

ベンダーエレメント試験における経験則的な伝播時間同定法の提案

Empirical method for determination of shear-wave travel time in bender element test

函館工業高等専門学校 ○正会員 川口 貴之 (Takayuki KAWAGUCHI)  
 北海道大学大学院 フェロー会員 三田地 利之 (Toshiyuki MITACHI)  
 北海道大学大学院 正会員 澁谷 啓 (Satoru SHIBUYA)  
 函館工業高等専門学校 正会員 佐野 侑房 (Yoshifusa SANÔ)  
 函館工業高等専門学校 非会員 市川 昌嗣 (Masatsugu ICHIKAWA)

1. はじめに

Shirley & Hampton<sup>1)</sup> が piezoceramic を用いたベンダーエレメント (以下 BE) 試験を提案してからおよそ 30 年もの月日が経つが、せん断弾性波の伝播時間同定法に関する国際的なコンセンサスは未だに得られていない。このような背景もあって、昨年開かれた国際シンポジウム IS-LYON 終了後には BE 試験に関するミニワークショップが開催され、BE 国際一斉試験が行われることになった<sup>2)</sup>。

筆者らは、near-field effects<sup>3)</sup> などによって伝播時間の解釈が困難になると言われている、伝播距離が比較的小さい BE 試験をあえて数多く実施し、伝播時間同定法に関する検討を重ねてきた<sup>4), 5)</sup>。そこで、本文では BE 試験結果の解釈に関する問題点を明確にした上で、実施した試験結果をもとに伝播時間同定法を提案し、他の研究成果と比較することで、その適用性についても議論している。

2. BE 試験の問題点

BE 試験結果の解釈を困難にしている様々な要因の中でも、特に以下の 2 点が重要だと考えられる。

1 点目は、せん断弾性波速度  $V_s$  を求めるために必要な伝播時間  $\Delta t$  と伝播距離  $L$  のいずれもが、それぞれ特定困難な要因を有していることである。このため、厳密には片方の算出方法が正しいと仮定しない限り、もう片方の算出方法を議論することはできない。図-1 は Viggiani & Atkinson<sup>6)</sup> が実施した BE 試験結果である。図中の 3 本の線が交差する切片が供試体に挿入された BE の全長に等しいことから、tip-to-tip を  $L$  とすべきであるとしており、現在  $L$  は tip-to-tip とするのが主流である、しかし、この結果はあくまで図中のそれぞれの試験における  $\Delta t$  の算出方法が正しいと仮定した場合にのみ成立するという事に注意する必要がある。

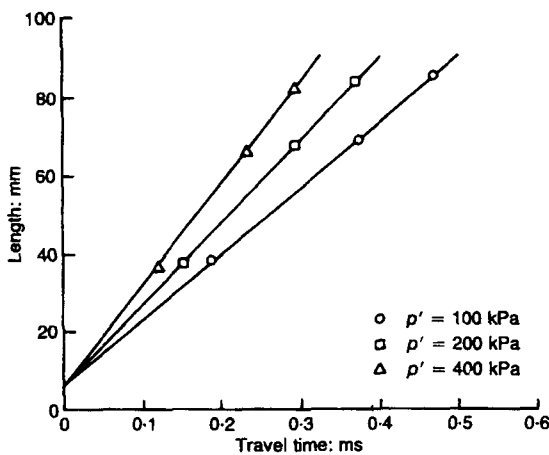


図-1 伝播距離の検討 (Viggiani & Atkinson<sup>6)</sup>)

2 点目は、一般的な BE 試験の場合、送信直後の弾性波に関する情報が得られないことである。このため、送信 BE に与えた電圧時刻歴を用いて  $\Delta t$  を求めるが、例えば送信電圧波のピークが、実際に伝播した直後のせん断波のピークと時間的に一致する保証は無い。Clayton et al.<sup>7), 8)</sup> は送・受信の BE を三軸試験機のキャップとペDESTAL に設置した他に、供試体側面の 2 箇所にも受信 BE を設置し、この問題を解決しようとしているが、この場合  $L$  の解釈が困難になると考えられる。

以上のことから考えると、様々な条件下で実施した BE 試験結果に基づいた、単に経験則的な伝播時間同定法の提案であっても、BE 試験の普及・発展に貢献でき、工学的に有用であると考えられる。

3. 伝播時間同定法の提案

図-2 は送信電圧波の波形・周波数が異なる BE 試験結果である。供試体は粉末乾燥状態で市販されている NSF 粘土 ( $w_L = 55\%$ ,  $IP = 26$ ) を液性限界の 2 倍程度のスラリー状態で練り返し、鉛直応力 150 kPa で 10 日間予圧密したものである。受信波の第 1、第 2 ピークは波形・周波数によらずほぼ共通であり、先述したように送信電圧波のピークと実際に生じたせん断波のピークが必ずしも時間的に一致しないことが推察される。このことを踏まえると、送・受信電圧時刻歴の peak-to-peak を  $\Delta t$  と解釈することは危険であり、start-to-start とする方が妥当だと考えられる。

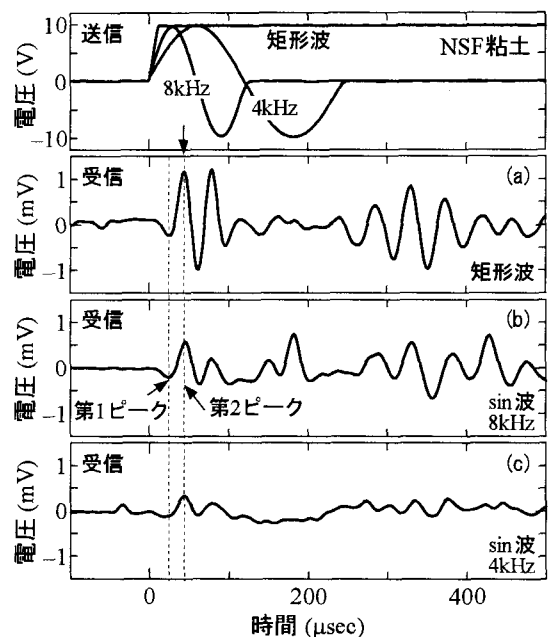


図-2 異なる送信波形・周波数を用いた BE 試験結果

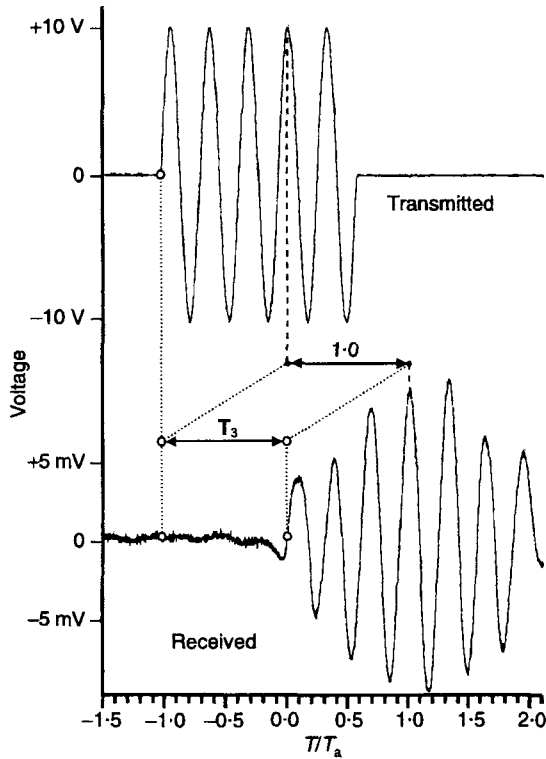


図-8 提案した伝播時間同定法の適用例 2 (Jovičić et al.<sup>11)</sup> に加筆)

C の決定が困難になる場合が存在することを確認しているが<sup>4), 5)</sup>, その場合には圧密応力に伴う受信時刻歴の変化や異なる波形・周波数を送信した際の受信時刻歴と十分に比較することで、まずせん断波の到達に伴う振幅 (図中では D 点) を見出し、B-D 間の変曲点 (ほぼ中間点) を C とすれば良いと考えている。

#### 4. 提案した伝播時間同定法の適用性

##### 4.1 他の BE 試験結果に対する適用

図-7は Viggiani & Atkinson<sup>6)</sup> が実施した BE 試験結果であり、送・受信データのクロスコリレーション (相互相関) 関数や位相 (差) クロススペクトルを用いることで決定した  $\Delta t$  は、sin 波を送信した際に得られた peak-to-peak (図中の B-B') にほぼ等しいとしている。ここで、図-7(a)中の A'点 が小さな振幅であると判断し、この振幅がせん断波の到達によるものではない (BE の初動の向きが一致しない) と仮定すれば、本文で提案した同定法に基づく  $\Delta t$  は  $T_1$  だと考えられる。また、図-7(b)についても同様に図中の 0-1-2 の振幅がせん断波の到達によるものではないと仮定すれば、提案した同定法に基づく  $\Delta t$  は  $T_2$  だと考えられる。図中に示したように、 $T_1$  と  $T_2$  は B-B' にほぼ等しく、本文で提案した同定法によって、Viggiani & Atkinson<sup>6)</sup> が算出した  $\Delta t$  とほぼ共通の値が得られることが分かる。また、Viggiani & Atkinson<sup>6)</sup> は矩形波を送信した場合、 $\Delta t$  を過小評価する恐れがあるとしているが、提案した同定法ではほぼ共通の  $\Delta t$  が得られる。また、図-8は Jovičić et al.<sup>11)</sup> による BE 試験結果であり、解析などにより得られた  $\Delta t$  は送・受信波における 4 番目のピーク間の時間差にほぼ等しいとしている (図中の 1-0)。先と同様に、受信波における最初の小さな振幅をせん断波の到達によるものではないと仮定すれば、提案した同定法より得られる  $\Delta t$  (図中の  $T_3$ ) とほぼ等しい。

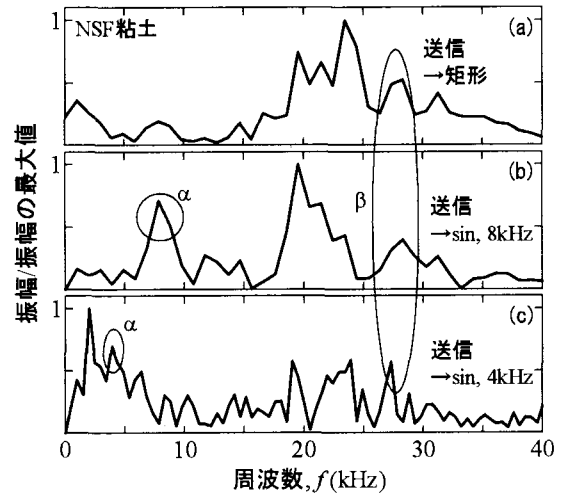


図-9 受信波のリニアスペクトルの比較

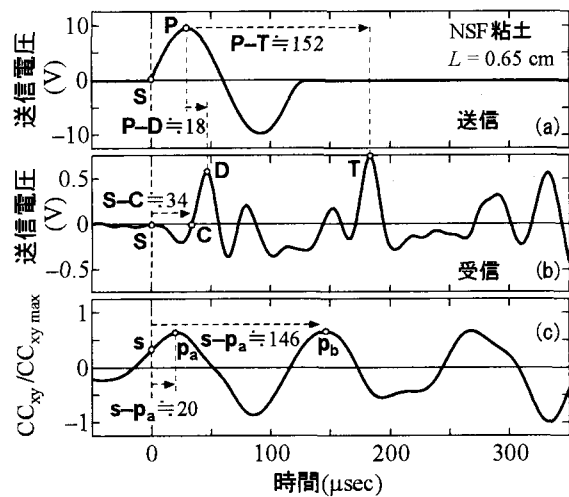


図-10 送・受信波の相互相関関数 ( $L=0.65\text{cm}$ , sin 波 8kHz)

##### 4.2 他の伝播時間同定法との比較

他の伝播時間同定法として、相互相関関数や位相クロススペクトルがしばしば利用される<sup>6), 8), 12)</sup>。図-9は図-2に示した受信波のリニアスペクトルを比較したものである。送信電圧に sin 波を用いた場合 (b), (c), その周波数に近い成分が比較的多く含まれていることが確認できる (領域  $\alpha$ )。しかし、図-2から確認できるように電圧変化直後の周波数は明らかに送信電圧波の周波数と大きく異なっており、図-9に示した結果において共通に振幅が大きい 20~30kHz 程度だと予想される。実際、図-2(a)に示した電圧変化開始直後の 2 つ振幅間の時間差を 1 周期として周波数を計算すると、およそ 27kHz 程度 (領域  $\beta$ ) であった。図-10は図-2(b)に示した BE 試験結果の  $CC_{xy}(t)/CC_{xy\max}(t)$  と周波数  $f$  の関係を示したものである。なお、 $CC_{xy}(t)$  は相互相関関数、 $CC_{xy\max}(t)$  はその最大値である (詳細は参考文献 6), 12))。一般に、2 つの波の周波数が等しければ start-to-start と peak-to-peak は等しくなるが、図-2 および図-9 から明らかになったように、送信電圧波の周波数と受信電圧変化開始直後の周波数が異なるため、P-D は  $s-p_a$  とほぼ等しいものの、提案した同定法から得られる  $\Delta t$  (S-C) とは明らかに異なることが分かる。

図-11は図-4(c)と同条件下で実施された BE 試験結果であり、10kHz の sin 波を送信した際の送・受信時刻歴なら

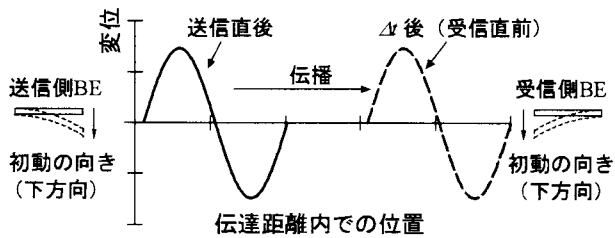


図-3 せん断波の伝播に関する概念図

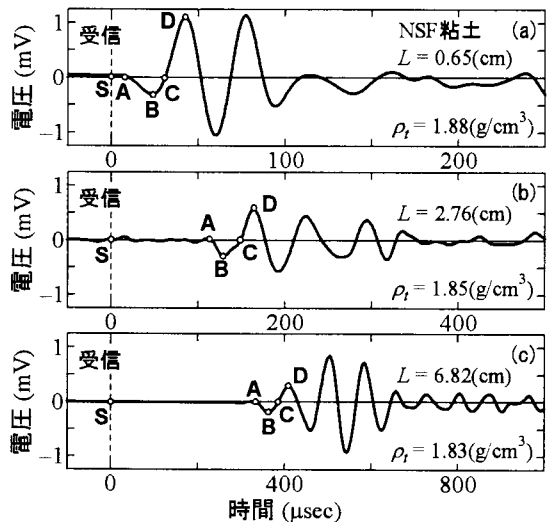


図-4 Lが異なるBE試験結果の比較

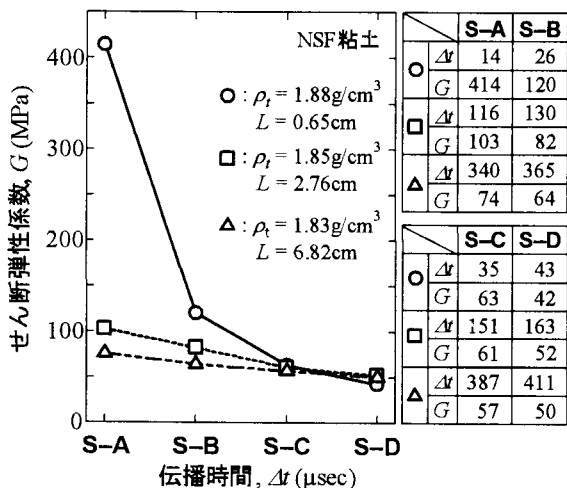


図-5 伝播時間同定法に関する検討

図-3は送・受信BEの初動の向きに関する概念図であり、桑野ら<sup>9)</sup>はせん断波による送・受信BEの初動の向きは本来一致すべきであると報告している。ただし、生じる(与える)電圧とBEの運動方向の関係は結線方法によって異なるため、あらかじめ検定する必要がある。例えば、図-4に示した試験では送・受信電圧の正負が同じ場合に初動の向きが一致するため、最初の振幅はせん断波の到達によるものではないと考えられる。なお、この傾向はNSF粘土を用いて実施した全ての試験で共通だった。

図-4は供試体高さ(BE間隔)が異なる3つのBE試験結果より得られた受信時刻歴である。鉛直圧密応力は共通とし、(a)、(b)は供試体高さが異なる圧密容器内、(c)は $K_0$ 条件で圧密した後に実施したものである。送信電圧は共通に矩形波であり、送信開始時Sを基準時(0μsec)とした。せん断波が到達した時点の候補として、最初の電圧変

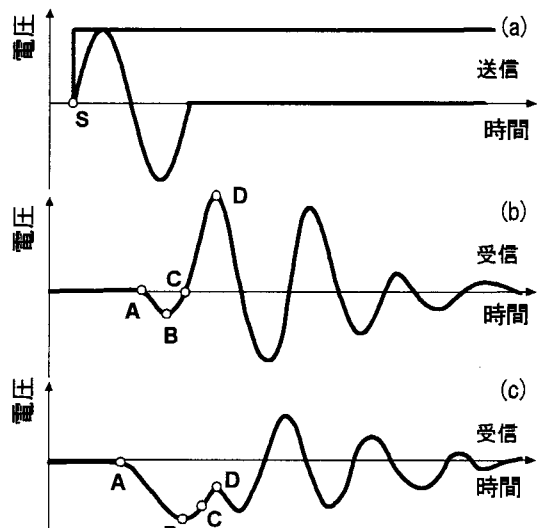


図-6 BE試験より得られた送・受信電圧時刻歴の概念図

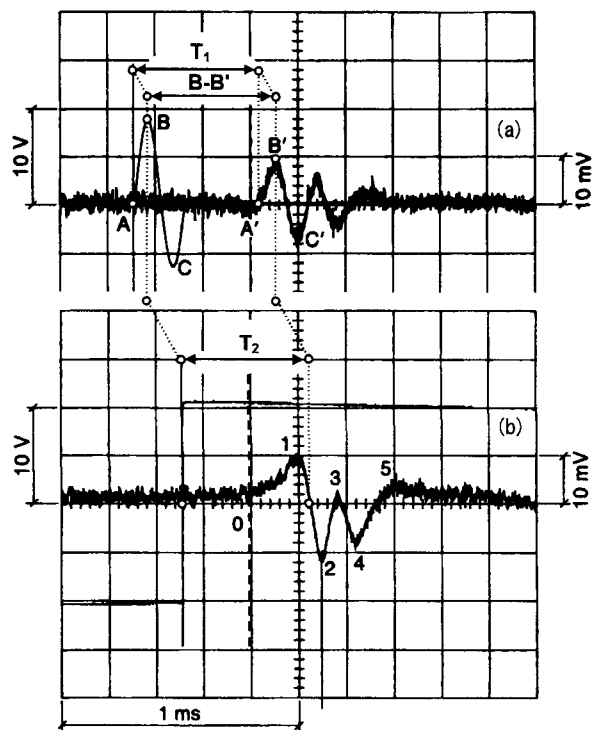


図-7 提案した伝播時間同定法の適用例1 (Viggiani & Atkinson<sup>9)</sup>に加筆)

化点をA、第1、第2のピークをそれぞれBとD、B-D間で電圧が0となる点をCとして図中にプロットしている。図-5は各点より計算されたGを比較したものであり、S-Cの時間を $\Delta t$ とした場合に最も一致することが分かる。偶然にも、Lee & Santamarina<sup>10)</sup>も同様に、S-Cに相当する時間が正しい伝播時間に近いということを報告している。

以上の結果から、以下のような伝播時間同定法を提案する。まず送・受信BEの初動の向きが一致するような電圧の関係を調べる。その結果、受信時刻歴における最初の電圧変化がそれとは異なる場合、図-6(a)、(b)に示した模式図のように、Sと第1、第2ピーク間で電圧が0となる点Cとの時間差をstart-to-startと判断し、 $\Delta t$ とする。無論、受信時刻歴における最初の電圧変化が初動の向きと一致する場合には、Sと最初の電圧変化点Aとの時間差とする。なお、図-6(c)に示すように高振幅・低周波数の電圧変化によって

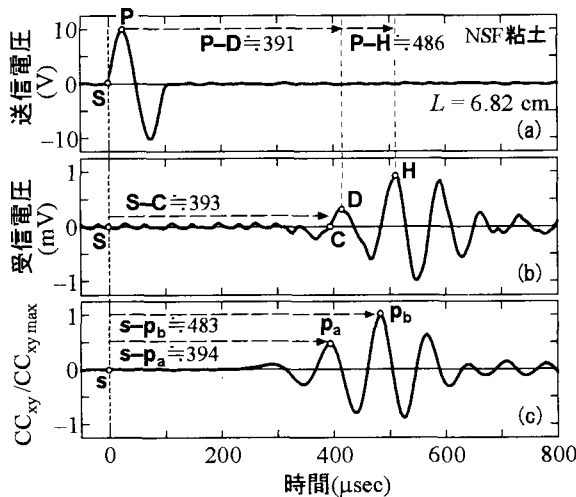


図-11 送・受信波の相互相関関数 (L=6.82cm, sin波 10kHz)

びに  $CC_{xy}(t)/CC_{xy\max}(t)$  を示したものである。また、図-12 は送・受信時刻歴の振幅ならびに位相（絶対表示）クロススペクトルである。図-12(a)や図-11(b)中のD-Hを1周期として得られる周波数(≒10.5Hz)から分かるように、送信電圧波の周波数と受信電圧変化開始直後の周波数がほぼ等しい。このため、P-Dとs-p<sub>a</sub>はほぼ等しく、更に提案した同定法から得られる $\Delta t$ (S-C)ともほぼ等しい。ただし、Viggiani & Atkinson<sup>6)</sup>は $CC_{xy}(t)/CC_{xy\max}(t)$ の最大値(=1)に相当する時間を $\Delta t$ としている。これについては、図-11中のP-Hとs-p<sub>b</sub>がほぼ等しいことから考えて、D点の振幅が最も大きい場合に限って成立すると考えられる。

次に、図-12に示した位相(差)クロススペクトルの傾き $\phi$ より、各周波数成分における伝播時間を計算することができる(詳細は参考文献6, 8)。図中において、送信波と受信波(電圧変化開始直後)の周波数である10kHz周辺の傾きはほぼ等しいため、この線形近似線の傾きを $\phi$ として $\Delta t_\phi$ を求めた(図中参照)。 $\Delta t_\phi$ は図-11中のP-Hにほぼ等しく、提案した同定法から得られる $\Delta t$ (S-C)とは明らかに異なる。図-10および図-11から得られた結果を考慮すれば、D点の振幅が最も大きい場合に限って、P-Dやs-p<sub>a</sub>、更にはS-Cとほぼ等しい値が得られると予想される。

以上のことより、送信電圧波の周波数と受信電圧変化開始直後の周波数がほぼ等しく、更に受信波においてせん断波が最初に到達した振幅が最も大きいという2つの条件を満たした場合に限って、相互相関関数の最大値や位相クロススペクトルより得られた $\Delta t$ と本提案より得られる $\Delta t$ がほぼ等しくなるということが推察される。よって、もし本文で提案した同定法が正しいとすれば、 $\Delta t$ を測定する際の客観性には欠けるものの、本提案の方が相互相関関数の最大値や位相クロススペクトルを用いる方法よりも汎用性が高いと言えよう。

#### 4. まとめ

・様々な条件で実施したBE試験結果をもとに伝播時間同定法を提案した。具体的には、送・受信BEの初動の向きが一致するような送・受信電圧の関係を調べることで、せん断波による最初の受信振幅を特定し、送信開始時とその振幅の開始点(電圧0の点)との時間差を $\Delta t$ とする。

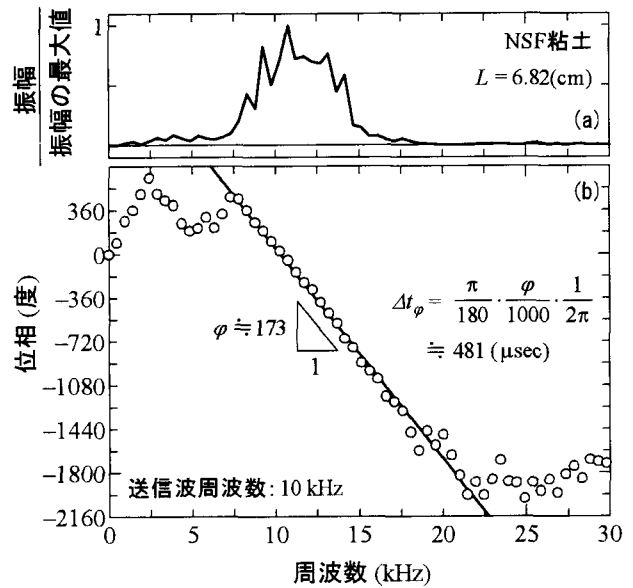


図-12 送・受信波の振幅および位相クロススペクトル

- ・Viggiani & Atkinson<sup>6)</sup>およびJovičić et al.<sup>11)</sup>が実施したBE試験結果に本文で提案した同定法を適用したところ、ほぼ共通の $\Delta t$ が得られた。
- ・送信電圧波の周波数と受信電圧変化開始直後の周波数がほぼ等しく、更に受信波においてせん断波が最初に到達した振幅が最も大きいという2つの条件を満たした場合に限り、相互相関関数の最大値や位相クロススペクトルより得られた $\Delta t$ と本提案より得られる $\Delta t$ がほぼ等しくなるということが分かった。

#### 参考文献

- 1) Shirley, D. J. and Hampton, L. D.: Shear-wave measurements in laboratory sediments, *Journal of the Acoustical Society of America*, 63, No.2, pp.607-613, 1977.
- 2) Yamashita, S.: Standard Test Specification for International Parallel Test on the Measurement of G<sub>max</sub> using Bender Elements by TC-29, Workshop on Current Practises of the Use of Bender Element Technique, TC29-HP (<http://www.jiban.or.jp/e/tc29/index.htm>), 2003.
- 3) Salinero, I. S., Roesset, J. M. and Stokoe, K. H.: Analytical studies of body wave propagation and attenuation, *Report GR86-15*, University of Texas at Austin, 1986.
- 4) 川口貴之, 三田地利之, 澁谷啓, 佐野信房: 室内ベンダーエレメント試験によるせん断弾性係数Gの評価, *土木学会論文集*, No.694, III-57, pp.195-207, 2001.
- 5) Kawaguchi, T., Mitachi, T. and Shibuya, S.: Evaluation of shear wave travel time in laboratory bender element test, *Proc. of the Fifteenth International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Vol.1, pp.155-158, 2001.
- 6) Viggiani, G. and Atkinson, J. H.: Interpretation of bender element tests, *Geotechnique*, Vol.45, No.1, pp.149-154, 1995.
- 7) Clayton, C.R.I., Theron, M., and Best, A.I.: Improving the repeatability of bender element results by means of bender element configuration, *Workshop on Current Practises of the Use of Bender Element Technique*, TC29-HP (<http://www.jiban.or.jp/e/tc29/index.htm>), 2003.
- 8) Theron, M., Clayton, C.R.I. and Best, A.I.: Interpretation of side-mounted bender element results using phase shift and group velocity, *Proc. of the 3rd International Symposium on Deformation Characteristics of Geomaterials - IS LYON*, Balkema, Vol. 1, pp.475-478, 2003.
- 9) 桑野二郎, 本江邦旬, 内田智也: ベンダーエレメントによる三軸供試体内せん断波速度計測, *第34回地盤工学研究発表会概要集*, 2分冊の1, pp.991-992, 1999.
- 10) Lee, J.S. and Santamarina, J.C.: Bender Elements...Nuisances, *Workshop on Current Practises of the Use of Bender Element Technique*, TC29-HP (<http://www.jiban.or.jp/e/tc29/index.htm>), 2003.
- 11) Jovičić, V., Coop, M. R. and Simić, M.: Objective criteria for determining G<sub>max</sub> from bender element tests, *Geotechnique*, Vol.46, No.2, pp.357-362, 1996.
- 12) 三上武子, 中山栄樹, 古田一郎, 太田賢治: ベンダーエレメントを用いたS波速度の測定とクロスコリレーション解析による伝達時間の評価, *第32回地盤工学研究発表会概要集*, 2分冊の1, pp.805-806, 1997.