

軌道面上の不陸による走行荷重変動が鉄道軌道 RC 版に与える影響

Effect of Dynamic Load Amplification due to Fluctuation on RC plate for Railroad

北海道大学工学部 学生員 青木光昇(Mitsunori Aoki)
 北海道大学大学院 〇正員 蟹江俊仁(Shunji Kanie)

1. 本研究の目的

近年、鉄道の高速化に伴い、鉄筋コンクリート製の鉄道軌道が用いられるようになってきた。その中でも図-1は、従来の枕木に替わって RC 製の軌道スラブで線路を支持し、さらにそれを砕石に変わる鉄筋コンクリート版で路床に荷重を伝達するもので、維持管理にかかわる手間が低減されるため「省力化軌道」として知られている。さて、この省力化軌道であるが、積雪寒冷地では、衝撃吸収の役割を果たす CA モルタルが冬場に凍結融解を繰り返すことによる劣化が指摘されており、地盤に荷重を伝達する RC 版の応力負担の増大が懸念されている。

本研究の目的は、CA モルタルの劣化に起因する軌道の不陸を想定し、走行する列車の荷重変動が RC 版に与える影響について調査することにある。

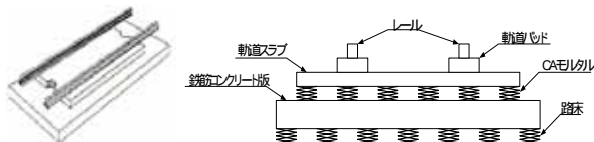


図-1 鉄道軌道 RC 版構造図

2. 軌道のモデル化と支配方程式

「鉄道構造物等設計標準・解説（運輸省鉄道局監修，鉄道総合技術研究所編）¹⁾」では、鉄道軌道用 RC 版の設計方法が規定されている。これによれば、鉄道軌道を構成する構造物である RC 版、軌道スラブ、レールは弾性はり部材として、またこれらを支える路床、CA モルタル、軌道パッドは線形バネとしてモデル化している。また、軌道への作用荷重は、荷重係数を含む列車荷重のほかに衝撃荷重も加味して設定しているが、CA モルタルなど軌道面上の不陸については特記されておらず、衝撃荷重の中に含まれているものと考えられる。しかし、CA モルタルの劣化に起因する不陸が凍結融解作用によるところが大きければ、積雪寒冷地とそれ以外のところで RC 版の応力負担も変わってくるはずであり、その影響は列車の走行速度が上げれば上がるほど深刻なものとなる可能性がある。

本研究では、RC 版への動的影響を把握するため、これを弾性床ばり上にモデル化した。一方、CA モルタルの劣化は、その上に置かれる路線方向延長 5m の軌道スラブに、最大で CA モルタルの厚さに等しい 5cm の不陸を発生させると考えられる。しかし、現段階ではその不陸の大きさや周期性を定量的に評価するに至っていないため、本研究では軌道スラブの長さや列車の走行速度から決定される周波数を、走行荷重の変動周波数として与え計算を行うこととした。

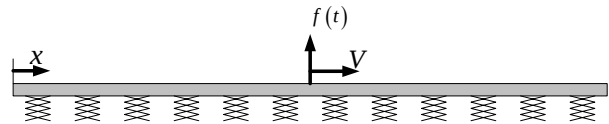


図-2 RC 版のモデル化

図-2 のように、変動する荷重 $f(t) = f_0 e^{i\omega t}$ が弾性床ばりの上を走行する場合の支配方程式は次のようになる。

$$EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + kv(x,t) - f(t) \delta(x-Vt) = 0 \quad (1)$$

ここに、

x : 水平方向距離, v : はりのたわみ, EI : はりの曲げ剛性, c : 減衰係数, m : はりの単位長さ当り質量, k : 地盤バネ値, V : 列車の走行速度, δ : Dirac Delta 関数, ω : 角周波数

次に、荷重点の周りを集中的に観察するために、荷重点を中心とした相対座標系で表わす。すなわち、 $r = x - Vt$ において、 v を r と t の関数に変換する。従って、解くべき方程式は次のようになる。

$$EI \frac{\partial^4 v(r,t)}{\partial r^4} + m \left\{ V^2 \frac{\partial^2 v(r,t)}{\partial r^2} - 2V \frac{\partial v(r,t)}{\partial r \partial t} + \frac{\partial^2 v(r,t)}{\partial t^2} \right\} + c \left\{ \frac{\partial v(r,t)}{\partial t} - V \frac{\partial v(r,t)}{\partial r} \right\} + kv(r,t) - f(t) \delta(r) = 0 \quad (3)$$

3. フーリエ変換による解の誘導

式-3 を解くことにより、荷重載荷位置を基準としたはりのたわみが求められる。本研究では、式-3 にフーリエ変換を適用して解を求めるものとする。 v のフーリエ変換形を s とし、

$$\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} = \lambda, \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega, \frac{c}{m} = 2\eta\omega \quad (4)$$

を使って式-3 を変形すると、

$$\hat{v}(s,t) = \frac{f_0}{EI} \frac{1}{s^4 - \frac{4\lambda^4}{\omega^2} V^2 s^2 + 2 \frac{4\lambda^4}{\omega} V \left(\frac{\omega}{\omega} - \eta i \right) s + 4\lambda^4 \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega} \right)^2 \right) + 2\eta \frac{\omega}{\omega} i} \quad (5)$$

となる。

式-5 の根を $s_j (j=1,4)$ とおき、整理すると、

$$\hat{v}(s, t) = \frac{f_0}{EI} \sum_{j=1}^4 A_j (s - s_j)^{-1} \quad (6)$$

となり，ここで逆フーリエ変換を用いると，

$$v(r) = \begin{cases} f^* \sum_{j=1}^4 A_j^* i \exp(is_j r) H(r) & \text{Im}[s_j] \geq 0 \\ -f^* \sum_{j=1}^4 A_j^* i \exp(is_j r) H(-r) & \text{Im}[s_j] < 0 \end{cases} \quad (7)$$

となる．ただし， $A_j = \Pi_{k \neq j} (s_j - s_k)^{-1}$ であり， $H(r)$ はヘビサイドのステップ関数である．

4. 計算結果

今回大きく分けて二つのケースについての考察を行った．一つは，滑らかな地盤の上を単位荷重が滑らかに移動する場合であり，もう一つは，不陸のある地盤の上を移動する場合である．この2ケースを標準的なバネ値を持つ地盤の場合と，軟弱な地盤の場合に分けて，たわみの応答倍率をグラフに表した．なお，地盤や線路の軌道条件は，基準に示されている一般的な軌道条件を使う．また， ω を考慮する場合は， $\omega = \pi(V/L)$ で求めるものとする．これは，軌道スラブの延長を1波長と考えた周波振動に相当する．

表-1 軌道条件

	値	単位
曲げ剛性 EI	211680	$\text{kN} \cdot \text{m}^2$
単位幅質量 m	2400	kg/m
標準的な地盤のバネ値 k_0	320000	kN/m^2
軌道スラブの単位長さ L	5	m
減衰係数 η	0.1	

4.1 地盤に不陸がない場合

まずは，地盤に不陸がない場合に限り，地盤のバネ値を替えてたわみの応答倍率を調べた．図-3(a)は，地盤のバネ値が標準的な場合であり，図-3(b)は，地盤のバネ値が小さい場合である．走行荷重の，走行速度を0とすると，無限長の弾性床土ばりに静的単位荷重が載った場合の理論解と一致する結果が得られている．

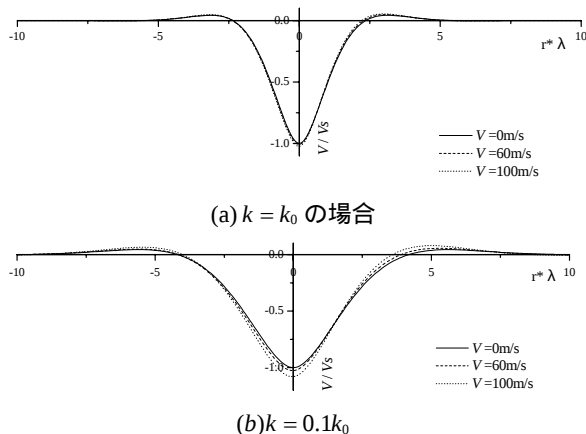


図-3 たわみの応答倍率 ($\omega = 0$)

4.2 地盤に不陸が存在する場合 ($\omega \neq 0$)

次は，地盤に不陸がある場合に限り，地盤のバネ値を替えてたわみの応答倍率を調べた．図-4(a)は，地盤のバネ値が標準的な場合であり，図-4(b)は，地盤のバネ値が小さい場合である．

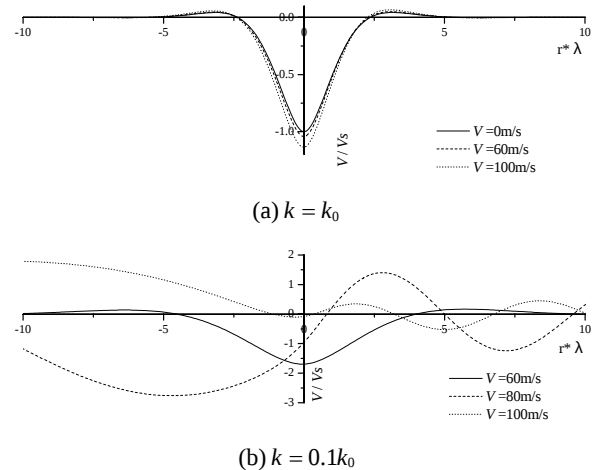


図-4 たわみの応答倍率 ($\omega \neq 0$)

5. 考察，今後の方針

地盤に不陸がない場合は，地盤のバネ値が減少する ($k = 0.1k_0$)，走行荷重の速度増加する，といったマイナスファクターが絡んでも RC 版の応答はあまり大きくならないことがわかった．また，ここではあえて図は載せなかったが， $k = 0.5k_0$ のときも $k = k_0$ のときと比べてそれほど大きな変化はでなかった．しかし，地面に不陸がある場合，とりわけ，走行荷重の速度が増加した場合は，周期的変動が極めて大きな応答をもたらし，危険が生じることがわかった．

ところで，今回，取り上げたバネ値 k_0 は，RC 版の軌道設計において一般的に用いられる値であるが，積雪寒冷地では，融雪水などの影響によって地表面近くが軟弱化することがあり，地盤のバネ値が $0.1k_0$ まで低下することも十分に考えられる．そのような事態に陥ったときには，RC 版に深刻な影響が出ることが懸念される．

今後の方針としては，列車の振動特性との連成解析をすすめていきたい．

参考文献

- 1) S. M. Holzer: COMPUTER ANALYSIS OF STRUCTURES
- 2) 園田恵一郎: 構造力学，土木工学ライブラリー-1
- 3) 菅野昭，高橋賞，吉野利男: 応力ひずみ解析
- 4) C. G. Koh, J. S. Y. Ong, D. K. H. Chua and J. Feng: Moving element method for train-track dynamics
- 5) 鉄道構造物等設計標準・同解説 (運輸省鉄道局監修，鉄道総合技術研究所編)