

目的関数の差異による貯留関数法の精度比較

A Sensitivity of Optimization Accuracy for Storage Routing Models to Different Objective Functions

(財)北海道河川防災研究センター 正員 伊賀 久晃 (Hisaaki Iga)
 (財)北海道河川防災研究センター研究所 フェロー 星 清 (Kiyoshi Hoshi)
 株式会社 建設技術研究所 北海道支社 正員 貞本 均 (Hitoshi Sadamoto)
 北海道工業大学 工学部 土木工学科 フェロー 橋本 識秀 (Norihide Hashimoto)

1. はじめに

近年、種々の貯留関数法が開発され、北海道における洪水流出解析に広範に用いられてきている。本報告では、上記の貯留関数法で共通に用いられているモデル定数の最適化問題をとりあげ、洪水流出解析の一層の精度向上を目指すものである。

本報告では単一流域および複合流域において、以下の3個の貯留関数モデルを採用して洪水流出解析を行う。

- (1)有効雨量を用いた貯留関数法
- (2)損失項を含む貯留関数法
- (3)地下水流出を含む貯留関数法

モデル定数の最適値は目的関数に依存して大きく変化することが知られている。そこで、目的関数として以下に述べる $KAI2$ (カイ2乗基準)と MSE (誤差二乗平均)を取り上げ、ピーク相対誤差とハイドログラフ相対誤差の評価指標に基づいて、目的関数の差異が結果にどの程度影響を及ぼすかを検討する。モデル定数の最適化にあたっては、一階のニュートン法を用いる。このとき、一次導関数(感度係数)は感度方程式から解析的に求める¹⁾。

2. 目的関数

種々の流出計算法によるモデル定数を同定するには、評価基準としての目的関数を設定しなければならない。

最も理解しやすい目的関数は、観測流量と計算流量の誤差二乗平均を最小にする基準である。すなわち、次式で表される MSE (mean squares error)ができるだけ小さくなるように、ニュートン法を用いてモデル定数の最適値を探索している。

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_{oi} - q_{ci})^2 \quad (1)$$

ここに、 q_{oi} : 観測流出高 [mm/h], q_{ci} : 計算流出高 [mm/h], N : データ数

モデル定数の最適化にあたっては、式(1)以外にもカイ2乗基準として知られている次式の目的関数がしばしば用いられる。

$$KAI2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ (q_{oi} - q_{ci}) / \sqrt{q_{oi}} \right\}^2 \quad (2)$$

式(2)は統計学における適合度検定でよく用いられているカイ2乗基準に相当している。式(1)と式(2)のどちらがよいかは一概に言えないが、式(1)は高水部(ピーク近傍)の適合度を重視した指標であり、式(2)はハイドログラフ全体の適合度に重きを置いた基準である。

3. 評価方法

比較に用いる指標はピーク流量を評価する式(3)の J_{pe} 、ハイドログラフ全体を評価する式(4)の J_{re} である。 J_{pe} および J_{re} は小さい方が精度が良いという単純な指標である。 J_{pe} と J_{re} の評価指標は次式で定義される。

$$J_{pe} = (q_{op} - q_{cp}) / q_{op} \quad (3)$$

$$J_{re} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |q_{oi} - q_{ci}| / q_{oi} \quad (4)$$

ここに、 q_{op} : 観測ピーク流出高 [mm/h], q_{cp} : 計算ピーク流出高 [mm/h]

4. 単一流域と複合流域

流域面積が小さい時は斜面系流出が卓越して、河道系は無視できると考えられるため、流域全体を単一流域モデルとして洪水流出解析を行う場合が多い。しかも、比較的小さい山地河川流域の流出解析に貯留関数法が広範に用いられてきた。しかしながら、流域面積が大きくなると、河道による降雨の遅れなど河道効果が無視できなくなる。そのため、流出モデルに河道モデルを組込む必要があり、流域・河道系ともに Kinematic Wave 法を集中化した貯留関数法を適用した手法が開発されている^{1,2)}。いわゆる複合流域モデルである。図-1に複合流域モデルの概念を示す。

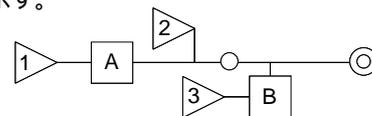


図-1 複合流域モデルの概念図(流域・河道ネットワーク例)

図-1の は分割流域を表し、雨量を入力値とし流量を出力値とする。 は河道を表し、上流より流入する流量を入力値として河道追跡計算を行った流量を出力値とする。 は合流点を表し、流域からの出力、河道の出力等の合計が入力値であり、そのまま出力となる。 は観測基準点である。

5. 解析対象流域

本報告では、流出特性が異なると考えられる4河川を解析例として取り上げることにする。すなわち、留萌川(S63年8月26日)の幌糠地点、雨竜川(S63年8月25日)の多度志地点、渚滑川(H10年9月16日)の上渚滑地点、湧別川(H10年9月16日)の開成地点の4洪水例を対象に、洪水再現計算を行う。各河川の観測地点における洪水特性及び複合流域モデルで計算に必要な分割流域数と河

表-1 解析例における流域特性及び洪水特性

	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川
流域数	8	7	9	14
河道数	4	4	5	7
合流点数	6	2	5	8
全地点数	27	24	31	48
流域面積(km ²)	168.5	998.8	1050.6	1334.8
ピーク流量(m ³ /s)	613.78	1432.75	1501.01	1291.38
比流量	3.64	1.43	1.43	0.97
平均雨量強度(mm/h)	6.26	3.69	2.79	2.55
流出率	0.733	0.574	0.834	0.752

道数等の情報を要約して表-1に示す。

6. 洪水流出モデルの概要

(1) 有効雨量を用いた貯留関数法

本手法は、Kinematic Wave法を集中化した貯留関数法で、式(5)で表される。特徴を以下に示す。

全流出を直接流出成分と基底流出成分に分離し、直接流出成分についてのみ解析する。

解析期間において、直接流出成分の総量と雨量の総量が等しくなるように流出率を求め、観測降雨量に流出率を乗じて有効雨量とする。

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}), \quad \frac{ds}{dt} = r_e - q \quad (5)$$

ここに、 s :貯留高[mm]、 r_e :有効雨量[mm/h]、 q :直接流出高[mm/h]、 k_1, k_2 :貯留係数、 p_1, p_2 :貯留指数

モデル定数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \alpha f_c, & k_2 &= \beta k_1^2 \\ p_1 &= 0.6, & p_2 &= 0.4648 \\ f_c &= (n/\sqrt{i})^{0.6} \\ \alpha &= 2.8235A^{0.24}, & \beta &= 0.2835(\bar{r}_e)^{-0.2648} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 A :流域面積[km²]、 n :等価粗度、 i :斜面勾配、 f_c :粗度ファクター、 \bar{r}_e :平均有効雨量強度[mm/h]

上式は複雑に見えるが、ファクター f_c の値が決まれば、すべての定数が一義的に求まり、流出計算が可能となる。式(5)及び式(6)を用いた流量の再現計算方法についての詳細は参考文献3)を参照されたい。なお、本手法で複合流域系の計算を行う場合、ファクター f_c を全分割流域で同一値をとるものとする。

ここでは雨竜川多度志地点での再現計算を行った。単一流域系での結果を図-2に、複合流域系での結果を図-3に示す。観測流量は黒点、目的関数にKAI2を用いた再現計算結果は破線、MSEを用いた再現計算結果は黒線で表現している。なお、表-1に示すように、この流域は7つの分割流域と4つの河道からなっている。

単一流域系のKAI2では J_{pe} が0.0150、MSEでは J_{pe} が0.1180となり、複合流域系のKAI2では J_{pe} が0.0760、MSEでは0.1050となった。両流域系ともにKAI2を用いた方がピーク値の精度が高い結果となった。

同様に留萌川、渚滑川、湧別川についても再現計算を行った。その計算結果を表-2に示す。各流域モデルで精度の高かった J_{pe} を太文字で示し、同じく精度の高い J_{re} の背景を灰色で示している。

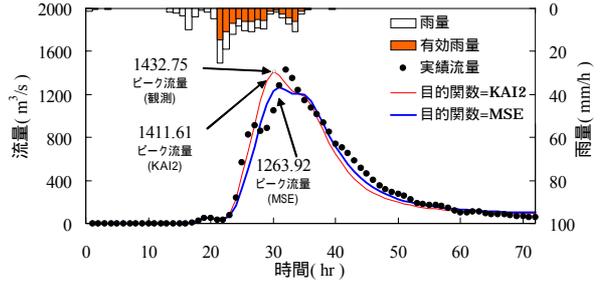


図-2 雨竜川昭和63年8月25日洪水・再現図(単一流域)

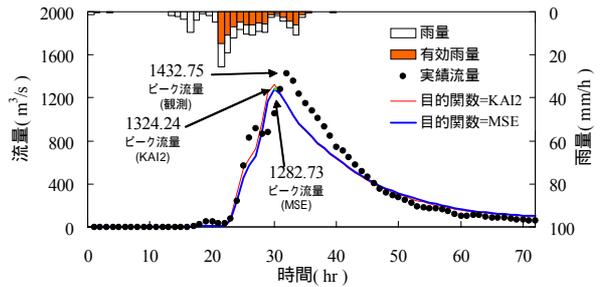


図-3 雨竜川昭和63年8月25日洪水・再現図(複合流域)

表-2 目的関数の比較結果

目的関数	結果	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	
		f_c	2.7341	1.0739	1.5147	1.5036
単流域	KAI2	J_{re}	0.3038	0.1354	0.1356	0.0993
		J_{pe}	-0.1410	0.0150	0.0500	0.0680
		J_{pe}	-0.1350	0.1180	0.0810	0.0640
複合流域	KAI2	f_c	2.7588	1.2013	1.5642	1.4944
		J_{re}	0.3049	0.1281	0.1236	0.0994
		J_{pe}	-0.1010	0.0760	0.0920	0.0070
MSE	f_c	4.1201	1.1383	2.4333	2.4668	
	J_{re}	0.2678	0.2308	0.1302	0.1520	
	J_{pe}	-0.1090	0.1050	0.0710	-0.0030	

(2) 損失項を含む貯留関数法

本手法は、貯留関数法に損失機構を取り入れ、観測雨量と観測流量を直接用いるため、有効雨量の算定や直接流出成分と基底流出成分の分離といった主観に左右される要素が排除されることが特徴である。また、洪水前の流域湿潤状態を考慮するために、地下水流出成分を表す初期流出高と減衰係数をあらかじめ与えている。

次式に損失項を含む貯留関数法を示す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= r - q - b + q_0, & s &= k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \\ b &= (c_3 - 1)q, & q_0 &= q_B \exp(-\lambda t) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 s :貯留高[mm]、 r :観測雨量[mm/h]、 q :観測流出高[mm/h]、 b :損失高[mm/h]、 q_0 :地下水流出高[mm/h]、 q_B :初期流出高[mm/h]、 k_1, k_2 :貯留係数、 p_1, p_2 :貯留指数、 λ :減衰係数

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= c_1 A^{0.24}, & k_2 &= c_2 k_1^2 (\bar{r})^{-0.2648}, & \lambda &= 0.019 \\ p_1 &= 0.6, & p_2 &= 0.4648 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、 A :流域面積[km²]、 \bar{r} :平均雨量強度[mm/h]、 c_1, c_2, c_3 :未知定数

減衰係数 λ はヒドログラフ低減部の標準減衰曲線から得られる流域固有の値である。式(7)及び式(8)を用いた流出量の再現計算方法については参考文献1)を参照されたい。なお、本手法では複合流域系の計算を行う場合、未知定数 c_1, c_2, c_3 は全分割流域で同一値をとるものとする。

ここでは渚滑川上渚滑地点での再現計算の結果を単一流域モデルは図-4に、複合流域モデルは図-5に示す。この流域では表-1に表されるように分割流域数は9で、河道数は5である。観測流量は黒点、目的関数にKAI2を用いた計算結果は破線、MSEを用いた計算結果は黒線で表現している。

単一流域モデルではKAI2の J_{pe} が0.1580、MSEの J_{pe} が0.1010となり、複合流域モデルではKAI2の J_{pe} が0.1270、MSEの J_{pe} が0.0800となった。単一流域・複合流域モデルとも目的関数にMSEを用いた方がピーク流出高の精度が高い結果を得ている。

同様に留萌川、雨竜川、湧別川についても洪水再現計算を行った結果を表-3に示す。各流域モデルで精度の高かった J_{pe} を太文字で示し、同様に精度の高い方の J_{re} の背景を灰色で示している。

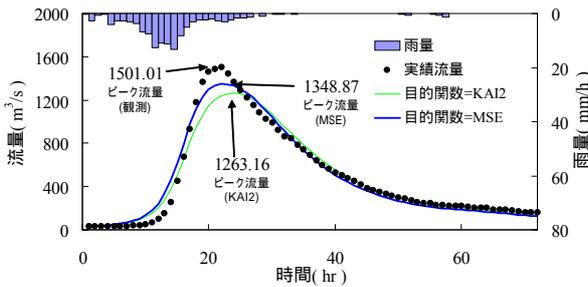


図-4 渚滑川平成10年9月16日洪水・再現図(単一流域)

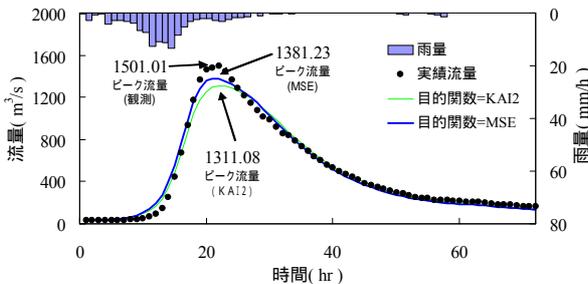


図-5 渚滑川平成10年9月16日洪水・再現図(複合流域)

表-3 目的関数の比較結果

目的関数		結果	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	
損失項を含む貯留関数法	単流域	KAI2	c_1	12.9418	7.9642	6.9564	8.9004
			c_2	0.0971	0.1768	0.2099	0.1495
			c_3	1.3178	1.8216	1.0000	1.0652
		λ	0.019	0.019	0.019	0.019	
		J_{re}	0.4272	0.4320	0.1789	0.1597	
		J_{pe}	0.0470	0.1860	0.1580	0.1950	
	複合流域	MSE	c_1	12.4983	7.6009	6.4822	8.4333
			c_2	0.0902	0.1663	0.1959	0.1372
			c_3	1.2907	1.7714	1.0000	1.0521
			λ	0.019	0.019	0.019	0.019
J_{re}	0.4639	0.4840	0.2402	0.1908			
J_{pe}	0.0130	0.1480	0.1010	0.1310			

目的関数		結果	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	
損失項を含む貯留関数法	単流域	KAI2	c_1	18.9548	6.8669	10.6151	15.3110
			c_2	0.0831	0.5355	0.1962	0.1003
			c_3	1.3202	2.0144	1.0000	1.0351
		λ	0.019	0.019	0.019	0.019	
		J_{re}	0.4165	0.2437	0.1208	0.1015	
		J_{pe}	0.0580	0.0620	0.1270	0.1230	
	複合流域	MSE	c_1	18.2413	7.3341	10.1160	14.8420
			c_2	0.0747	0.3759	0.1866	0.0935
			c_3	1.2890	1.8507	1.0000	1.0365
			λ	0.019	0.019	0.019	0.019
J_{re}	0.4557	0.2658	0.1562	0.1180			
J_{pe}	0.0270	0.0480	0.0800	0.0870			

(3) 地下水流出を含む貯留関数法

日野・長谷部⁴⁾によって提案された「フィルター成分分離法」を用い、流出成分を客観的に「表面・中間流出成分」と「地下水流出成分」に分離する2段タンク型貯留関数モデルが星・園山⁵⁾により提案された。星・園山によるモデルはヒドログラフの低減部から求められるパラメータにより全流出成分を2成分に分離し、表面・中間流出成分のみで最適化計算を行うものである。表面・中間流出成分のみで3個のモデル定数の同定を行っているため、ヒドログラフ全体とくに、低減部においての再現性が悪い例が多い。

そこで、秋田・星⁶⁾は全流出成分に対して最適化を行う方法を提案し、表面・中間流出成分と地下水流出成分の両成分に対して最適化を行った。ここでは秋田・星の手法を複合流域モデルに拡張した星・松木⁷⁾の手法を用い、地下水流出を含む貯留関数法の計算を行う。下記にモデルを示す。

1段目タンクの非線形モデルは次式で表現する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{ds_1}{dt} &= r - q_1 - f_1, & s_1 &= k_{11}q_1^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \\ f_1 &= k_{13}q_1 = (c_{13} - 1)q_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 s_1 :1段目タンク貯留高[mm]、 r :観測雨量[mm/h]、 q_1 :表面・中間流出高[mm/h]、 f_1 :1段目タンクから2段目タンクへの浸透供給量[mm/h]、 k_{11}, k_{12} :貯留係数、 k_{13} :浸透係数、 p_1, p_2 :貯留指数

1段目の損失量は浸透供給量 f_1 として、すべて2段目タンクへの入力とし、 p_1 と p_2 については表面流にマニング則を用い、以下の値に固定した。

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= c_{11}A^{0.24}, & k_{12} &= c_{12}k_{11}^2(\bar{r})^{-0.2648}, & k_{13} &= c_{13} - 1 \\ p_1 &= 0.6, & p_2 &= 0.4648 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 A :流域面積[km²]、 \bar{r} :平均雨量強度[mm/h]、 c_{11}, c_{12}, c_{13} :未知定数

次に2段目タンクは、地下水流出成分を次式の線形モデルで表現した。

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= k_{21}q_2 + k_{22} \frac{d}{dt}(q_2), & \frac{ds_2}{dt} &= f_1 - q_2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここに、 s_2 :2段目タンク貯留高[mm]、 k_{21}, k_{22} :貯留係数、 q_2 :地下水流出高[mm/h]

1段目(表面・中間流出成分)の流出高 q_1 と2段目(地下水流出成分)の流出高 q_2 を合算して全流出高 q とする。

$$q = q_1 + q_2 \quad (12)$$

式(9)～式(12)を用いた流出計算法については既に詳しく説明されているので、参考文献7)を参照されたい。なお、本手法で複合流域の計算を行う場合も未知定数 c_{11}, c_{12}, c_{13} は全分割流域で同一値をとるものとする。

地下水流出成分を含む貯留関数法では留萌川幌糠で洪水再現計算を行った。単一流域モデルの再現結果は図-6に、複合流域モデルのそれは図-7に示す。なお、この流域は表-1に表されるように分割流域数は8で、河道数は4である。観測流量は黒点、目的関数にKAI2を用いた再現計算は破線、MSEを用いた再現計算は黒線で表現している。

単一流域モデルではKAI2の J_{pe} が -0.2400 、MSEの J_{pe} が -0.0390 となり、複合流域モデルではKAI2の J_{pe} が -0.2120 、MSEの J_{pe} が -0.0220 となった。単一流域・複合流域モデルとも目的関数にMSEを用いた方がピーク流出高の再現性が高い結果となっている。

雨竜川、渚滑川、湧別川についても同様に洪水再現計算を行った。その結果を要約して表-4に示す。各流域モデルで精度の高かった J_{pe} を太文字で示し、同様に精度の高い方の J_{re} の背景を灰色で示している。

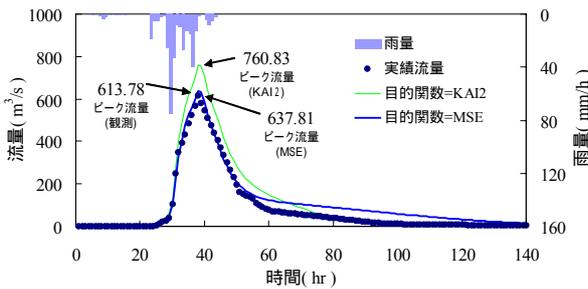


図-6 留萌川昭和63年8月26日洪水・再現図(単一流域)

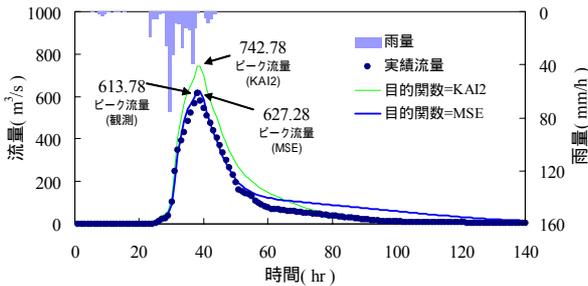


図-7 留萌川昭和63年8月26日洪水・再現図(複合流域)

表-4 目的関数の比較結果

目的関数	結果	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	
単流域	KAI2	C_{11}	10.6349	6.8973	5.3883	6.9573
		C_{22}	0.1303	0.2914	0.4031	0.2765
		C_{33}	1.1132	2.1895	1.3605	1.6141
		J_{re}	0.6597	0.4684	0.1678	0.1423
		J_{pe}	-0.2400	-0.1420	0.0720	0.1240
複合流域	MSE	C_{11}	11.1163	6.9956	5.5779	7.0211
		C_{22}	0.1462	0.2277	0.2993	0.2274
		C_{33}	1.4806	2.0229	1.2631	1.5225
		J_{re}	1.8771	0.5564	0.1881	0.1605
		J_{pe}	-0.0390	0.1290	0.0600	0.0890

目的関数	結果	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	
単流域	KAI2	C_{11}	15.7275	5.8825	7.9521	11.9180
		C_{22}	0.1101	0.7069	0.4294	0.2080
		C_{33}	1.1029	2.3685	1.3438	1.5268
		J_{re}	0.6605	0.3599	0.1050	0.1041
		J_{pe}	-0.2120	0.1100	0.0450	0.0490
複合流域	MSE	C_{11}	15.9705	6.5147	8.3567	12.3240
		C_{22}	0.1433	0.5060	0.3287	0.1692
		C_{33}	1.4853	2.0393	1.2787	1.4639
		J_{re}	1.8889	0.4254	0.1175	0.1123
		J_{pe}	-0.0220	0.0490	0.0410	0.0480

7. まとめ

本報告では留萌川(S63年8月26日)幌糠地点、雨竜川(S63年8月25日)多度志地点、渚滑川(H10年9月16日)上渚滑地点、湧別川(H10年9月16日)開成地点での洪水再現計算を行い、目的関数の差異による貯留関数法の精度比較を行った。

その結果、目的関数の差異による貯留関数法の再現計算の精度に大きな違いが表れる事が確認された。以下に結論を要約して述べる。

- (1)単一流域・複合流域モデルともに損失項を含む貯留関数法と地下水流出成分を含む貯留関数法で、目的関数にMSEを用いた方がピーク値の再現精度が高くなっている。
- (2)有効雨量を用いた貯留関数法について、今回の4洪水例では単一流域・複合流域モデルともに、目的関数MSE・KAI2の違いによる大きな差異は見られない。
- (3)単一流域モデルと複合流域モデルの精度を比較すると、損失項を含む貯留関数法、地下水流出成分を含む貯留関数法ともに、複合流域モデルを用いた方が、ピーク流量の精度が高くなることが確認された。
- (4)どの流出モデルにおいても単一流域・複合流域モデルともに、目的関数KAI2で J_{re} が小さく、MSEでは J_{pe} が小さくなる傾向が確認された。

参考文献

- (財)北海道河川防災研究センター: 一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法, 152p., 2001.5.
- 中津川誠・星清・橋本謙秀: 成分分離に基づく流域・河道追跡のための貯留関数モデルの同定, 水工学論文集, 第46巻, 土木学会, 2002.3.
- 北海道開発局土木試験所河川研究室: 実用的な洪水流出計算法, 185p., 1987.3.
- 日野幹雄・長谷部正彦: 水文流出解析, 森北出版, 254p., 1985.
- 星清・園山裕士: 成分分離に基づく貯留関数モデルの同定手法の改良, (財)北海道河川防災研究センター, 研究所紀要, pp.241-252, 2002.10.
- 秋田大輔・星清: 2段ダク型貯留関数法の最適化比較, (財)北海道河川防災研究センター, 研究所紀要, pp.249-282, 2003.10.
- 星清・松木賢治: 2段タンク型貯留関数法を用いた流域流出・河道追跡モデルの計算手法, (財)北海道河川防災研究センター, 研究所紀要, pp.407-459, 2004.10.