

一般化貯留関数法を用いた洪水予測手法の改良

Improvements of flood forecasting method using the generalized storage routing model

(株) リブテック
 (財) 北海道河川防災研究センター
 北海道工業大学土木工学科

○正 員
 フェロー
 フェロー

片山直樹 (Naoki Katayama)
 星 清 (Kiyoshi Hoshi)
 橋本識秀 (Norihide Hashimoto)

1. はじめに

現在北海道開発局では、洪水予測システムとして一般化貯留関数法¹⁾が稼動中であるが、後述するように幾つかの問題点が指摘されている。これらの問題点を解決するため損失項を含む貯留関数法（1段タンク型貯留関数法）^{2,6)}と、地下水流出成分を含む貯留関数法（2段タンク型貯留関数法）^{3,6)}による二つの予測モデルを開発し精度の向上を図った。しかしながら、洪水流出のオンライン予測モデルの選定を行う上で、洪水防衛施設操作、洪水予警報の伝達、避難・水防活動などの緊急性を考慮すると、計算時間があまりかかりすぎる複雑なモデルは極力さけるべきである。また、洪水予測の実運用という観点からは、実務者が普段から慣れ親しんでいるモデルを採用することが望ましい。以上の事実を踏まえて、現行予測モデルと新規予測モデルを併用する案が現場から強く要請されている。そこで、現行システムの流出モデルである一般化貯留関数法を用いた洪水予測手法を改良し、次項に示す問題点の解決を図る(図-1 参照)。

$$\begin{cases} k_1 = 2.8235 f_c A^{0.24} \\ k_2 = 0.2835 k_1^2 (\bar{r}_e)^{-0.2648} \end{cases} \begin{cases} p_1 = 0.6 \\ p_2 = 0.4648 \\ f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6} \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 A ：流域面積(km²)、 \bar{r}_e ：平均有効雨量強度(mm/h)、 n ：等価粗度(s/m^{1/3})、 i ：平均斜面勾配

式(2)に示されるモデル定数 k_2 には平均有効雨量強度 \bar{r}_e が含まれている。 \bar{r}_e の値は本来、洪水終了後に決定される性質のものであり、洪水期間中には推定不可能である。しかしながら、テレメータ等の活用により、雨量情報は1時間毎に入手可能であることから、 \bar{r}_e には現時刻までの累加雨量の平均値を用いる。すなわち、

$$\bar{r}_e = \frac{f}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} r_i \quad (3)$$

ここで、 N_t ：ゼロ雨量を含まない現時刻までの雨量系列 r_i の標本数

したがって、改良洪水予測システムにおいても、定数 k_2 を式(3)により1時間毎に更新する。

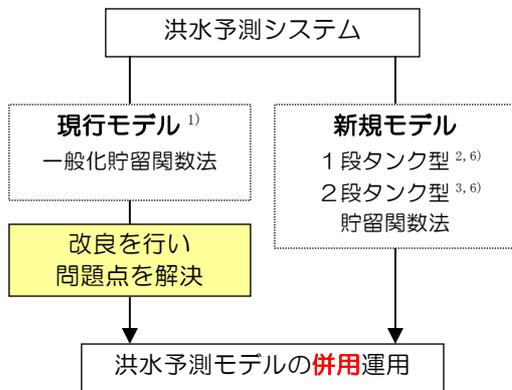


図-1 洪水予測システムの実運用概念図

2. 現行流出モデル

現行システムの流出モデルである一般化貯留関数法は次式で示される。

$$\begin{cases} s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q^{p_2}) \\ \frac{ds}{dt} = fr - q \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 s ：貯留高(mm)、 r ：雨量強度(mm/h)、 q ：直接流出高(mm/h)、 f ：流出率、 t ：時間(h)、 k_1, k_2, p_1, p_2 ：モデル定数

また、 k_1 と k_2 は次式で表現される。

3. 現行システムの問題点

現行の洪水予測システムは、式(1)の一般化貯留関数法に、予測誤差を自動補正するフィードバック手法として知られている「カルマン・フィルター理論」を組み合わせられて構築されている。このシステムは、昭和62年に初めて石狩川開発建設部に導入されて以来、20年近く各開発建設部においても広く実運用され、その実績も高く評価されてきている。とくに、所定の予測精度が得られない場合には、モデル定数の修正が可能など、システムの取り扱いが比較的容易な洪水逐次予測モデルであるという現場からの意見も多い。一方、次のような問題点も指摘されている。

- (1) 有効降雨算定のための流出率 f は、既往洪水解析例をもとに設定されている。しかしながら、流出率は流域の湿潤状態に影響されるため、設定値が対象洪水と大きく異なる場合は所定の予測精度が期待できない。
- (2) モデル定数 k_1 と k_2 は本来、洪水毎に変化するはずであるが、現行システムでは固定値を用いている。また、既往洪水への適用例においても、洪水毎に k_1 と k_2 の変動幅が大きいことが確認されている。
- (3) 予測雨量誤差が水位予測誤差に及ぼす影響および予測水位誤差が統計的に正しく評価されていない。

4. 予測モデルの改良点

以上の問題点を解決するために、次のシステム改良を行う。

- (1) 一般化貯留関数法のモデル定数は k_1, k_2, p_1, p_2, f であるが、 p_1 と p_2 は式(2)に示すとおり、理論値に固定して与える。
- (2) 式(2)に示されるように、 k_1 と k_2 の定数は流域面積と平均雨量強度の関数で与えられ、 f_c の値が決定されれば、これらの定数は自動的に計算される。しかも、 f_c の変動幅は k_1 と k_2 のそれに比べてはるかに小さいことが分かる。したがって、対象洪水毎に予測精度を上げるために更新すべきモデル定数は、 f_c と f の2個を選択した方が得策である。本報告では、これらのモデル定数を観測値が入手されるたびに、自動的に更新（オンライン同定）している。
- (3) 本報告では予測雨量の誤差を評価するために、システム入力である降雨量を「状態変量」に加えて、システム方程式の拡大を図り、予測雨量の誤差分散を取り入れた洪水予測システムを構築する。

5. 予測雨量の誤差評価

気象協会から配信された予測雨量に対応する1～3時間先の実測雨量データを統計処理した結果、次の予測降雨の平均2乗誤差 (S_{k+1}^2) 算定式が提案されている⁴⁾。

$$\text{Var}(\hat{r}_{k+1}) = S_{k+1}^2 = a_s^2 l (\hat{r}_{k+1})^{2b_s} \quad (4)$$

ここに、 $\text{Var}(\cdot)$: 分散、 \hat{r}_{k+1} : 予測値、 a_s, b_s : 予測定数、 l : リードタイム(h)

2001年9月洪水を対象とし、気象協会配信による予測雨量に関して全道一級河川11水系43地点における降雨資料を総合化した定数は以下のように決定されている⁵⁾。

$$a_s = 1.04, \quad b_s = 0.54 \quad (5)$$

$\hat{r}_{k+1} = 0$ のとき、分散がゼロとなる不合理を避けるために、 $\hat{r}_{k+1} = 0.1 \text{ mm/h}$ と小さな値を想定して計算を進める。

6. カルマン・フィルタ理論の適用

カルマン・フィルタ理論を用いた洪水予測モデルを構築するには、表-1に示す一連の定義を順次適用すればよい。本報告では従来モデルと改良モデルの変更点(No1, 6)についてのみ記述することとする。その他については参考文献6)を参照されたい。

7. システム方程式の定式化

本報告の流出モデルは式(1)に示す一般化貯留関数法である。式(1)を解くために、次の変数を「状態変量」に選定する。

$$x_1 = q^{p_2}, \quad x_2 = \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \quad (6)$$

表-1 カルマン・フィルタ理論の所要方程式

No	定義
1	システム方程式
2	観測方程式
3	システム誤差
4	観測誤差
5	初期条件
6	状態変量の伝達方程式
7	状態変量の推定誤差共分散伝達方程式
8	カルマン・ゲイン
9	状態変量の更新方程式
10	状態変量の推定誤差共分散更新方程式

モデル定数 f と f_c および予測雨量 r は、洪水毎に変化することが予想される。したがって、 f と f_c および予測雨量 r も「状態変量」に加えてシステム方程式を作成する。

すなわち、状態変量をベクトル表示すると以下のように示される。

$$X_1 = [x_1 \quad x_2]^T, X_2 = [f \quad f_c]^T, X_3 = r \quad (7)$$

8. 状態変量の伝達方程式

式(7)の状態変量を用いて、式(1)を書き換えると2階非線形微分方程式が得られる。ベクトル X_2 と X_3 が新しい観測値が得られるまで、時間的に変動しないものと仮定して、非線形方程式をテーラー級数展開して線形近似化を行い、システム方程式の拡大を図る。その結果、「状態変量の伝達方程式」に対応する式(8)が得られる。

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (d_2)_k \quad (8)$$

ここに、 $\Phi_i (i=1,2,3), \Gamma_1$: 係数行列、 I : 単位行列、 0 : ゼロ行列ないしベクトル、 d_2 : スカラー量

式(8)を小行列ごとに展開すると、次式が得られる。

$$(X_1)_{k+1} = \Phi_1(X_1)_k + \Phi_2(X_2)_k + \Phi_3(X_3)_k + \Gamma_1(d_2)_k \quad (9)$$

$$\begin{cases} (X_2)_{k+1} = (X_2)_k \\ (X_3)_{k+1} = (X_3)_k \end{cases} \quad (10)$$

式(9)は状態変量ベクトル X_1 の伝達方程式である。式(10)によると、モデル定数ベクトル X_2 と雨量 X_3 は観測値間で時間変化しないことに注意すべきである。

次に、状態変量 $x_{1,k}$ の予測値と流量予測値 Q_k 及び水位予測値 H_k の関係を次式に示す。

$$Q_k = \frac{A}{3.6} q_k = \frac{A}{3.6} x_{1,k}^{1/p_2} \quad (11)$$

$$H_k = b_0 + b_1 \sqrt{Q_k} \quad (12)$$

ここに、 Q_k, H_k, q_k : それぞれ、離散時刻 k における流量、水位及び流出高、 $x_{1,k}$: 時刻 k における状態変量 x_1 の値、 b_0, b_1 : 適用水位毎に分類される水位～流量曲線の回帰係数

式(12)で計算される予測水位の誤差分散は、5 個の状態変量の誤差共分散の伝達方程式を介して自動算定される⁶⁾。

9. システム方程式拡大前後における伝達方程式の差異

現行システムでは、式(6)の x_1 と x_2 のみが状態変量として選定されている。新規システムでの f, f_c, r を状態変量に加えた拡大システム伝達方程式(9)と拡大前の方程式における x_1 と x_2 の解に差は生じないことに注意すべきである。しかしながら、拡大後の式を用いたときの推定値誤差分散・共分散の伝達方程式は、状態変量 x_1, x_2 のみならず、パラメータ f, f_c, r に関する共分散行列を含むことを念頭に入れておく必要がある。

10. 実測データへの適用

本報告で改良した一般化貯留関数法による洪水予測モデルを用いて、北海道の一級河川である石狩川の石狩大橋地点（流域面積 12697.0km²）における近年の出水である平成 13 年 9 月 11 日洪水を選定し、解析を行う。

なお、一般化貯留関数法による予測モデルは、元来、小流域を対象とした単一流域モデルである。大流域における降雨の地域分布及び降雨の到達時間の違いを考慮するために、遅れ降雨を計算し合成するナッシュモデル（Nash Model）を降雨モデルに採用した⁶⁾。

ナッシュモデルの基礎式を以下に示す。

$$\begin{cases} \frac{ds_1}{dt} = r - y_0, & s_1 = \alpha y_0 \\ \frac{ds_2}{dt} = y_0 - y, & s_2 = \alpha y \end{cases} \quad (13)$$

ここで、 s_1, s_2 : 1 段目、2 段目タンクの貯留高(mm)、 r : 入力となる降雨量(mm/h)、 y_0, y : 1 段目、2 段目タンクから出力される補正降雨量(mm/h)、 α : 遅れ時間

洪水予測シミュレーションに用いた予測雨量は、実測雨量を上述したナッシュモデルを通して河道効果を考慮した雨量に変換し与えている。また、初期条件として、流出率 f は 0.50、 f_c は 1.115 を与えた。これは既往の洪水を解析した値である。

評価基準には、ハイドログラフ全体の誤差を表す指標として、表-2 と表-3 に示す平均 2 乗誤差の平方根（RMSE : Root Mean Squares Error）を用いた。

実測雨量を用いた現行モデルによる 6 時間先予測水位の計算例を図-2 及び表-2 に、改良モデルによる再現結果を図-3 及び表-3 に示す。予測ピーク水位は 0.04m ほどの向上がみられるが、RMSE の値を見る限り、現行モデルと改良モデルの予測精度に差はみられない。

その理由として、両モデルともに実測雨量を用いているため、式(4)の予測雨量の誤差分散が不必要となり、水位ハイドログラフに顕著な変動がみられないためである。

表-2 実測雨量を用いた現行モデルによる再現結果

採用モデル	1 時間先予測	3 時間先予測	6 時間先予測
実測ピーク水位	6.28m		
予測ピーク水位	6.19m	6.12m	6.09m
RMSE	0.0613	0.1510	0.2770

表-3 実測雨量を用いた改良モデルによる再現結果

従来モデル	1 時間先予測	3 時間先予測	6 時間先予測
実測ピーク水位	6.28m		
予測ピーク水位	6.19m	6.14m	6.13m
RMSE	0.0605	0.1493	0.2737

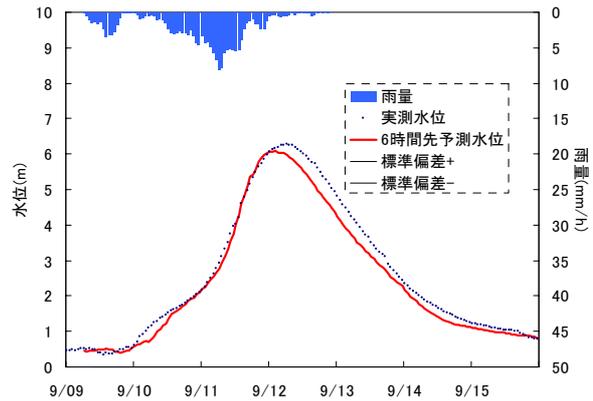


図-2 実測雨量を用いた現行モデルによる再現結果

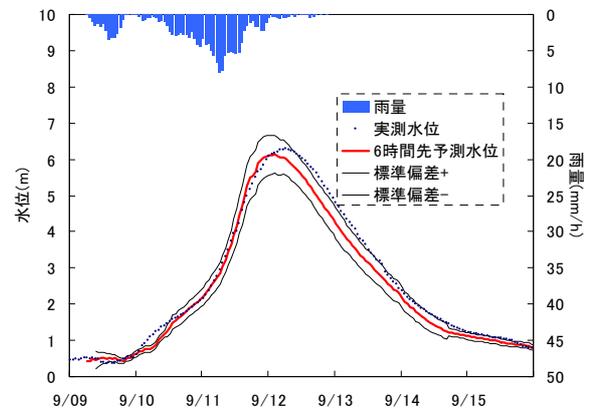


図-3 実測雨量を用いた改良モデルによる再現結果

次に、実際の洪水予測計算を考慮し、気象協会より配信された平成 13 年当時の予測雨量を用いて洪水予測シミュレーションを行った(図-4 と図-5、表-4 と表-5)。このとき、式(4)の予測雨量の誤差分散を導入している。

9/11～9/12 におけるハイドログラフの立ち上がり部からピークにかけての適合度が、モデルを改良したことにより改善されていることがわかる。また、ピーク水位の値は、各時間とも実測水位に近い結果となっている。実際の洪水予測問題を想定すると、予測雨量を使わざるをえない。したがって、予測雨量の誤差分散を導入する改良モデルが、より有効であることが検証された。図-3 と図-5 の実線はモデルパラメータと予測雨量の誤差を考慮した信頼区間(予測値±標準偏差)を表しており、実測水位がその信頼区間内に収まっている

ることがわかる。図-6 は、モデル定数の初期値を 100% として、逐次更新される値を 1 時間ごとに変化率で表したものである。モデル定数の時間変動は小さく 10% 以内に収まっている。

表-4 予測雨量を用いた従来モデルによる再現結果

採用モデル	1 時間先予測	3 時間先予測	6 時間先予測
実測ピーク水位	6.28m		
予測ピーク水位	6.18m	6.00m	5.60m
RMSE	0.0638	0.1849	0.4364

表-5 予測雨量を用いた改良モデルによる再現結果

従来モデル	1 時間先予測	3 時間先予測	6 時間先予測
実測ピーク水位	6.28m		
予測ピーク水位	6.19m	6.15m	6.14m
RMSE	0.0605	0.1495	0.2731

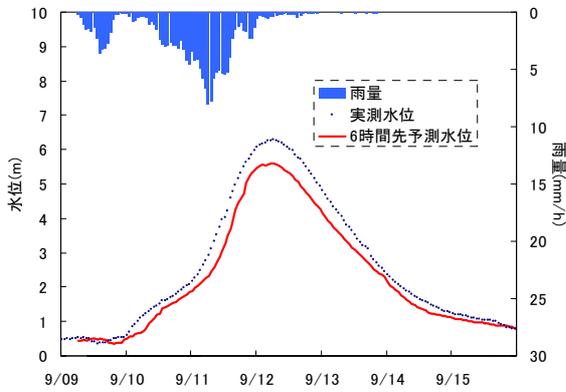


図-4 予測雨量を用いた従来モデルによる再現結果

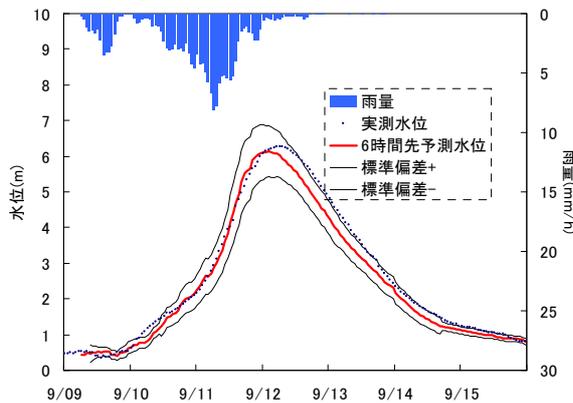


図-5 予測雨量を用いた改良モデルによる再現結果

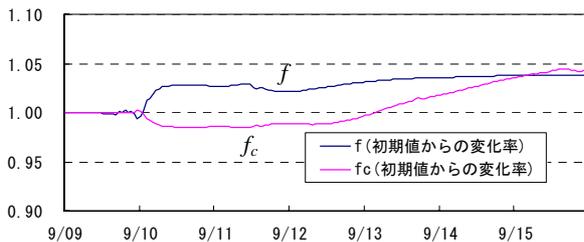


図-6 パラメータ更新値の変化率

以上の計算例と同様に、石狩川水系 16 地点 48 洪水において 3 時間先予測値の RMSE を用いて、改良モデルと従来モデルとの精度比較を行った。その結果、改良モデルの値が従来モデルより小さい場合には RMSE の差は正となり、またその逆は負となる。図-7 に示すように、36 洪水例に関して、改良モデルにおいて精度の向上が見られた。

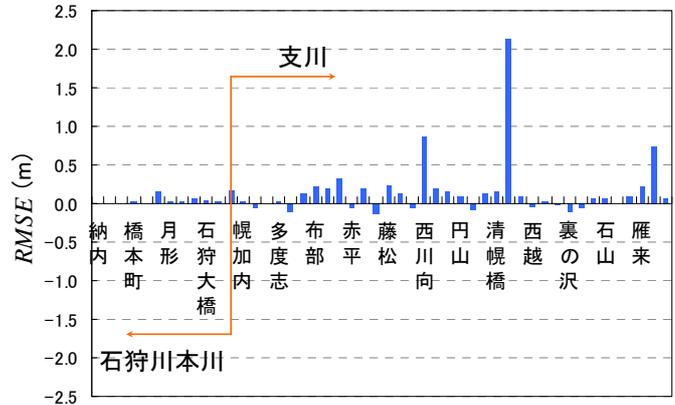


図-7 精度比較図(現行モデル RMSE-改良モデル RMSE)

11. まとめ

本報告では、改良した一般化貯留関数モデルを石狩川水系の既往洪水に適用し、洪水予測精度の向上を図った。本モデルの特徴は、カルマン・フィルターによって流出率やモデル定数をオンライン同定させること、予測雨量の誤差を考慮して、予測水位の予測精度(信頼区間)を自動的に算定すること、さらに河道追跡を含むシステムにも拡張可能となった点である。

参考文献

- 1) 北海道開発局：北海道開発局の洪水予測システム，432p.，1995.
- 2) 片山直樹・星 清・橋本識秀：予測雨量の誤差を考慮した実用的洪水予測モデルの開発，土木学会北海道支部論文報告集，第 60 号，pp. 292-295, 2004.
- 3) 片山直樹・星 清・橋本識秀：2003 年台風 10 号による沙流川二風谷ダム流入量予測，土木学会年次学術講演会講演概要集，II-041，pp. 81-82, 2004.
- 4) Etoh, T., Kamibayashi, Y., Nakanishi, M. and Yoshida, M.: A study on prediction error in rainfall forecasting and its application to on-line operation of detention storage, Proc. of International Conference on Water Resources & Environment Research: Towards the 21st Century, Vol. I, pp. 531-538, 1996.
- 5) 東海林 勉・星 清・渡邊 和好：予測降雨の推定誤差評価について，土木学会北海道支部論文報告集，第 60 号，pp. 296-299, 2004.
- 6) (財)北海道河川防災研究センター・研究所編集・発行：実時間洪水予測システム理論解説書，396p.，2004.