平成16年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第61号

RBF による設計許容空間の近似と耐震設計への応用について

Approximation of design allowable space by RBF and its application to structural seismic design

北海学園大学工学部土木工学科　　正　員　杉本博之（Hiroyuki Sugimoto）
北海学園大学大学院　　○学生員　阿部淳一（Junichi Abe）
香川大学工学部信頼性情報システム工学科　　正　員　荒川雅生（Masao Arakawa）
北武コンサルタント（株）　　正　員　渡邊忠朋（Tadatomo Watanabe）

1. まえがき

現在，橋梁の耐震性能の照査は，時刻歴応答解析による照査を基本としている．この時刻歴応答解析は，解析に多大な時間を必要とし繰り返し計算が必要な設計には，時刻歴応答解析を直接組み込むことは，実用的ではない．そのためには，何らかの方法で，動的応答を近似させる必要がある．

1 次の振動モードが卓越するような構造物に関しては，非線形スペクトル法における近似が使用されている[1)]．だが，高次モードが卓越するような構造物，または免震構造物等の場合，その応答は複雑となり，非線形スペクトル法による応答値の推定は困難になると考えられる．そこで本研究では，Radius Basis Function（以下，RBF）を用いて構造物の動的応答を推定し，最適耐震設計を行うことを考えた．

構造最適耐震設計における RBF を応用した例は少なく，RBF のパラメータ等の検討も不十分ではないかと考えられる．

そこで本論文では，構造最適耐震設計に RBF を用いるための基礎的研究とし，簡単な 2 変数の構造最適設計を用いることにより RBF のパラメータの検討を行う．そしてこの結果を，最適耐震設計に応用を行った．

2. RBF

2.1　RBF の概要　RBF は放射基底関数のことをいい，その代表的なものとして次式のガウス関数があげられる．

$$h(x)=\exp\left(-\|x-c\|^2/r^2\right) \qquad ・・・・・（1）$$

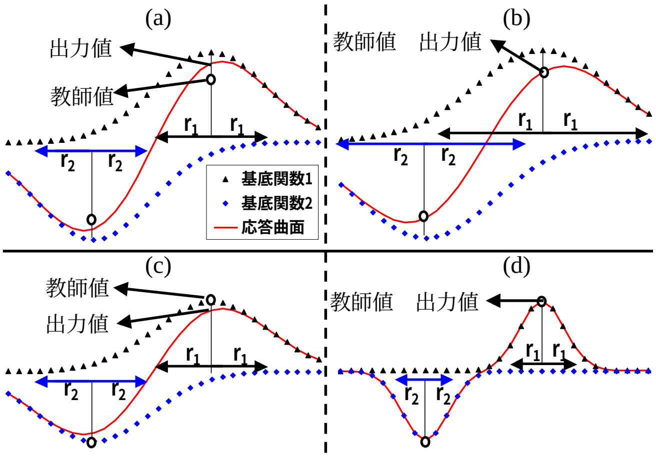
ここで，x は入力する変数， h(x)は x に対する基底関数の出力値，‖ ‖はノルムを示している．c は基底関数の中心位置，r は基底関数の半径である． RBF による応答曲面は，複数の基底関数に重みを乗じて重ね合わせることにより形成される．つまり，基底関数の数を m 個とすると，次式のように表現される．

$$O(\mathbf{x})=\sum_{j=1}^{m} w_j h_j(\mathbf{x}) \qquad ・・・・・（2）$$

ここで，O(x)は関数の出力値，w_j は基底関数に対する重み係数である．また，この重みは次式を最小にすることで決定される．

$$E=\sum_{i=1}^{p}\left(y_i-O(x_i)\right)^2+\sum_{j=1}^{m}\lambda_j w_j^2 \qquad ・・・・・（3）$$

ここで，y_i は教師値，λ_j は w_j の制御パラメータである．最適な重みは，式（3）を偏微分することにより得られ，



図－1　r とλの概念図

結果のみを示すと以下のようになる．

$$\mathbf{W}=\left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}+\mathbf{\Lambda}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{y} \qquad ・・・・・（4）$$

ここで，

$$\mathbf{\Lambda}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \lambda_j\end{bmatrix} \qquad \mathbf{y}=\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ \vdots\\ y_i\end{bmatrix} \qquad \mathbf{H}=\begin{bmatrix}h_1(x_1) & \cdots & h_m(x_1)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ h_1(x_p) & \cdots & h_m(x_p)\end{bmatrix}$$

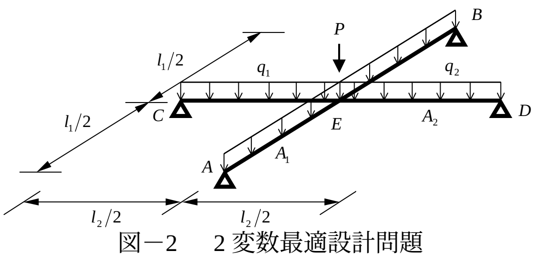
となる．[2)]

2.2　r とλの関係　RBF の学習において，パラメータは w，λ，r となる．w は式(4)により算定され，r は最適化によって求める．結果，入力パラメータはλとなる．このλの値は，最適化される半径の値に影響を与える．

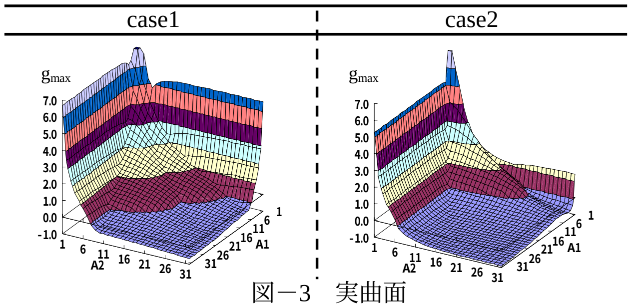
半径の最適化は，出力値と教師値の 2 乗誤差の最小化とし，各基底関数及び各設計変数の半径を最適化する．つまり以下の式となる．

$$OBJ=\sum_{i=1}^{p}\left(y_i-O(x_i)\right)^2 \rightarrow \min \qquad ・・・・・（5）$$

図－1 に 1 変数を例とした，r とλの関係の概念図を示す．λの値が比較的大きい場合，式（3）は第 2 項の値が大きくなり，応答曲面の出力値は教師値と大きく異なる(図－1(a))．そこで，各基底関数が互いに重なり合い，目的関数の値を小さくしなければならない．結果，半径は比較的大きく最適化され(図－1(b))，大域的な近似が可能となる．一方，λの値が比較的小さい場合，基底関数は，式（3）の第 2 項の値が小さく，基底関数単独では，目的関数の値は小さい．だが各基底関数を重ね合わせると，目的関数の値は大きくなる(図－1(c))．従って，各基底関数が重なり合わないように，半径は小さくなる傾向(図－1(d))となる．このような傾向を把握し，対象とする構造最適設計問題に適切なλの入力が必用とされる．



図－2　2 変数最適設計問題



図－3　実曲面

3. RBF を用いた構造最適設計

ここでは，RBF の基礎的研究とし，パラメータの検討について説明する．対象とする構造を図－2[3)]に示す．図中の A_i は i 部材の断面積，q_i は i 部材の分布荷重，P は集中荷重，l_i は i 部材のスパン長である．設計変数は A_1，A_2 の 2 変数とした．目的関数は，構造全体の総容積とし，制約条件は，各部材の最大応力が許容応力以下とする．設計条件は $q_1=q_2=1.0$，P=0.0，$l_1=120$，$l_2=100$ を case1 とし，$q_1=q_2=0.1$，P=1.0，$l_1=100$，$l_2=300$ を case2 とし，2case で検討した．最適化手法は遺伝的アルゴリズム(以下，GA[4)])を用いた．以下に目的関数式，制約条件式を示す．

$$F = \sum_{i=1}^{2} A_i l_i \qquad \cdots\cdots \quad (6)$$

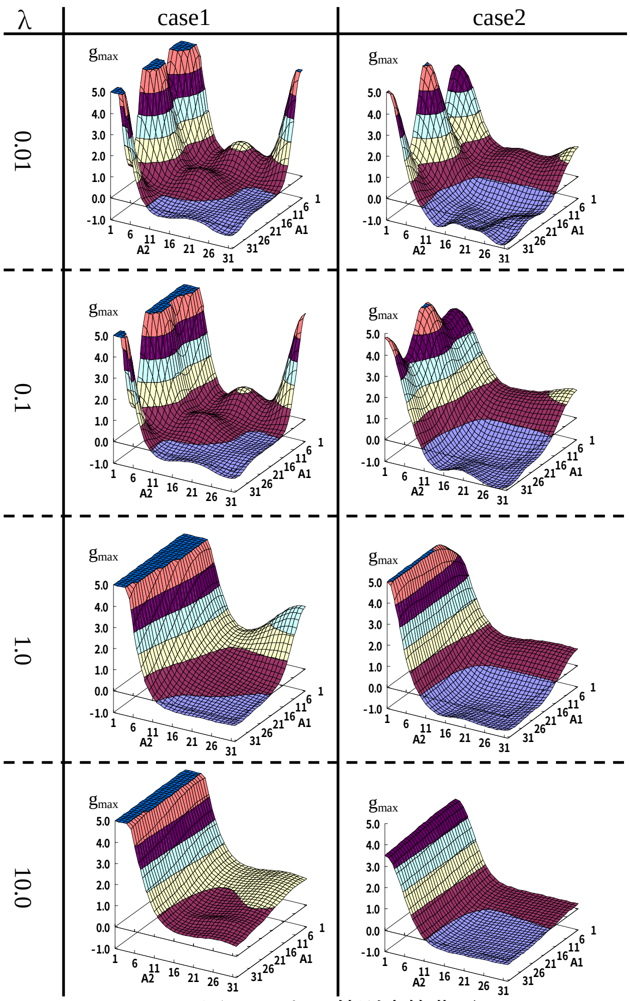
$$g_i = \left|\sigma_{i\max}\right| - 20 \le 0 \quad (i = 1〜2) \qquad \cdots\cdots \quad (7)$$

ここで，F は目的関数，g_i は i 部材の制約条件，$\sigma_{i\max}$ は，i 部材の最大応力である．半径の最適化は，ADS[5)]を用いた．最適化手法は，BFGS の可変計量法とした．

3.1 応答曲面の作成　本研究は，GA で扱われる制約条件の近似を試みる．だが複数の制約条件を持つ設計問題の場合，その数だけ曲面を作成しなければならず，効率的ではない．最適化計算における制約条件は，1 つでも満足しなければ，その設計は非許容解となる．つまり，全ての制約条件での最大値（以下，g_{max}）を照査することによって，その設計が満足しているか否かは判定を行うことができる．そこで本研究では，g_{max} を教師データとして応答曲面を作成し，GA に与えるものとする．つまり，教師データは以下の式となる．

$$y = \max\left(g_i\right) \quad (i = 1〜2) \qquad \cdots\cdots \quad (8)$$

3.2 λの検討　2 節に示した様に，λの値は重みを抑制する項であり，g_{max} の近似に適切なλを設定しなければならない．そこで本研究では，同じ学習データを用いてλ=0.01，0.1，1.0，10.0 で曲面を作成し，検討する．学習データ数を 10 点とし，半径の最適化は，初期半径 5.0，最小半径 0.001，最大半径 1000 とし，最適化を行っている．図－3 に全ての設計点に対して解析を行い，g_{max} を高さ方向にプロットした等高線図を示す．つまり，図－3 の等高線図を RBF で近似を行うことになる．　また，



図－4　λの値別応答曲面

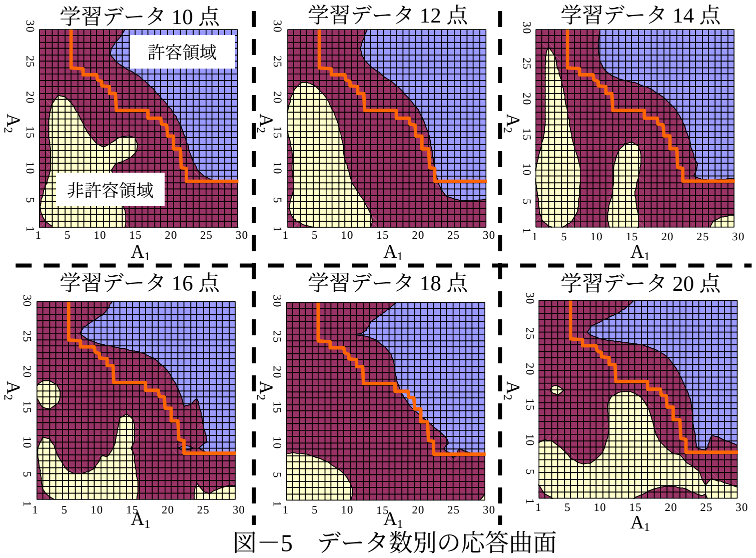
図－4 にλの値別に作成された応答曲面を示す．

case1 で各応答曲面を比較すると，λ=0.01 及び 0.1 の場合，g_{max} の値が比較的高い場所で，基底関数が独立するように存在していることが確認できる．実曲面に比べ，起伏が激しい応答曲面となった．λの値が重みに比べ小さすぎると考えられる．一方λ=10.0 では，許容領域が存在しなく，GA は解を出すことが不可能となる．この場合，λの値が大きすぎると考えられる．λ=1.0 の場合，曲面の形を比較的精度良く近似している．case2 で比較検討を行っても，case1 と同様，λ=1.0 で比較的精度良く近似できていることが確認できる．g_{max} の近似を行う場合，λ=1.0 程度で重みを適度に抑制できることが考えられる．

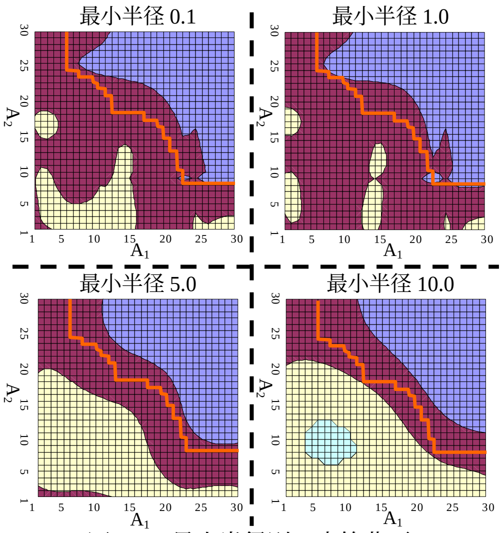
3.3　半径の最適化　半径の最適化における設計変数は，学習データ数に比例し増加する．設計変数が増えれば，最適化の負担は多くなる．そこで次に，学習データの増加による，最適化される半径への影響について検討する．

図－5 に学習データを 10 点から 2 点ずつ追加し，計 20 点まで学習データを追加した場合の応答曲面を示す．設計条件は case1 とした．ここでは，許容領域の近似の精度を確認するため，2 次元で曲面を表した．図中の薄い黒が許容領域，それ以外が非許容領域となる．また，図中の太線は，真の許容，非許容の境界線となる．

学習データ 10 点を基準に比較検討をする．学習データ 14 点までは，データを追加することにより，許容領



図－5　データ数別の応答曲面



図－6　最小半径別の応答曲面

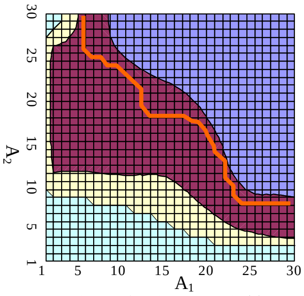
域が真の境界線に近付いていくことが確認できる．だが，学習データ数 14 点以降は，データが追加されているのに関わらず，曲面が改善されていない．そこで，比較的精度良く近似できた学習データ 14 点と，20 点の最適化された半径について検討を試みた．各応答曲面の半径を確認すると、学習データ 14 点の場合最小半径は約 3 であるが、20 点の場合約 0.001 となった．RBF における応答曲面は，各基底関数が重なり合い近似を行うものであり，最適化される半径の値が 0.001 となると，基底関数は重なり合うことができない．曲面の改善が得られない要因として，このような半径の極小化が考えられる．

上記に示した半径の極小化を抑えるため，半径の下限値を制約することを考える．図－6 に最小半径を 0.1, 1.0, 5.0, 10.0 と制約し，最適化した場合の応答曲面を示す．用いたデータは，図－5 のデータ数 20 点のものとし，この応答曲面を基準に比較検討をする．図を比較すると，最小半径 0.1 及び 1.0 の場合には大きな違いは表れないが， 5.0 とした場合，精度良く近似できていることが確認できる．10 とした場合は精度が下がっている．このように，ある程度半径の下限値を制約することにより，曲面の精度が向上している．だが半径の値は，その基底関数が，設計空間に影響を及ぼす範囲である．よって，設計空間が変われば半径の下限値を再度検討しなければならず，一般的ではない．

そこで次に，各基底関数間の最小距離を半径に応用することを考える．ADS に用いる半径の初期値を，各基底関数間の最小距離とし，最適化を行ってみた．作成された応答曲面を図－7 に示す．真の境界を，精度良く近似できていることが確認できる．各基底関数間の距離を利用することにより，設計空間に影響されない，一般的な近似が可能となった．

4. 最適耐震設計への応用

これまでの検討結果を基に，最適耐震設計への応用を試みる．対象とする構造物は，道路橋 1 層門型 RC ラーメン橋脚とし，柱部材の最適化を行う．これを図－8 に示す．また，柱部材は非線形領域を考慮し，それ以外の部材は全て弾性とした．部材の骨格曲線は，道路橋示方



図－7　初期値変更の応答曲面

書・同解説[6]より，バイリニア型の，曲げモーメント M －部材角 θ 関係として与える．

4.1　最適耐震設計問題の定式化　目的関数はコンクリート及び鉄筋のトータルコストとする．以下に目的関数式を示す．

$$OBJ = \alpha_c \cdot V_c \cdot K_c + \alpha_s \cdot V_s \cdot K_s \cdot G_s \quad \cdots\cdots (9)$$

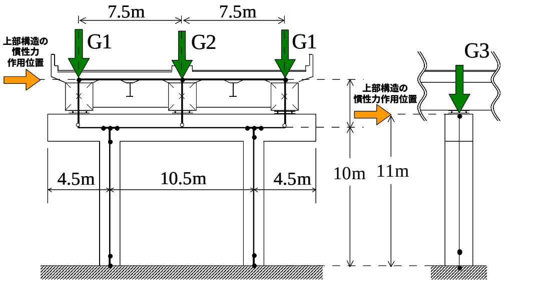
ここで，$V_c(m^3)$はコンクリート量，$V_s(m^3)$は鉄筋量，α_c はコンクリートの単価補正係数，α_s は鉄筋の単価補正係数で共に 1.0 とした．K_cはコンクリート単位容積当たりのコスト(=65.1unit/m^3)，K_s は鉄筋単位重量当たりのコスト(=9.1 unit/kN)，G_sは鉄筋の単位重量(=77kN/m^3)である．制約条件は，耐震性能に対する条件，及びせん断破壊に対する条件とする．耐震性能に対する条件は，種々のコンクリート構造物に対応させるため，非線形を考慮する部材の部材角を照査する．これを，タイプⅠ及びタイプⅡ地震動に対して，橋軸方向及び橋軸直角方向で照査する．制約条件式を以下に示す．

$$g(i) = \frac{\theta_{dij}}{\theta_{rdij}} - 1 \le 0 \quad (i = 1 \sim M,\ j = 1 \sim 2) \quad \cdots\cdots (10)$$

$$g(i) = \frac{V_{di}}{V_{rdi}} - 1 \le 0 \quad (i = 1 \sim M) \quad \cdots\cdots (11)$$

ここで，M は部材数，θ_{dij} は部材 i の部材端部 j に対する応答部材角，θ_{rdi} は部材 i の部材端部 j に対する許容部材角，V_{di} は部材 i の設計せん断力，V_{rdi} は部材 i のせん断耐力である．RBF による応答曲面は，式(8)の最大値を教師値とし，近似を行う．

4.2　最適耐震設計システム　本研究では，数回の時刻歴応答解析を基に，応答曲面を作成し，最適化を行うものである．だが，時刻歴応答解析プログラム，応答曲面作成プログラム，GA プログラムは単独で実行形式を持



図－8　構造図

つため，これら全てがリンクする最適設計システムを用いる．この設計システムを図－9 に示す．システムの流れを以下に示す．まず，設計の母集団をランダムに発生させる．この母集団の中から，初期学習データとして数点，設計空間内で疎なものから選択する．選択された学習データに対し時刻歴応答解析を行い，制約条件を求め，応答曲面を作成する．作成された応答曲面を用いて GA が最適化を行い，設計解が得られるという流れである．

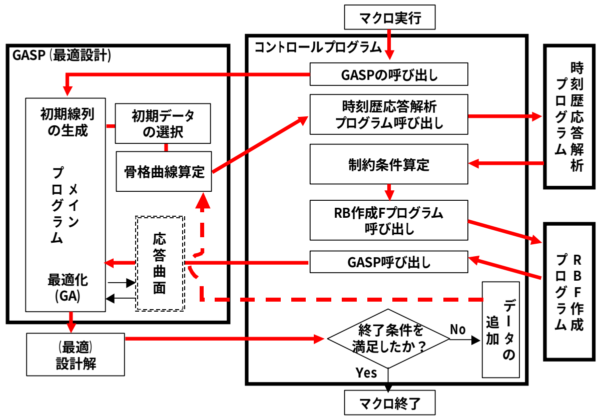
また，この最適耐震設計システムでは，曲面を数回更新することによって，さらなる最適解の探索を行うシステムとした．曲面を更新するには，学習データの追加が必要となる．本研究では，GA で得られた設計解と，設計空間内で疎な点を 1 点選ぶ．この 2 点に対し解析を行い，初期学習データに加えて再度応答曲面を作成する．GA の解を追加することにより，局所的な精度を向上させ，疎な点を追加することにより，大域的な精度を向上させる意味を持つ．また，これら一連の流れは全て自動で行われる．

4.3　設計変数　本研究は，正方形断面を対象とした．設計変数は，断面高さ B，軸方向鉄筋本数 N，せん断補強鉄筋径 D_w，せん断補強鉄筋組数 N_w，せん断補強鉄筋配置間隔 S_v とした．また，コンクリート強度は 27N/mm^2，軸方向鉄筋径は 32mm，軸方向鉄筋強度は 345N/mm^2 とした．各設計変数の候補値を表－1 に示す．

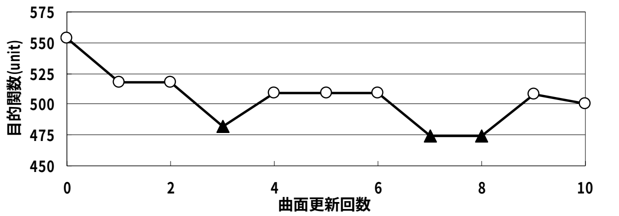
4.4　計算結果　図－10 に応答曲面更新回数と目的関数の推移を示す．図中の〇は，GA の最適解が時刻歴応答解析で許容解となった場合，▲が非許容解となった場合である．目的関数が最小となったのは，応答曲面の更新回数 10 回で，目的関数は 500.2651unit となった．得られた最適設計の制約条件は，せん断破壊の最大値で－0.52，耐震性能の最大値で－0.01 となり，耐震性能に対してアクティブな設計となった．応答曲面は，真の境界付近を精度良く近似できたと考えられる．この得られた最適設計の妥当性を確認するため，非線形スペクトル法との比較を試みる．表－2 に RBF 及び非線形スペクトル法で得られた最適設計の，目的関数と断面諸元を示す．非線形スペクトル法に比べ，目的関数は約 2 割減少した．断面諸元は非線形スペクトル法に比べ，断面幅及び軸方向鉄筋本数が少なく，せん断補強鉄筋径が大きくなった．また，非線形スペクトル法で得られた最適設計を RBF で解析を行うと，許容解となったが，RBF により得られた最適設計を非線形スペクトル法で解析を行うと，非許容解となった．これら 2 つの設計は時刻歴応答解析の照査を満足していることから，RBF の有効性が検討できたと考えられる．

表－1　設計候補値

B(mm)	N(本)									Dw(mm)	Nw(組)	Sv(mm)
1800	17	18	19	20	21	22	23	24	25	16 or 19 or 22	1 or 2	100 or 200
1900	18	19	20	21	22	23	24	25	26			
2000	19	20	21	22	23	24	25	26	27			
2100	21	22	23	24	25	26	27	28	29			
2200	22	23	24	25	26	27	28	29	30			
2300	23	24	25	26	27	28	29	30	31			
2400	25	26	27	28	29	30	31	32	33			
2500	26	27	28	29	30	31	32	33	34			



図－9　最適耐震設計システム



図－10　目的関数の推移

表－2　最適設計解

手法	OBJ	断面幅	鉄筋本数	せん断補強鉄筋径	せん断補強鉄筋組数	せん断補強鉄筋間隔
スペクトル法	620.7920	2400	29	19	2	100
RBF	500.2651	2000	20	22	2	100

5. あとがき

構造最適設計に RBF を用いるため，簡単な構造最適設計を例に，パラメータの検討を行った．λの検討では，1.0 を用いることにより，大域的な近似が可能となった．半径の検討では，初期値に各基底関数間の最小距離を用いることによって，精度の高い近似が可能となった．RBF のパラメータを決定し，最適耐震設計に応用を行ったところ，非線形スペクトル法に比べ，目的関数を減少することができ、RBF の有効性が検討できた．

参考文献

1) 杉本･齋藤･渡邊：RC ラーメン高架橋の耐震補強最適化に関する研究,構造工学論文集 Vol.46A,2000.

2）杉本・名畑・荒川・古川・渡邊：道路橋耐震設計のための統合化システムについて,土木学会北海道支部論文報告集 第 60 号,2004.

3）山田・大久保監訳：最適構造設計,丸善株式会社,1981.

4) 杉本・鹿：工業最適設計のための汎用 GA プログラムについて,北海学園大学学園論集 第 96・97 号,1998.

5) Vanderplaats, G.N. and Sugimoto, H.：A General Purpose Optimization Program for Engineering Design , Computer & Structure Vol.24 No1, 1986.

6) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅴ耐震設計偏,丸善株式会社,2002.