t}^{s_w}$) は実旅行時間 ($\bar{t}^{s_w}$) と一致する .

(3) 自動車リンク

自動車リンクに関しては , 待ち時間が存在しないため , その不効用は一般的に式(7)で表される .

$$d^{s_a} = \pi^a \hat{t}^{s_a} + \tau^a p^{s_a} \quad \forall s_a \in S_a \quad (7)$$

歩行リンクと同様に認知旅行時間 ($\hat{t}^{s_a}$) は実旅行時間 ($\bar{t}^{s_a}$) と一致し , BPR 型関数を用いて式(8)で表すことにする .

$$\hat{t}^{s_a} = t^{s_a} \left[1 + \beta^{s_a} \left\{ \left(\sum_{l \in \psi(s_a)} f_l E_b + V_{pcu}^{s_a} \right) / K^{s_a} \right\}^{\gamma^{s_a}} \right] \quad (8)$$

$$V_{pcu}^{s_a} = \frac{V^{s_a}}{O_a} E_a \quad (9)$$

t^{s_a} : リンク s_a の自由走行時間 (min) .

K^{s_a} : リンク s_a の交通容量 (pcu/hr) .

V^{s_a} : リンク s_a 上の旅行者数 (passengers/hr) .

$\psi(s_a)$: リンク s_a 上を通過するバス路線の集合 .

O_a : 自動車の平均乗車人数 (passengers/auto) .

E_a : 自動車の乗用車換算係数 .

E_b : バスの乗用車換算係数 .

$\beta^{s_a}, \gamma^{s_a}$: リンク s_a に関する調整係数 .

(4) 公共交通リンク

バス , 地下鉄に関しては , 待ち時間および運賃を考える必要があり , その不効用は一般的に式(10)で表される .

$$d^{s_t} = \pi^t \hat{t}^{s_t} + \rho^t w^{s_t} + \tau^t p^{s_t} \quad \forall s_t \in S_b \cup S_u \quad (10)$$

平均待ち時間は , 以下に示すように計算される . ノード $i(s_t)$ から RS s_t に乗車する旅行者数 (V^{s_t}) は , 式(11)で表される .

$$V^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} v_l^{s_t} \quad (11)$$

$i(s_t)$: RS s_t の起点ノード .

$\bar{A}^{s_t}$: RS $s_t \in S_b \cup S_u$ を構成するアトラクティブライン ¹⁾ (以下 AL とする) の集合 .

$v_l^{s_t}$: ノード $i(s_t)$ から RS s_t 上の AL $l \in \bar{A}^{s_t}$ に乗車する旅行者数 .

ここで , 式(12)の関係が成立する .

$$v_l^{s_t} = \frac{f_l}{f^{s_t}} V^{s_t} \quad (12)$$

f^{s_t} : RS s_t を構成する AL の運行頻度の合計値

$$(f^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} f_l) .$$

RS s_t 上の AL l を利用する旅行者と競合する旅行者数は , 式(13)で表される .

$$\tilde{v}_l^{s_t} = \sum_{r \in S_{i(s_t)}^{l+}} v_r^{s_t} + \sum_{r \in \bar{S}_{i(s_t)}^{l-}} v_r^{s_t} \quad \forall l \in \bar{A}^{s_t} \quad (13)$$

$S_{i(s_t)}^{l+}$: ノード $i(s_t)$ を起点とし , AL $l \in \bar{A}^{s_t}$ を含む RS の集合 . ただし , RS s_t は含まれない .

$\bar{S}_{i(s_t)}^{l-}$: AL $l \in \bar{A}^{s_t}$ を含み , 起点ノードが $i(s_t)$ の前方 , 終点ノードが $i(s_t)$ の後方にある RS の集合 .

このとき , RS s_t 上の旅行者と競合する旅行者数は , 式(14)で示される .

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{s_t} &= \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} \tilde{v}_l^{s_t} \\ &= \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} \left(\sum_{r \in S_{i(s_t)}^{l+}} v_r^{s_t} + \sum_{r \in \bar{S}_{i(s_t)}^{l-}} v_r^{s_t} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

以上の関係から、平均待ち時間 (min) は式(15)で表される。

$$w^{s_t} = \frac{60\alpha}{f^{s_t}} + \beta_2 \left(\frac{V^{s_t} + \tilde{V}^{s_t}}{K^{s_t}} \right)^{\gamma_2} \quad (15)$$

K^{s_t} : RS s_t の交通容量 ($K^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} k_l$) (passengers /hr)

k_l : AL l の交通容量 ($k_l = f_l \kappa_l$) (passengers /hr)

κ_l : AL l の乗車定員 (passengers/service)

β_2, γ_2 : 調整係数

式(15)の右辺第1項は、 $\alpha=1$ の場合、公共交通の到着分布と旅行者の到着分布がそれぞれ指数分布、一様分布に従うとき、旅行者が経験する平均待ち時間である。また、公共交通が到着したとしても、車両が満員である場合、次の車両を待つ必要がある。右辺第2項は、こうしたRSの交通容量に起因する待ち時間を表現している。

一方、RS s_t の認知旅行時間は、式(16)で表される。

$$\hat{t}^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} \hat{f}_l \hat{t}_l^{s_t} / f^{s_t} \quad (16)$$

ここで、 $\hat{t}_l^{s_t}$ は RS s_t 上の AL $l \in \bar{A}^{s_t}$ に関する認知旅行時間であり、式(17)で表される。

$$\hat{t}_l^{s_t} = \sum_{s_t^l \in \phi(s_t, l)} \hat{t}_l^{s_t^l} \quad (17)$$

$\phi(s_t, l)$: RS s_t 上の AL $l \in \bar{A}^{s_t}$ に包含され、隣接する2つの乗換ノード間を結ぶRSの集合。

RS $s_t^l \in \phi(s_t, l)$ の認知旅行時間は、式(18)で示される。

$$\hat{t}_l^{s_t^l} = \bar{t}_l^{s_t^l} \left\{ 1 + \beta_1 \left(\frac{v_l^{s_t^l} + \tilde{v}_l^{s_t^l}}{f_l \kappa_l} \right)^{\gamma_1} \right\} \quad \forall s_t^l \in \phi(s_t, l) \quad (18)$$

ここで $\bar{t}_l^{s_t^l}$ は、RS $s_t^l \in \phi(s_t, l)$ の実旅行時間であり、認知旅行時間は、これに加え、車両内の混雑影響をBPR関数により表現している。もし、RS s_t が地下鉄路線を表すリンクである場合、RS $s_t^l \in \phi(s_t, l)$ の実旅行時間 ($\bar{t}_l^{s_t^l}$) は、道路交通の影響を受けないため定数となる。一方、RS s_t がバス路線を表すリンクである場合、RS $s_t^l \in \phi(s_t, l)$ の実旅行時間 ($\bar{t}_l^{s_t^l}$) は、式(19)で表される。

$$\bar{t}_l^{s_t^l} = \sum_{s_a \in \varphi(s_t^l)} \bar{t}_l^{s_a} \quad \forall s_t^l \in \phi(s_t, l) \quad (19)$$

$\varphi(s_t^l)$: RS $s_t^l \in \phi(s_t, l)$ の影響を受ける道路リンクの集合。

4. 凍結防止剤最適散布問題

凍結防止剤の散布は、積雪寒冷地における冬期の道路サービスレベルを向上させるが、散布コストだけでなく環境、自動車・道路構造物への悪影響があるため、散布し過ぎることは最適とはいえない。したがって、それらのトレードオフの関係を考慮して散布量を決定する必要がある(図2)。そこで以下では、このトレードオフの関係を前章で示した配分モデルを通して考えていくことに

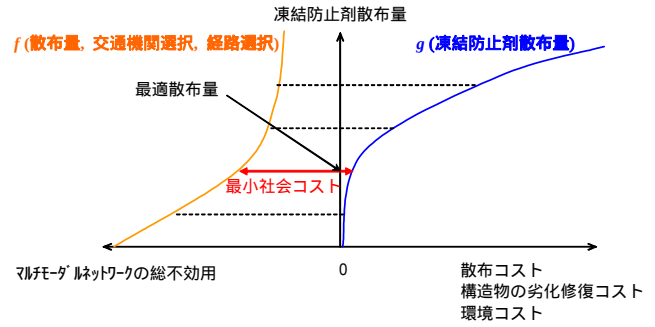


図2. 凍結防止剤散布と社会コストの関係

する。

はじめに凍結防止剤散布が道路ネットワークにどのように影響するかを考える。冬期の道路ネットワークでは、道路交通容量に著しい低下がみられる。これは、堆雪による物理的容量低下とツルツル路面による機能的容量低下が複合的に関係して起こるものと解釈して良いであろう。ここで凍結防止剤の散布を考えると、後者の影響を緩和し交通容量の増加をもたらすものと考えられる¹。一方、旅行者は、容量増加による道路ネットワークの性能変化を認知し、道路の経路選択だけではなく交通機関選択も替えると考えられる。すなわち、冬期に国道が多く利用されるのは、国道であるからではなく、その路面管理水準が高いからであり、また、冬期の軌道系交通機関の分担率向上は、そのサービスレベルの向上ではなく、道路交通のサービスレベル低下によるものと考えべきである。これを踏まえると、凍結防止剤散布は、道路交通容量の増加を通して、マルチモーダルネットワーク上の旅行者の交通行動を規定する。すなわち、凍結防止剤散布に対する旅行者の反応は、Probit-SUEで記述される。さらに、旅行者の交通行動により、マルチモーダルネットワークでの総不効用値が決定され、さらに凍結防止剤散布によるコストも考えると、最適散布量決定問題は、以下に示すパイレベル問題として表現されることになる。

$$\min_{\text{sal}} Z = \mathbf{d}(\mathbf{V}^*(\text{sal}), \text{sal})^T \mathbf{V}^*(\text{sal}) + \theta \cdot \mathbf{Co}^T \text{sal} \quad (20)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{V}^*(\text{sal}) \text{ solves Probit-SUE.} \quad (21)$$

θ : 凍結防止剤散布に伴う費用を不効用に変換するパラメータ値。

$\mathbf{d}$: リンクに関する不効用ベクトル $(\dots, d^s, \dots)^T$ 。

$\mathbf{V}^*$: 均衡リンクフローベクトル $(\dots, V^{*s}, \dots)^T$ 。

sal : 凍結防止剤散布量ベクトル $(\dots, \text{sal}^s, \dots)^T$ 。

$\mathbf{Co}$: 凍結防止剤1単位散布することによって発生するコストベクトル $(\dots, Co^s, \dots)^T$ 。

上位問題としては、凍結防止剤散布量を制御変数としてネットワーク全体の不効用を最小化し、下位問題として、Probit-SUEを想定している。解法としては、Probit-SUEに対する感度分析²⁾に基づいた解法を適用する。

一方、凍結防止剤散布量と交通容量の関係は、以下に

¹物理的容量低下と機能的容量低下の両方を対象とした場合、凍結防止剤に関わるコストだけではなく、冬期路面管理に関するコストと捉えることによって、この考え方を物理的容量低下にも適用することも可能ではあるが、ここでは議論の対象とはしないことにする。

示す考え方にに基づき表現することにする。冬期において、道路リンク s の交通容量がツルツル路面により、 K_0^s から K_n^s まで低下したと仮定する。このとき、凍結防止剤を散布することにより、交通容量は増加することになる。しかし、いくら散布したとしても、凍結防止剤の性質上、乾燥路面まで変化させないため、容量は K_0^s に下から漸近すると考えられる（図3、式(22)）。

$$K^s(sal^s | K_0^s, K_n^s, \rho) = -\frac{K_n^s - K_0^s}{\rho sal^s + 1} + K_n^s \quad \rho > 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial K^s}{\partial sal^s} > 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 K^s}{\partial sal^s{}^2} < 0$$

$K^s(sal^s)$: リンク s の交通容量。

K_n^s : 凍結防止剤散布量 0 のときのリンク s の交通容量。

K_0^s : 無積雪期のリンク s の交通容量。

sal^s : リンク s の凍結防止剤散布量。

ρ : パラメータ。

本研究では、図3で示した路面性能曲線を用いて、凍結防止剤散布量と交通容量の関係を表現することにする。

5. 計算例

ここでは、図1に示す仮想ネットワークを対象に行った計算例を示すことにする。OD ペア O_1-D_1 間の旅行者は、自動車を利用するか、地下鉄駅またはバス停まで歩行し、そこで公共交通を利用して目的地に到達することができる。一方、OD ペア O_2-D_2 間の旅行者は、自動車を保有してなく、さらに地下鉄も利用できないものと仮定した。

図4は、冬期の道路リンクの容量が夏期の半分となることを仮定し、それに伴う機関分担の変化を示している。この図からわかるように、自動車から地下鉄への大きな転換が起こっている。図5は、道路リンク9と道路リンク10の凍結防止剤散布量とODペア O_1-D_1 間の旅行者を対象とした交通機関分担率の変化を示している。この図から、2本の道路リンクへの凍結防止剤散布は、バスと自動車間の機関分担の変化を誘発させることがわかる。

図6は、道路リンク9と道路リンク10の凍結防止剤散布量を変化させた場合の式(20)に示した目的関数の変化を示している。この図からわかるように、上位問題の目的関数は、凍結防止剤散布量に関して凸関数となっており、バイレベル問題は一意的な最適解を有するものと考えられる。図7は、この目的関数の等高線と解の探索過程を示している。この図から、繰り返し数が約4回で最適解が得られることがわかる。

6. まとめ

本研究では、Probit-SUE をベースとした公共交通配分モデルを構築した。また、凍結防止剤の最適散布量決定問題をバイレベル問題として定式化し、仮想ネットワークを対象とした解析も行った。ここでは、凍結防止剤散布による旅行者の交通行動変化も内生化した問題として捉えている。今後は、各種パラメータ値の測定、実ネットワークを対象とした配分計算を行う所存である。

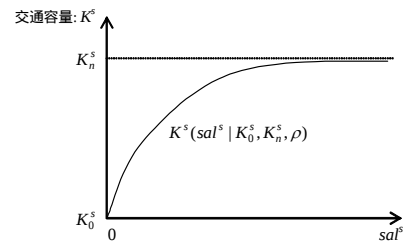


図3. 路面性能曲線

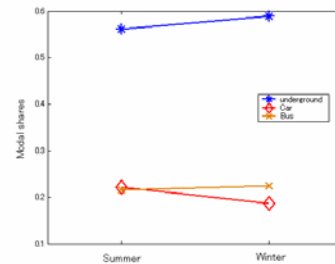


図4. 冬期と夏期の機関分担率の変化

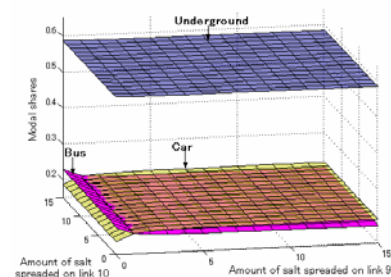


図5. 凍結防止剤散布による機関分担率変化

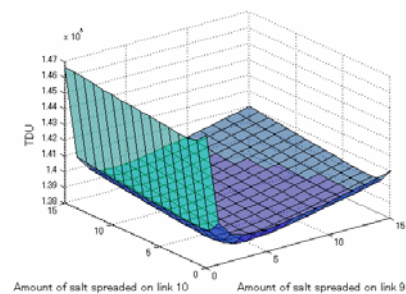


図6. バイレベル問題の目的関数

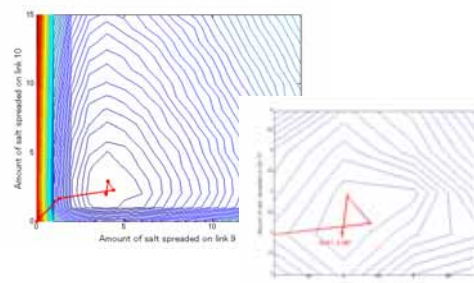


図7. 目的関数の等高線と求解プロセス

参考文献

- 1) Chiriqui C. and Robillard P., Common bus lines. Trans. Sci. 9, 115-121, 1975.
- 2) Clark S.D. and Watling D.P., Sensitivity analysis of the probit-based stochastic user equilibrium assignment model, Transportation Research 36B, 617-635, 2002.