

円形リング構造体の脆性破壊解析における拡張個別要素法の適用性

An Applicability of Extended Distinct Element Method to a Brittle Fracture Analysis of Circular Rings

北海道大学大学院工学研究科 ○正 員 佐藤太裕 (Motohiro Sato)
 (株) ドーコン 正 員 小池明夫 (Akio Koike)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 蟹江俊仁 (Shunji Kanie)
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 三上 隆 (Takashi Mikami)

1. はじめに

個別要素法¹⁾は、粒状体やブロックの大変形を伴う力学的挙動を、剛体要素を用いて解くという、非連続体解析法としてこれまで主に発展を遂げてきた。しかしこの手法は、要素同士の連続性を有したモデル化を行うことで、連続体が破壊し、非連続体に至るまでの解析をも行うことが可能となる。この考え方により、近年では鉄筋コンクリート構造物や脆性材料はりの破壊解析²⁾⁻⁵⁾等が行われており、その有効性が示されてきている。

一般に脆性的な衝撃破壊現象は数多くの実験を行うことが困難であることから、現象の解明には精度の良い、かつ汎用性の高い数値解析手法の確立が不可欠である。個別要素法はその有用なツールとなりうるものであるが、その検討は前述のとおり梁部材が中心であり、例えば曲面を有する構造部材の脆性破壊に対する個別要素解析の適用例は、著者らの知る限りコンクリートシリンダーの割裂試験解析²⁾等を除きほとんど行われていない。梁のような矩形面を有する部材以外の破壊解析に対してもその有効性が示されれば、個別要素法は計算機の性能向上とともに脆性破壊解析手法としての汎用性が高くなると考えられる。

以上の点を鑑み本研究は、連続体が非連続体に至るまでの破壊現象を、「引張にも抵抗する間隙ばね」という概念を導入することにより再現可能とした拡張個別要素法(EDEM)⁶⁾を用いて、円形リングの脆性破壊挙動解析を行い、既往の実験結果⁷⁾との比較からその適用可能性について検討することを目的とする。具体的には円形リングを円断面を有する剛要素の集合体としてモデル化し、リングの諸元、衝突体の落下速度を既往の実験に対応させ変化させた解析を行うものである。また個別要素解析において常に問題となる定数設定の妥当性について検討するとともに、脆性破壊現象再現という観点での定数設定に関する問題点についても言及する。

2. 解析手法

2.1 定式化

本研究で行われる個別要素解析では、要素として円形の2次元剛体要素を考え、近接する各要素間の力を伝達する、法線方向と接線方向の間隙ばねおよびダッシュポッドをそれぞれ挿入することで連続体をモデル化する(図-1)。そして個々の要素が運動方程式を満足しながら近接する要素との相互作用により、全体の動的特性が表現される。

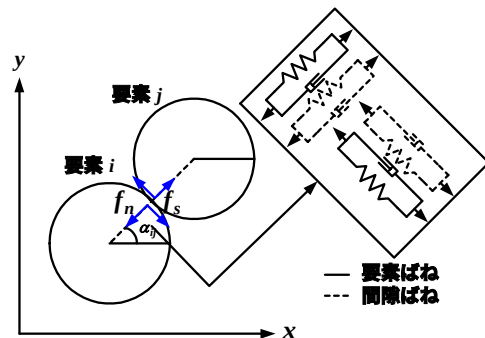


図-1 個別要素モデル

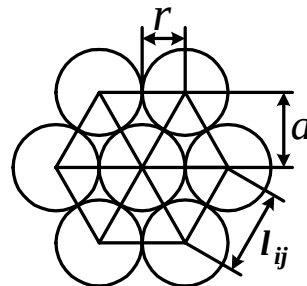


図-2 要素配列

図-1に示すとおり、近接する2つの円要素 i, j について、要素間中心を結んだ直線を要素接触の法線方向、それに対して垂直な方向を接線方向とする。円要素であるので接触判定は2要素間の中心座標および半径により行われる。要素 i, j の半径を r_i, r_j 、全体 $(x-y)$ 座標系の x 軸に対して要素間中心線とのなす角を θ_{ij} とし、要素 i, j の x, y 、回転(反時計回りを正)方向の微小時間 Δt 間の変位増分をそれぞれ $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta \theta_i$ および $\Delta x_j, \Delta y_j, \Delta \theta_j$ とすると、要素 i, j の時刻 $t - \Delta t \sim t$ 間における法線方向および接線方向の相対変位増分 ΔU_n (接近する方向を正)、 ΔU_s (反時計回りを正)はそれぞれ次式で表される。

$$\Delta U_n = (\Delta x_i - \Delta x_j) \cos \theta_{ij} + (\Delta y_i - \Delta y_j) \sin \theta_{ij} \quad (1a)$$

$$\Delta U_s = -(\Delta x_i - \Delta x_j) \sin \theta_{ij} + (\Delta y_i - \Delta y_j) \cos \theta_{ij} + r_i \Delta \theta_i + r_j \Delta \theta_j \quad (1b)$$

2要素間に作用する力を伝達する間隙ばね、ダッシュポッドについて、法線方向、接線方向の間隙ばね定数を k_n, k_s 、粘性減衰係数を c_n, c_s とすると、時刻 t における要素 i, j 間の法線、接線方向に作用する復元力 $e_n(t), e_s(t)$ 、粘性力 $d_n(t), d_s(t)$ および全抗力 $f_n(t), f_s(t)$ はそれぞれ次式となる。

$$e_n(t) = e_n(t - \Delta t) + k_n \Delta u_n \quad (2a)$$

$$e_s(t) = e_s(t - \Delta t) + k_s \Delta u_s \quad (2b)$$

$$d_n(t) = c_n \frac{\Delta u_n}{\Delta t} \quad (2c)$$

$$d_s(t) = c_s \frac{\Delta u_s}{\Delta t} \quad (2d)$$

$$f_n(t) = e_n(t) + d_n(t) \quad (2e)$$

$$f_s(t) = e_s(t) + d_s(t) \quad (2f)$$

ある要素 i には近接する全ての要素より力が及ぼされる。この力は要素 i に接触する要素 j について、式(2e), (2f)より得られる全抗力から、これらの合力を求めることにより得られる。時刻 t における要素 i に作用する力のうち、 x 方向成分を $F_{xi}(t)$, y 方向成分を $F_{yi}(t)$, 要素中心回りのモーメントを $M_i(t)$ とすると、これらは次式により表される。

$$F_{xi}(t) = \sum_j \{-f_n(t) \cos \theta_{ij} + f_s(t) \sin \theta_{ij}\} \quad (3a)$$

$$F_{yi}(t) = \sum_j \{-f_n(t) \sin \theta_{ij} + f_s(t) \cos \theta_{ij}\} \quad (3b)$$

$$M_i(t) = -r_i \sum_j f_s(t) \quad (3c)$$

これより要素 i の運動方程式は次式で表される。

$$m_i \ddot{u}_i(t) + F_{xi}(t) = 0 \quad (4a)$$

$$m_i \ddot{v}_i(t) + F_{yi}(t) = 0 \quad (4b)$$

$$I_i \ddot{\phi}_i(t) + M_i(t) = 0 \quad (4c)$$

ここで、 m_i , I_i は要素 i の質量および慣性モーメント、 $u_i(t)$, $v_i(t)$, $\phi_i(t)$ は要素 i の x , y 方向および回転変位それぞれ表す。解析対象となる全要素について式(4a)～(4c)を数値積分することにより、変位が求められる。本手法は前進差分的に解を追跡する、いわゆる陽解法による解析手法であり、上式より時刻 $t + \Delta t$ における加速度が求められると、変位、速度が逐次計算される。例えば x 方向ではそれらは次式を用いて計算する。

$$u_i(t + \Delta t) = u_i(t) + \dot{u}_i(t) \Delta t + (\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)) \frac{(\Delta t)^2}{4} \quad (5a)$$

$$\dot{u}_i(t + \Delta t) = \dot{u}_i(t) + \frac{\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)}{2} \Delta t \quad (5b)$$

y 方向および回転方向変位、速度も式(5a), (5b)と同様に逐次計算される。

2.2 破壊基準について

間隙ばねに破壊基準を設定し、式(1), (2)により逐次得られる結果から、間隙ばねの状態を以下のように分類し、全体の破壊現象を再現する。

(a) 間隙ばねは健全で、圧縮、引張、せん断のいずれの力にも抵抗する状態

(b) 間隙ばねに亀裂が入っており、引張力には抵抗しない状態

初期状態において、連続体を構成する要素間の間隙ばねは全て状態 (a) であり、力の伝達により破壊基準を超えたばねは状態 (b) に移行していく。状態 (b) においてはもはや要素は不連続であり、圧縮力のみに抵抗

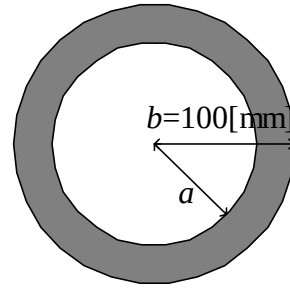


図-3(a) 解析供試体



図-3(b) 個別要素モデル

表-1 解析パラメータ
(解析条件)

要素配列	等径六角形最密配列
要素半径	0.001443 [m]
減衰定数	0.05
時間刻み	0.25[μs]

(供試体)

外径	200[mm]
厚さ	8[mm]
内径/外径比(a/b)	0.8, 0.6
密度	1.08×10^3 [kg/m ³]
ヤング係数	1.65 [GPa]
ポアソン比	0.17
引張強度	0.73 [MPa]

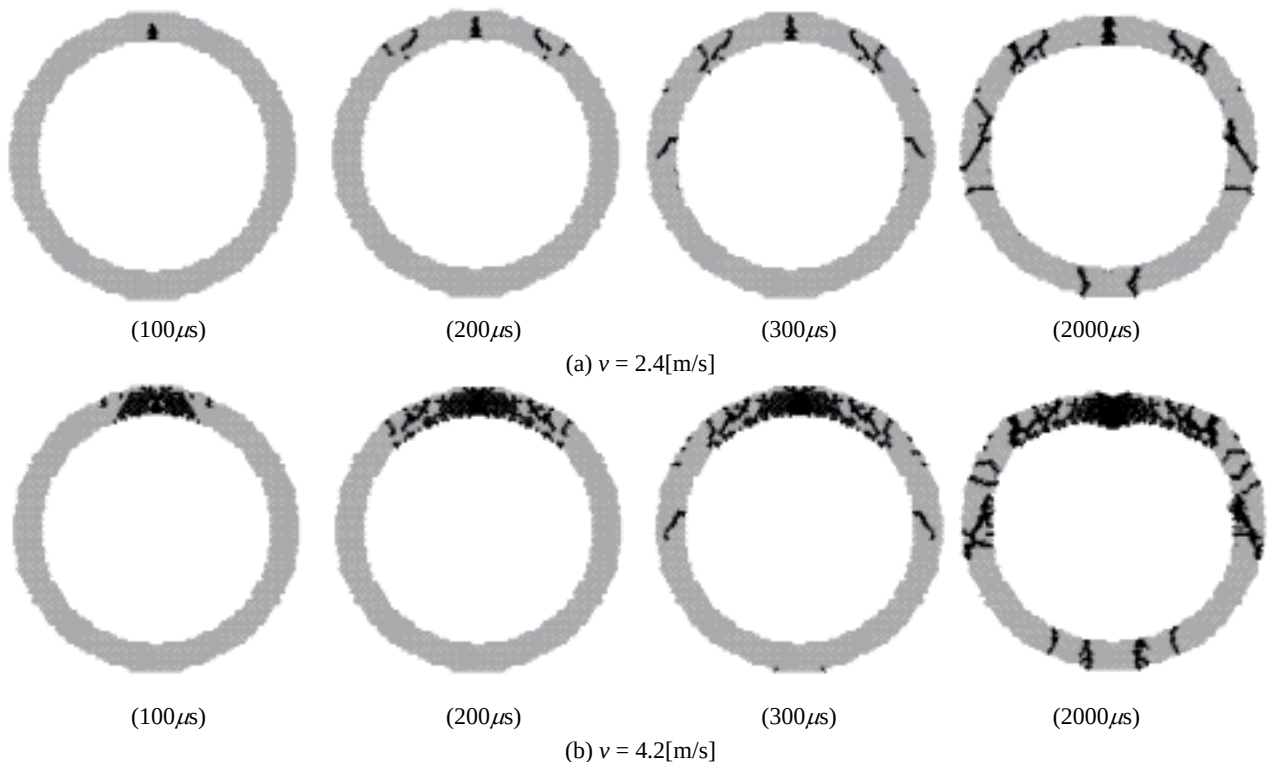
(衝突体)

質量	0.57[kg]
落下速度	2.4, 4.8[m/s]

する常態となる。なお破壊基準は法線方向に対して引張強度を適用することとする。

3. 解析モデルと解析パラメータについて

本研究での要素配列は図-2に示す等径六角形の最密配列とする。この場合における間隙ばね定数の設定法はこれまでにさまざまな提案がなされているが、本研究では法線方向、接線方向の間隙ばね定数 k_n , k_s は、等径要素が規則的に配置される非連続体のばね-質量系を弾性的に等価な連続体に置換し、その構成則を要素間ばねを置換することで求めた次式によることとする。

図－4 円形リングの破壊性状 ($a/b = 0.8$)

$$k_n = \frac{Et}{\sqrt{3}(1-\nu)} \quad (3)$$

$$k_s = \frac{(1-3\nu)Et}{\sqrt{3}(1-\nu)^2} \quad (4)$$

ここで E はヤング係数, ν はポアソン比, t は材厚である. 本定数の妥当性は, 2次元平面応力状態となる棒を上式を用いた個別要素でモデル化し, 得られた波動伝播速度と厳密解を比較した著者らの過去の研究⁹⁾により確認されているものである.

図－3(a)は解析対象とする供試体, 図－3(b)は個別要素モデルを示したものである. 衝突体は実験で用いられた鋼製板を等価な円形要素としてモデル化し, 円形リングに真上から衝突するものとする.

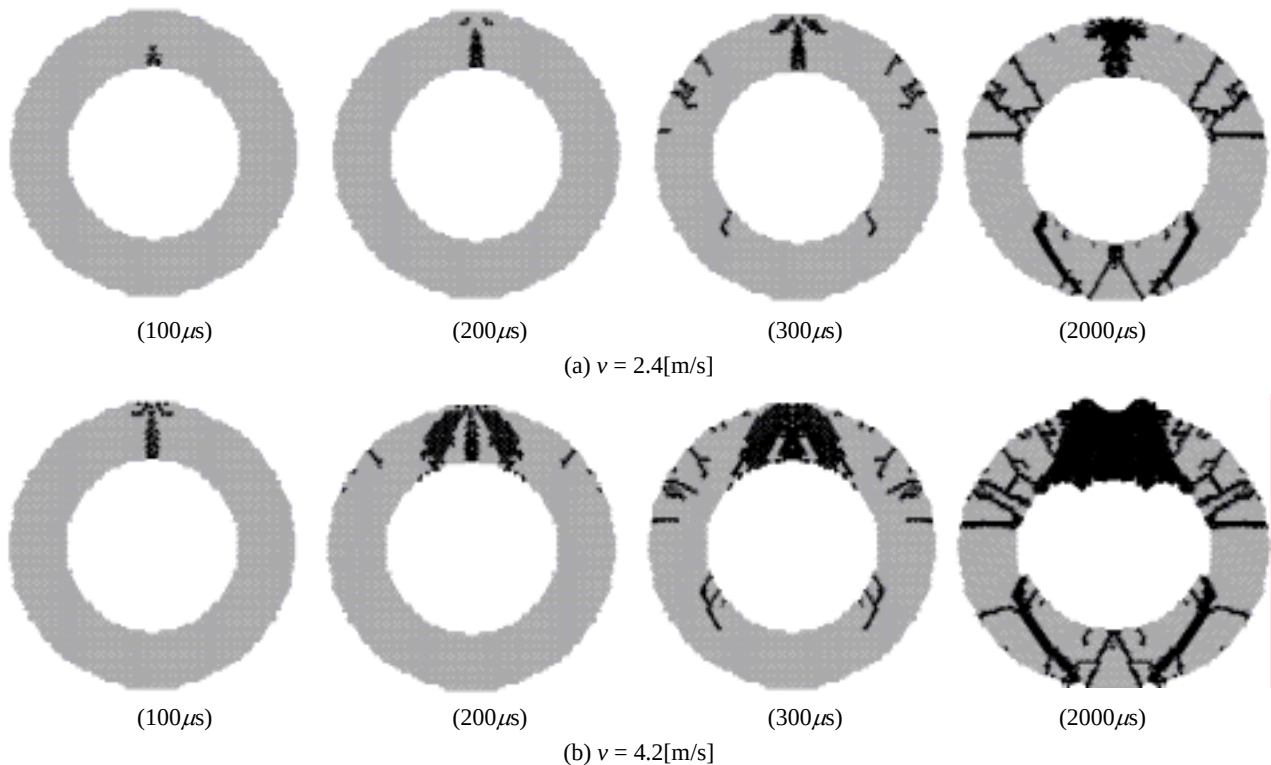
解析対象とする供試体の条件および解析パラメータは表－1に示すとおりである. 供試体は石膏とし, 供試体, 衝突体の条件は文献3)における実験に対応するものであり, これを個別要素解析する条件として設定した.

4. 結果と考察

図－4, 図－5は本解析により得られた円形リングの破壊進行の性状を, 寸法(内径/外径比), 衝突体の衝突速度を変えたものについて示したものである. リング内の黒い部分が間隙ばねの破壊を表しており, 亀裂が生じていることを示している. また図の下に記述された数字は衝突体衝突からの時間経過を表したものである. 衝突体の衝突速度が相対的に低い $v = 2.4$ [m/s] では, $a/b = 0.8$, 0.6 いずれにおいても $100 \mu s$ の段階ですでに衝突点の内側から破壊が生じ, 時間の進行とともに「第2の亀裂進展」が上側のリング外面より発生している. 同様の実験

ではこの鉛直線と第2の亀裂が入る点とのなす角は衝突速度が小さいほど, またリング厚さが厚いほど大きくなることが確認されている. これらの解析結果はその実験結果とよく一致したものと見える. 今回要素配列として等径六角形最密配列を用いて円弧部分を表現したため, 多少のがたつきが生じ, 結果としてその部分に応力が集中し, その部分から破壊が進行していく傾向も若干見受けられるが, 上述の円形リングの非常に特徴的な破壊性状を捉えるという観点では十分適用可能であると考えられる. また $2000 \mu s$ という十分時間が経過した終局に近い状態における被衝突体最下部の亀裂も再現されている. このような亀裂を解析上許容することで, 構造物全体としての変形(つぶれ)もよく再現されているといえる.

一方比較的速度の大きい $v = 4.2$ [m/s] においては, 衝突点から破壊が進行している. また図－5(b)では $v = 2.4$ [m/s] (図－4, 5(a)) において明瞭にみられた第2の亀裂進展がはっきりみられない. このことは実験結果と一致しない点である. しかし(b)と比較して厚みが大きい(d)では第2の亀裂進展はみられ, また破壊が進行し, 衝突点と離れた下部や側部での亀裂進展はよく再現されているといえる. このような結果となる解析上の原因としては, 本解析では引張破壊基準としてひずみ速度による強度増加を仮定していない点, また要素ばねを介して行われる衝突点での衝突体と被衝突体の力のやりとりが適切ではないことが, 衝突点近傍の破壊挙動を適切に表現できていない理由として考えられる. 今回の解析は脆性破壊解析における定数設定の妥当性を検討するために, パラメータは実験条件と同一で, 時間非依存かつ線形のものを用いている. これらのパラメータ設定を検討することが定量的な評価手法として重要であると考えられる.

図-5 円形リングの破壊性状 ($a/b = 0.6$)

5. まとめ

本研究では、拡張個別要素法を用いて脆性材料（石膏）でできた円形リングの脆性破壊挙動解析を、衝突体の落下速度および諸元を変化させて行い、既往の実験結果との比較を行った。得られた知見をまとめると以下のとおりである。

- (1) 速度が比較的小さい ($v = 2.4[\text{m/s}]$) は材料定数など、特別な調整をすることなく円形リングに特徴的な破壊性状を適切に表現することが可能である。
- (2) 速度が比較的大きい場合 ($v = 4.2[\text{m/s}]$) は、衝突点近傍での破壊性状が正しく解析されているとはいえない。これはひずみ速度効果および衝突体と被衝突体接触点のばね定数が適切に表現されていないことを示唆している。しかし衝突点から離れた位置での破壊性状はよく表現されているといえる。
- (3) 以上より、円形リングに対して要素配列を最密配列としたモデル化は、ある程度の要素分割により、特徴的な「第2の亀裂進展」など、破壊性状を精度良く表現可能であることが確認された。
- (4) 今後は高速衝突に対応するために必要な(2)で取り上げたパラメータの適切な設定法について検討することで、亀裂進展に要する時間や、衝撃力の面といった定量的な評価が可能となる解析手法の確立を目指す。

参考文献

- 1) P. A. Cundall : A Computer Model for Simulating

Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock System , Proc. of symposium, ISRM, Nancy, France, Vol.2, pp.129-136, 1971.

- 2) 森川博司, 澤本佳和, 小鹿紀英: 個別要素法を用いたコンクリートの破壊解析, 日本建築学会構造系論文集, 第473号, pp.127-135, 1995.
- 3) 尾田十八, 坂野憲一, 鈴木健文: 個別要素法によるぜい性材料ばりの衝撃破壊挙動の解析, 日本機械学会論文集 (A編), 69巻684号, pp.1272-1277, 2003.
- 4) 榎谷 浩, 中田吉彦, 梶川康男: 個別要素法の衝撃問題への適用に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.1477-1487, 1992.
- 5) 中田吉彦, 榎谷 浩, 梶川康男, 森嶋芳大: 個別要素法による鉄筋コンクリートばりの衝撃挙動解析, 構造工学論文集, Vol.44A, pp.1761-1771, 1998.
- 6) 伯野元彦: 破壊のシミュレーション, 森北出版株式会社, 1997.
- 7) S. Kida and J. Oda : Fracture Behavior of Brittle Circular Rings Subjected to Concentrated Impulsive Loading, Experimental Mechanics, 23(4), pp.425-430, 1983
- 8) 阿部和久: 個別要素法による連続体解析におけるバネ定数の設定, 土木学会論文集, No.543, I -36, pp.83-90, 1996.
- 9) 谷口祐介, 小池明夫, 佐藤太裕, 三上 隆: 拡張個別要素法による覆道への落石破壊シミュレーション, 土木学会北海道支部論文報告集, 第60号, pp.122-123, 2004