

丘陵地のガリ侵食形状の理論解析

Theoretical Analysis For The Shape Of Gully Erosion

北海道大学大学院工学研究科 ○フェロー 黒木幹男 (Mikio Kuroki)

北海道大学大学院農学研究科 非会員 丸谷智己 (Tomomi Marutani)

1. はじめに

火山のような急勾配斜面にガリ侵食が発達することはよく知られているが、比較的勾配の緩い丘陵地斜面にもガリ侵食が発達することはあまり知られていない。著者らは、オーストラリア・ビクトン川流域および北海道・標津川流域において、侵食形状の調査比較を継続中であるが、ここでは、ガリ侵食の形状の理論解析について報告する。

2. 基礎方程式

図-1 は対象地域のガリ侵食場の模式図である。周囲から集まった水は、谷底状の低地に集中し、谷底を侵食してガリを形成する。現地観測の結果では、ガリ幅は下流に向かって漸増する傾向もあるが、ここでは簡単のため一定幅として扱うこととした。

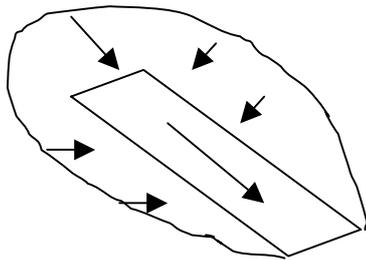


図-1 集水域概念図

谷底低地を流れる水の運動は、定常状態を仮定すると次2式で記述できる。この仮定は、一定降雨が長時間継続するとして、初期流出の部分を見捨てたその後の状態を考えたことに相当しよう。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = +gS - \frac{\tau}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial x} (h + \eta)$$

$$q = uh$$

また、侵食形状は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \begin{cases} -c \left(\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right) & ; \tau > \tau_c \\ 0 & ; \tau < \tau_c \end{cases}$$

ここに、 $\tau = \rho \frac{C_f}{2} u^2$ 、 τ_c は移動限界値を表す。

(基礎式の無次元化)

ここで、谷底低地の長さ L と谷底低地末端の水深 D および流速 V を用いて基礎方程式を無次元化する。

$$\psi u \frac{\partial u}{\partial \xi} = + \frac{S}{F^2} - \frac{C_f}{2} \frac{u^2}{h} - \frac{\psi}{F^2} \frac{\partial}{\partial \xi} (h + \eta)$$

$$uh = \Theta(\xi)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \begin{cases} -C(u^2 - u_c^2) & ; u > u_c \\ 0 & ; u < u_c \end{cases}$$

ただし、 $\xi = \frac{x}{L}$ 、 $t = \frac{tV}{L}$ 、 $u = \frac{u}{V}$ 、 $h = \frac{h}{D}$ 、 $\eta = \frac{\eta}{D}$ 、 $F^2 = \frac{V^2}{gD}$ 、

$$C = \frac{c}{\psi u_c^2}$$
、 $\psi = \frac{D}{L}$ 、 $\Theta = \frac{q}{VD}$

(摂動展開)

谷底低地の流れを、base flow (Kinematic Flow で与えられる)とそれからの偏差に分けて表す。

$$u = U + \psi u_1 + O(\psi^2)$$

$$h = H + \psi h_1 + O(\psi^2)$$

$$\eta = \eta_0 + \psi \eta_1 + O(\psi^2)$$

基礎式に代入して、 ψ のオーダーごとに整理すると、流れの解は下式のように簡単に求めることができる。

$$O(\psi^0) \quad U = \Theta^{\frac{1}{3}}, \quad H = \Theta^{\frac{2}{3}}$$

$$O(\psi^1) \quad \frac{u_1}{U} = -\frac{F^2}{3S} \left[U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial}{\partial \xi} (H + \eta_0) \right]$$

$$\frac{h_1}{H} = -\frac{u_1}{U}$$

3. 侵食形状の解析

次に、侵食形状について考える。

$O(\psi^0)$ の侵食速度式は

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial t} = \begin{cases} -C[U^2 - u_c^2] & ; U > u_c \\ 0 & ; U < u_c \end{cases}$$

ただし、 $O(\psi) = O(c)$ と考えられるから、 $O(C) = 1$ として解析を進めた。

いま、 $U > u_c$ となるように区域があるかないかで以後の解析は2つの部分に分ける必要がある。

(Case 1) $U > u_c$ の区域が存在する場合

$U > u_c$ の侵食可能域では、 $O(\psi^0)$ の解は以下のようになる。

$$\eta_0 = -C(U^2 - u_c^2)$$

さらに、 $O(\psi^1)$ の侵食速度式は、

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} = -2CUu_1 \quad ; U + \psi u_1 > u_c$$

u_1 および η_0 を代入すると、

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} = 2C \frac{F^2}{3S} \left[U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial H}{\partial \xi} - \frac{2C}{F^2} U \frac{\partial U}{\partial \xi} t \right]$$

これを解くと、

$$\eta_1 = 2C \frac{F^2}{3S} \left[\left(U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) t - \frac{C}{F^2} U \frac{\partial U}{\partial \xi} t^2 \right]$$

となる。

(Case 2) $U < u_c$ の場合

この場合は、 $O(\psi^0)$ の解は、

$$\eta_0 = 0$$

となり、 $O(\psi^1)$ の侵食速度式は

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} = \begin{cases} -C(U^2 + 2\psi Uu_1 - u_c^2) & ; U + \psi u_1 > u_c \\ 0 & ; U + \psi u_1 < u_c \end{cases}$$

u_1 および η_0 を代入すると、侵食可能域では、

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} = -C \left[U^2 - 2U^2 \frac{F^2}{3S} \left(U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - u_c^2 \right]$$

となる。

4. 具体的な侵食形状の例

洗掘形状を議論するためには、多くの量が未知であり、これらを与えなくてはならない。とくに流量関数は流域形状に大きく依存すると思われる。ここでは、流量関数が $\Theta(\xi) = \xi$ の簡単な例について、具体的に侵食形状を調べてみる。

Case 1 の場合、流速変化および侵食形状は、次式のように表せる。

$$u = \xi^{\frac{1}{3}} - \psi \frac{F^2 + 2}{9S} + \psi \frac{2C}{9S} t$$

$$\eta = -C \left(\xi^{\frac{2}{3}} - u_c^2 \right) t$$

$$+ 2\psi C \frac{F^2 + 2}{9S} \xi^{\frac{1}{3}} t - \psi \frac{2C^2}{9S} \xi^{\frac{1}{3}} t^2$$

式中のその他の未知量もひとまず、 $F^2 = 0.5$, $S = 1/100$,

$u_c = 0.9$, $\psi = 10^{-4}$, $C = \frac{1}{u_c^2}$ とした。このケースについて計算すると、図-2 のようになる。時間の経過とともに、洗掘域は斜面上流に向かって遡上してゆく様子が現れている。

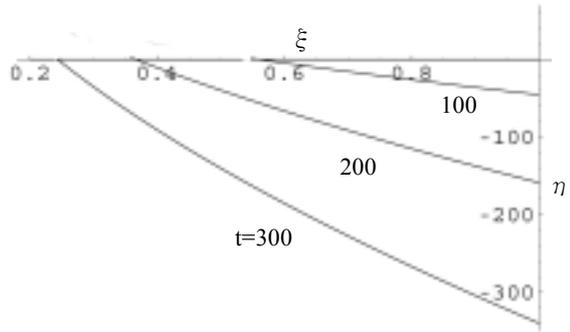


図-2 侵食形状の時間変化

一方、Case 2 の場合は、 $O(\psi^1)$ の速度変化は

$$U + \psi u_1 = \xi^{\frac{1}{3}} - \psi \frac{F^2 + 2}{9S}$$

となり、 $O(\psi^0)$ で $\xi^{\frac{1}{3}} < u_c$ であったから、 $O(\psi^1)$ でも限界流速以下となり、侵食は発生しないことが簡単に確かめられる。

5. 結果の考察

理論解析で求められた洗掘形状は時間の経過とともに上流に遡上する。この限りでは、現場の観測と矛盾しないが、無限時間の後には斜面上流端に達することになり、必ずしも妥当な結果とは云えない。

この原因として、少なくとも2つの事項が考えられる。第一は、長時間の後には BaseFlow からの偏奇項のオーダーが、解析の前提条件を満たさなくなっている可能性が少なくないことである。前提条件からの外れがどの程度まで許容できるか、場の条件次第であるが、いずれにしても長時間の後には非線形の解析が必要になる。

第二は境界条件である。解析では、下流端の条件を特に与えていない。しかし、現場ではガリ下流端は河川に接続するため、洗掘深が規制されている。このことを解析にも考慮する必要がある。少なくとも、下流端の洗掘深が規制されるようになるまでが、本解析の適用範囲である。その後の洗掘を議論するとすれば、同じように非線形解析が必要になる。

流量関数や、水理諸量の与え方などは、検証材料である現地の状況を勘案して、今後さらに適切に与えなくてはならないが、ひとまずガリ洗掘形状を議論する基礎が与えられた。

謝辞 本研究遂行に当たり、北海道開発局より援助を受けた。記して謝意を表す。