

2 段タンク型貯留関数法を用いた流域・河道追跡計算の改良

An improvement of flood routings in basin-channel system for a two-cascade storage routing model

(株)リブテック ○正員 松木賢治 (Kenji Matsuki)
 (財)北海道河川防災研究センター フェロー 星 清 (Kiyoshi Hoshi)
 北海道工業大学土木工学科 フェロー 橋本謙秀 (Norihide Hashimoto)

1. はじめに

流出解析を行う際、流域面積が小さい時は斜面系流出が卓越して河道系は無視できると考えられるため、流域全体を単流域として扱い、貯留関数モデルを適用することが多い。この手法は、比較的小さい流域の洪水流出解析において有効であった。

しかしながら、流域面積が大きくなると、河道による降雨の遅れなど、河道効果が無視できない。そのため、流出モデルに河道モデルを組み込む必要があり、Kinematic wave法を集中化した貯留関数法が流域系及び河道系を含む洪水追跡に適用できるモデルが開発されている^{1,2)}。

そこで、本報告では2段タンク型貯留関数モデルを用いた流域流出・河道追跡モデルで、全観測流量を対象に流域流出モデル定数の最適同定を行う方法を提案する。

本手法の特徴は、同定するモデル定数は1段目タンクの3個であるが、1段目タンクの定数は2段目タンクからの流出量にも影響を及ぼすため、地下水流出に対する感度係数を取り込むところにある。また、地下水流出成分の分離時定数(T_c)は流域固有の値であるため、基準点における T_c の値を分割流域の流出解析に適用している。

2. 既往モデルの概要

既往の流域流出・河道追跡モデルでは、流域モデルに損失項を含む貯留関数法(1段タンク型モデル)と地下水流出成分を含む貯留関数法(2段タンク型モデル)が採用されてきた。

1段タンク型モデルは、観測雨量と観測流量を直接流出解析に用いることが出来るという特徴がある。しかしながら、解析検討の結果、1段タンク型モデルを用いた方法はピーク流量が実測値より小さく再現される傾向にあった。

2段タンク型モデルでは、フィルター成分分離法を用いて、全流出成分を表面・中間流出成分と地下水流出成分に分離し、それぞれ1段目タンクと2段目タンクで表現する方法であり、ピーク流量の再現精度が向上した。

しかしながら、2段タンク型モデルを用いた方法では、ピーク流量の再現性が大幅に改善されるものの、ハイドログラフ低減部での再現性が悪く、2段タンク型モデルの特徴が現れない結果となった。

その原因として、流域流出解析のモデル定数を同定する際に、地下水流出成分のモデル定数を確定値とし、分離された表面・中間流出成分のモデル定数のみを対象に最適同定が行われているためと考えられる。

3. 流出計算法

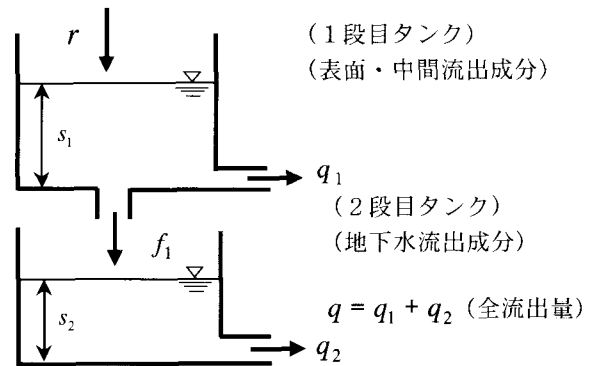


図-1 2段タンク型貯留関数流出モデル

3.1 分割流域流出モデル

分割流域における流出モデルは、図-1に示す2段タンク型モデルとし、貯留関数法を適用する。

1段目タンクの非線形モデルは次式で表現される。

$$\begin{cases} \frac{ds_1}{dt} = r - q_1 - f_1 \\ s_1 = k_{11}q_1^{p_1} + k_{12}\frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \\ f_1 = k_{13}q_1 = (c_{13} - 1)q_1 \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 s_1 : 1段目タンク貯留高 [mm]、 r : 観測雨量 [mm/h]、 q_1 : 表面・中間流出高 [mm/h]、 f_1 : 1段目タンクから2段目タンクへの浸透供給量 [mm/h]、 k_{11} 、 k_{12} : 貯留係数、 k_{13} : 浸透係数、 p_1 、 p_2 : 貯留指数

モデル定数 p_1 と p_2 に関しては、表面流に Manning 則を想定すると、 $p_1 = 0.6$ 、 $p_2 = 0.4648$ となる。モデル定数 k_{11} と k_{12} については、既往研究成果から次の関数形を仮定する。

$$k_{11} = c_{11}A^{0.24}, \quad k_{12} = c_{12}k_{11}^2(\bar{r})^{-0.2648}, \quad k_{13} = c_{13} - 1 \quad (2)$$

ここに、 A : 流域面積 [km²]、 \bar{r} : 平均雨量強度 [mm/h]、 c_{11} 、 c_{12} 、 c_{13} : 未知定数

次に2段目タンクは、地下水流出成分を次式の線形モデルで表現した。

$$\begin{cases} s_2 = k_{21}q_2 + k_{22}\frac{dq_2}{dt} \\ \frac{ds_2}{dt} = f_1 - q_2 \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 s_2 : 2 段目タンク貯留高 [mm]、 k_{21} 、 k_{22} : 貯留指数、 q_2 : 地下水流出高 [mm/h]

1 段目 (表面・中間流出成分) の流出高 q_1 と 2 段目 (地下水流出成分) の流出高 q_2 を合計して全流出高 q とする。

$$q = q_1 + q_2 \quad (4)$$

2 段タンク型モデルの流出計算法については既に詳しく説明されているので、参考文献 3) を参照されたい。

感度係数の算定は、本報告モデルの特徴として、全流出量に対するモデル定数の最適化を図ることがあげられるため、 k_{11} 、 k_{12} 、 $c_{13}(=k_{13}+1)$ に関して全流出量の感度係数を求めることが必要となる。

ここで、定数からなるベクトルを K とおくと

$$K = [k_{11} \ k_{12} \ c_{13}]^T \quad (5)$$

となり、全流出量の感度係数ベクトルは次式で表される。

$$\frac{\partial q}{\partial K} = \frac{\partial q_1}{\partial K} + \frac{\partial q_2}{\partial K} \quad (6)$$

まず、1 段目タンクの感度係数の算定を行う。変数 y_1, y_2 に関する微分方程式をモデル定数 k_{11} 、 k_{12} 、 c_{13} で微分すると以下のように表される。

$$\frac{dU_1}{dt} = A_1U_1 + D_1 \quad (7)$$

ここに、

$$U_1 = \left[\frac{\partial y_1}{\partial k_{11}} \ \frac{\partial y_1}{\partial k_{12}} \ \frac{\partial y_1}{\partial c_{13}} \ \frac{\partial y_2}{\partial k_{11}} \ \frac{\partial y_2}{\partial k_{12}} \ \frac{\partial y_2}{\partial c_{13}} \right]^T \quad (8)$$

$$D_1 = [0 \ 0 \ 0 \ d_1 \ d_2 \ d_3]^T \quad (9)$$

$$y_1 = q_1^{p_2}, \ y_2 = \frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \quad (10)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & a_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) y_1^{p_1/p_2-2} y_2 - \frac{c_{13}}{k_{12}} \frac{1}{p_2} y_1^{p_1/p_2-1} \\ a_2 = -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} y_1^{p_1/p_2-1} \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} d_1 = -\frac{1}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} (y_1)^{p_1/p_2-1} (y_2) \\ d_2 = \frac{1}{k_{12}^2} \left\{ k_{11} \frac{p_1}{p_2} (y_1)^{p_1/p_2-1} (y_2) + c_{13} (y_1)^{1/p_2} - r \right\} \\ d_3 = -\frac{1}{k_{12}} (y_1)^{1/p_2} \end{cases} \quad (13)$$

式(7)を解いて U_1 の値が分かれば、 q_1 に関する感度係数は、次式で求められる。

$$\frac{\partial q_1}{\partial K} = \frac{1}{p_2} y_1^{1/p_2-1} \frac{\partial y_1}{\partial K} \quad (14)$$

同様に 2 段目タンクの感度係数は、変数 y_3, y_4 に関する微分方程式をモデル定数 k_{11} 、 k_{12} 、 c_{13} で微分すると以下のように表される。

$$\frac{dU_2}{dt} = A_2U_2 + D_2 \quad (15)$$

ここに、

$$U_2 = \left[\frac{\partial y_3}{\partial k_{11}} \ \frac{\partial y_3}{\partial k_{12}} \ \frac{\partial y_3}{\partial c_{13}} \ \frac{\partial y_4}{\partial k_{11}} \ \frac{\partial y_4}{\partial k_{12}} \ \frac{\partial y_4}{\partial c_{13}} \right]^T \quad (16)$$

$$D_2 = [0 \ 0 \ 0 \ d_4 \ d_5 \ d_6]^T \quad (17)$$

$$y_3 = q_2, \ y_4 = \frac{dq_2}{dt} \quad (18)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -c'_0 & 0 & 0 & -c'_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c'_0 & 0 & 0 & -c'_1 & 0 \\ 0 & 0 & -c'_0 & 0 & 0 & -c'_1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$c'_1 = c_1, \ c'_0 = \frac{c_0}{k_{13}} \quad (20)$$

$$c_0 = (\delta/T_c)^2, \ c_1 = \delta^2/T_c \quad (21)$$

$$\begin{cases} d_4 = c'_0 \frac{\partial f_1}{\partial k_{11}} \\ d_5 = c'_0 \frac{\partial f_1}{\partial k_{12}} \\ d_6 = c'_0 \frac{\partial f_1}{\partial c_{13}} - \frac{\partial c'_0}{\partial c_{13}} (y_3 - f_1) \end{cases} \quad (22)$$

ここで、 T_c は、ハイドログラフの低減部より決定される定数で流域固有の値であり、すべての分割流域において同じ値をとるものとする。減衰係数 δ は、通常 2.0 ~ 3.0 の値となるが、本報告では $\delta=2.1$ とした。

また、式(22)中の f_1 に関する感度係数は式(1)から、次式で容易に算定される。

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial k_{11}} = (c_{13} - 1) \frac{\partial q_1}{\partial k_{11}} \\ \frac{\partial f_1}{\partial k_{12}} = (c_{13} - 1) \frac{\partial q_1}{\partial k_{12}} \\ \frac{\partial f_1}{\partial c_{13}} = q_1 + (c_{13} - 1) \frac{\partial q_1}{\partial c_{13}} \end{cases} \quad (23)$$

したがって、式(15)を解いて U_2 の値が分かれば、 q_2 に関する感度係数は、次式で求められる。

$$\frac{\partial q_2}{\partial K} = \frac{\partial y_3}{\partial K} \quad (24)$$

以上、1段目タンクと2段目タンクの感度係数が求められたので、式(14)と式(24)を式(6)に代入すれば、全流出量に関する感度係数が算出される。本モデルでは c_{11} と c_{12} の係数について最適化を行うため、式(2)の関係式を用いると、これらの感度係数は次式で算出される。

$$\begin{cases} \frac{\partial q}{\partial c_{11}} = \frac{\partial q_1}{\partial c_{11}} + \frac{\partial q_2}{\partial c_{11}} = (A^{0.24}) \left(\frac{\partial q_1}{\partial k_{11}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{11}} \right) \\ \frac{\partial q}{\partial c_{12}} = \frac{\partial q_1}{\partial c_{12}} + \frac{\partial q_2}{\partial c_{12}} = \left[k_{11}^2 (\bar{r})^{-0.2648} \right] \left(\frac{\partial q_1}{\partial k_{12}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{12}} \right) \\ \frac{\partial q}{\partial c_{13}} = \frac{\partial q_1}{\partial c_{13}} + \frac{\partial q_2}{\partial c_{13}} \end{cases} \quad (25)$$

3.2 河道追跡モデル

河道追跡モデルは、Kinematic wave 方程式を貯留関数モデルに集中化することによって次式で表現される。

$$\begin{cases} s_s = k_3 q_s^{p_3} + k_4 \frac{d}{dt} (q_s^{p_4}) \\ \frac{ds_s}{dt} = q_0 - q_s \end{cases} \quad (26)$$

$$a_s = \alpha q_s^m \quad (27)$$

$$s_s = \int_0^L a_s(x,t) dx \quad (28)$$

ここに、 s_s : 河道貯留量 [m^3]、 q_0 : 河道流入量 [m^3/s]、 q_s : 河道流出量 [m^3/s]、 a_s : 河道断面積 [m^2]、 L : 河道長 [m]、 k_3, k_4, p_3, p_4 : モデル定数、 α, m : 河道定数

本手法では、計算精度の劣化を防ぐために上式を無次元化し、線形化近似によって解いている。この方法については、参考文献1)に詳しく説明されているので参照されたい。

対象河道区間 (L) で河道断面 (a_s) と流量 (q_s) の関係式を、あらかじめ不等流計算等により、式(27)で近似しておくことが可能である。したがって、河道定数 (α, m) は既知となる。

一方、貯留関数モデル定数 (k_3, k_4, p_3, p_4) も流入ハイドログラフ (q_0) の特性値 (平均流入量とハイドログラフの形状)、河道長 L 及び河道定数 (α, m) が与えられれば、一義的に求められる。したがって、河道追跡のた

めの6個のモデル定数 ($k_3, k_4, p_3, p_4, \alpha, m$) は既知となる。

また、河道モデルでは、流出量だけでなく流域モデルで算出された感度係数に関する、下流に逐次伝達させていく必要があるが、この方法についても参考文献1)に詳細に述べられているので参照されたい。

モデル定数の最適化は、観測流量と計算流量の誤差の2乗和が最小となるように数学的最適化手法を用いて求める。この手法についても、参考文献4)に詳しく示されているので参照されたい。

4. 既往洪水データにおける再現計算例

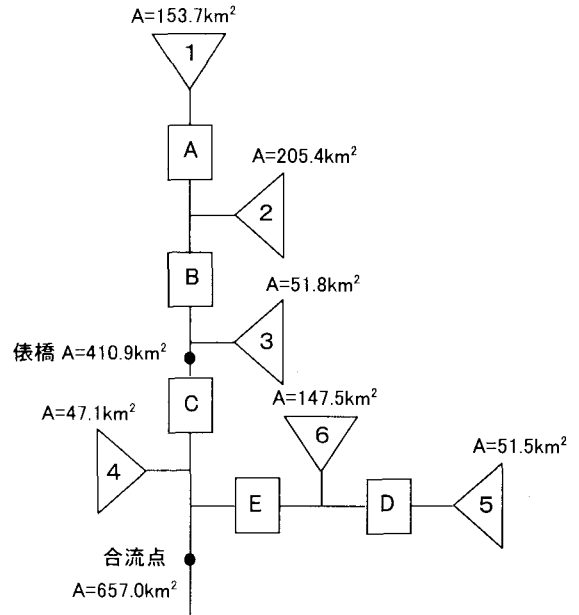


図-2 標津川流域図

既往洪水への適用例として、指定河川・標津川合流点 (流域面積 : 657 km^2) における昭和 54 年 10 月 20 日洪水と平成 10 年 9 月 17 日洪水の再現を試みた。

分離時定数 T_c は既往 4 洪水を解析した平均値³⁾を用いて、 $T_c = 95.40 \text{ hrs}$ とした。また、 $\delta = 2.1$ とする。

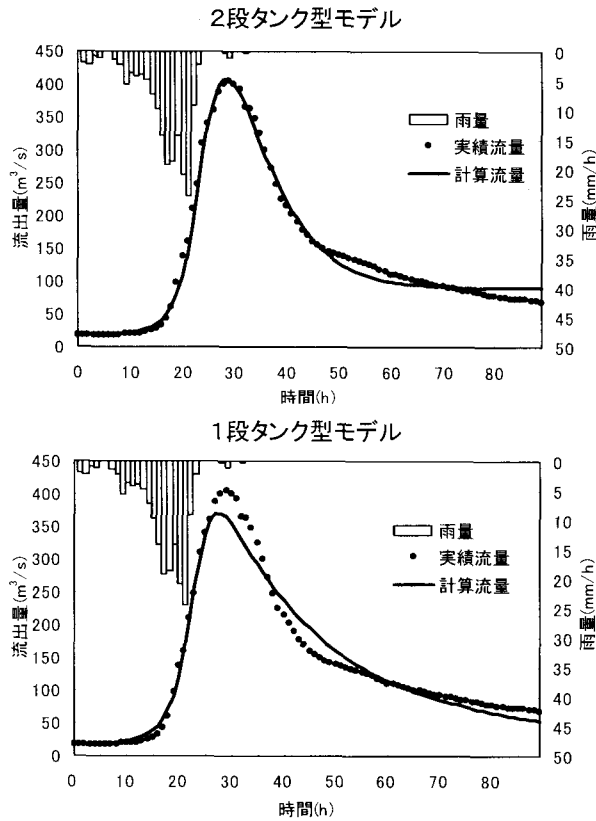
分割流域の流域面積を表-1、河道定数を表-2、流域・河道網を図-2に示す。ここで、誤差はピーク誤差 (Jpe) 及びハイドログラフ相対誤差 (Jre) を定義して、それぞれ式(29)を用いて算定した。

表-1 流域面積

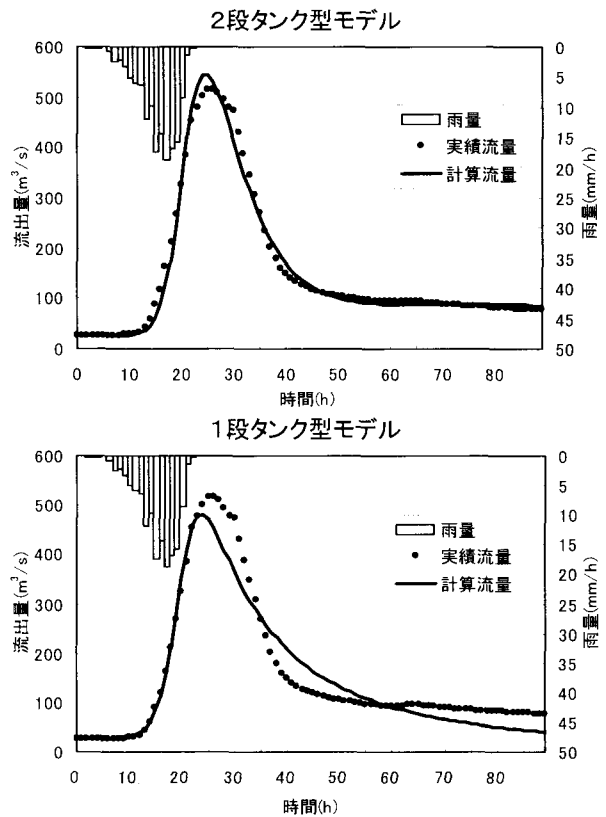
流域	流域面積 (km^2)
1	153.7
2	205.4
3	51.8
4	47.1
5	51.5
6	147.5
合計	657.0

表-2 河道定数

河道	河道長 $L(\text{km})$	$a_s = \alpha q_s^m$	
		α	m
A	31.2	1.7633	0.6259
B	13.3	1.2511	0.8394
C	8.3	1.3117	0.8701
D	13.2	1.7633	0.6259
E	6.6	1.1855	0.9153



図—3 標津川 昭和54年10月20日洪水 再現結果



図—4 標津川 平成10年9月17日洪水 再現結果

$$Jpe = \frac{|q_p^* - q_p|}{q_p^*}, \quad Jre = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|q_{si}^* - q_{si}|}{q_{si}^*} \quad (29)$$

ここに、 q_p^* ：観測ピーク流出高 [mm/h]、 q_p ：計算ピーク流出高 [mm/h]、 q_{si}^* ：観測流出高 [mm/h]、 q_{si} ：計算流出高 [mm/h]、 N ：流量データ数

1 段タンク型貯留関数法と本報告で提案した手法による計算結果を比較した。それぞれの洪水ケースにおけるモデル定数の同定値及び誤差を表—3と表—4に示す。また、再現結果をそれぞれ、図—3と図—4にて比較する。

再現精度は、1 段タンク型モデルの場合、単流域で計算した場合と同様にピーク流量が低く再現されている。一方、2 段タンク型モデルでは、ピーク流量も大きくなり、減衰部も含め再現精度が良い結果となった。

表—3 モデル定数同定値と誤差の比較 (S54.10.20 洪水)

	モデル定数同定値			誤差	
	c_{11}	c_{12}	c_{13}	Jpe	Jre
1 段タンク型	32.716	0.044	2.325	0.088	0.117
2 段タンク型	24.172	0.129	3.615	0.005	0.090

表—4 モデル定数同定値と誤差の比較 (H10.9.17 洪水)

	モデル定数同定値			誤差	
	c_{11}	c_{12}	c_{13}	Jpe	Jre
1 段タンク型	22.151	0.050	1.988	0.072	0.196
2 段タンク型	14.979	0.218	2.834	0.058	0.070

5. おわりに

従来の2 段タンク型モデルの解法では、基準点における観測流量を2 成分に分け、モデル定数の最適同定を表面・中間流出成分のみに関して行ってきた。また、2 段目タンクのモデル定数は T_c 、 δ 及び分割流域の流域面積の関数として決定論的に与えられていた。この手法によると、とくにピーク流量の再現精度が優れているが、流域モデルを河道追跡モデルと組み合わせると、その特徴があまり活かされず、減衰部の再現性も良くなかった。

本報告では、河道追跡モデルに流域流出計算法である2 段タンク型モデルを組み合わせ、観測ハイドログラフ全体の形状に対して最適化計算を行うモデルを検討した。その結果、ピーク流量及びハイドロ全体の再現精度の向上がみられた。

参考文献

- (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法，152p，2001.
- 中津川 誠・星 清・橋本 謙秀：成分分離に基づく流域・河道追跡のための貯留関数モデルの同定，水工学論文集，第46巻，2002.
- (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：単一流域を対象とした貯留関数法の精度比較，189p，2002.
- 秋田 大輔・星 清：2 段タンク型貯留関数の最適化比較，(財)北海道河川防災研究センター・研究所紀要 (XIV)，pp. 249-282，2003.