

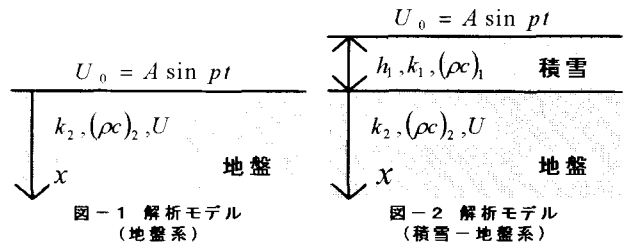
積雪が地盤に与える影響について

Heat insulating effect in the ground covered with snow

北海道大学大学院工学研究科	学生員	○浅井孝徳(Takanori ASAI)
北海道大学大学院工学研究科	フェロー	三上 隆(Takashi MIKAMI)
北海道	正員	藤井秀樹(Hideki FUJII)
(株)地崎工業	正員	須藤敦史(Atsushi SUDO)

1 はじめに

雪国の「かまくら」や冬山登山の「雪穴」を利用した経験を持つ人は、「雪は結構暖かいものだ」と言うことがよくある。また、工学の分野でも積雪が地盤などの凍結を防ぐのに大きく関与していることは経験上よく知られている。ここでは、地盤上に雪が積もった状態を一次元準定常熱伝導モデルで定式化しそれによる影響を調べるとともに、積雪による凍結深さへの影響をみる一つの指標として用いられる「雪の換算凍結層の厚さ^{1) 2)}」算定式の妥当性の検討を行なった。さらに積雪深、密度などの積雪-地盤境界面の温度及び、積雪-地盤内部の温度分布に与える影響を調べた。



$$\Delta U^{**} = \left\{ U_0 \beta / \sqrt{(1+\beta)^2 + 1} \right\} \exp(-x\sqrt{p/2}/a) \quad (7)$$

ただし、 $\beta = \frac{k_1}{h_1} \sqrt{2/k_2(\rho c)_2 p}$

2 積雪による影響

2.1 解析モデルとその解

図-1は熱伝導率 k_2 、熱容量 $(\rho c)_2$ の半無限の地盤を表し、図-2は同じ熱特性を有する地盤上に、熱伝導率 k_1 、熱容量 $(\rho c)_1$ の積雪が h_1 の厚さで積もっている状態を表す。なお積雪の熱容量は密度 ρ_1 に大きく依存し、 $\rho_1=50\sim 500[\text{kg/m}^3]$ で $(\rho c)_1=25\sim 250[\text{kcal/kg}^\circ\text{C}]$ となるが、 h_1 が小さいとして、ここでは熱容量の影響を無視し、積雪層を熱伝達率 $\alpha=k_1/h_1$ の熱伝達境界に置き換えて考えることにする。なお、置き換えの妥当性については後述する。

地盤の熱伝導方程式及び境界条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \text{ここで、} \quad a^2 = k_2 / (\rho c)_2 \quad (1)$$

図-1 : $x=0$ で $U_0 = A \sin pt$ (2)

ここで、 p : 年変化の角速度[rad/h], A : 年振幅[°C]

図-2 : $x=0$ で $-k_2(\partial U/\partial x) = \alpha(U_0 - U)$ (3)

式(1)を条件(2), (3)で解けば、解は以下となる。

図-1 に対する解 :

$$U^* = \Delta U^* \sin(pt - x\sqrt{p/2}/a) \quad (4)$$

ここで、

$$\Delta U^* = U_0 \exp(-x\sqrt{p/2}/a) \quad (5)$$

図-2 に対する解 :

$$U^{**} = \Delta U^{**} \sin(pt - x\sqrt{p/2}/a + \varepsilon) \quad (6)$$

ここで、

2.2 積雪による影響の検討

式(5)及び式(7)の振幅比を $f(\beta)$ で表すと次式となる。

$$f(\beta) = \Delta U^{**} / \Delta U^* = \beta / \sqrt{(1+\beta)^2 + 1} \quad (8)$$

式(8)は β に関する減少関数であり、その値は地中の位置によらないこと、またその値が小さいほど積雪の断熱効果がよいことがわかる。したがって、積雪の断熱効果は積雪深 h_1 が大きいほど、積雪の熱伝導率 k_1 が小さいほど、地盤の熱伝導率 k_2 及び熱容量 $(\rho c)_2$ が大きいほどよいことが理解できる。

表-1は積雪深 $h_1=0.1[\text{m}]$ 及び $h_1=0.5[\text{m}]$ 、地盤の熱容量 $(\rho c)_2=500[\text{kcal/m}^3^\circ\text{C}]$ とし、地盤の熱伝導率 $k_2=1[\text{kcal/mh}^\circ\text{C}]$ 及び $k_2=2[\text{kcal/mh}^\circ\text{C}]$ の場合について、積雪の密度の違いによる断熱効果を数値的にみたものである。なお、積雪の熱伝導率は次式を用いて評価した。³⁾

$$k_1[\text{W/Km}] = 2.9 \times 10^{-2} + 2.9 \times 10^{-6} \rho_1^2 \quad (9)$$

ただし、 ρ_1 : 積雪の密度[kg/m^3]

なお、日本雪氷学会によれば、密度範囲により、新雪 ($\rho_1=30\sim 150$)・しまり雪 ($\rho_1=150\sim 500$)・霜ざらめ雪 ($\rho_1=200\sim 400$)・ざらめ雪 ($\rho_1=300\sim 500$)に分類されている。

3 換算厚さの算定

積雪の地盤内温度に与える影響を簡易的に検討する場合、積雪を地盤と同じ熱伝導率の値を持つ地盤とみなして求めた、次の換算厚さ Z の算定式が有効である。^{1) 2)}

$$Z = h_1(k_2/k_1) \quad (10)$$

式(10)は、定常熱伝導問題として得られたものである。ここでは、式(10)に類似な算定式を準定常熱伝導問題として求めてみる。

表-1 積雪の断熱効果について

ρ_1	$h_1=0.1$ (ρc) ₂ = 500		$h_1=0.5$ (ρc) ₂ = 500	
	$k_2=1$	$k_2=2$	$k_2=1$	$k_2=2$
	50	0.367	0.286	0.097
150	0.621	0.529	0.224	0.167
250	0.796	0.729	0.405	0.319
350	0.881	0.837	0.568	0.474
450	0.923	0.894	0.687	0.601

表-2 換算厚さ Z の比較

ρ_1	$h_1=0.1$			$h_1=0.5$		
	Eq.(10)	Eq.(11)	Eq.(12)	Eq.(10)	Eq.(11)	Eq.(12)
50	6.42	4.18	4.18	32.08	8.89	8.90
150	2.47	2.13	2.13	12.34	5.97	5.99
250	1.11	1.06	1.06	5.53	3.81	3.84
350	0.61	0.60	0.60	3.03	2.50	2.52
450	0.38	0.38	0.38	1.89	1.70	1.72
500	0.31	0.31	0.31	1.54	1.43	1.44

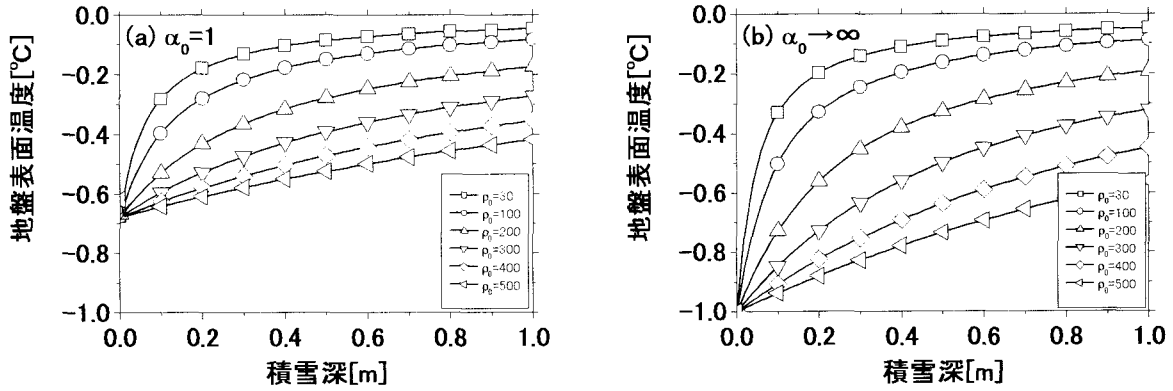


図-3 積雪深及び密度変化の地盤表面に与える影響($m=0$)

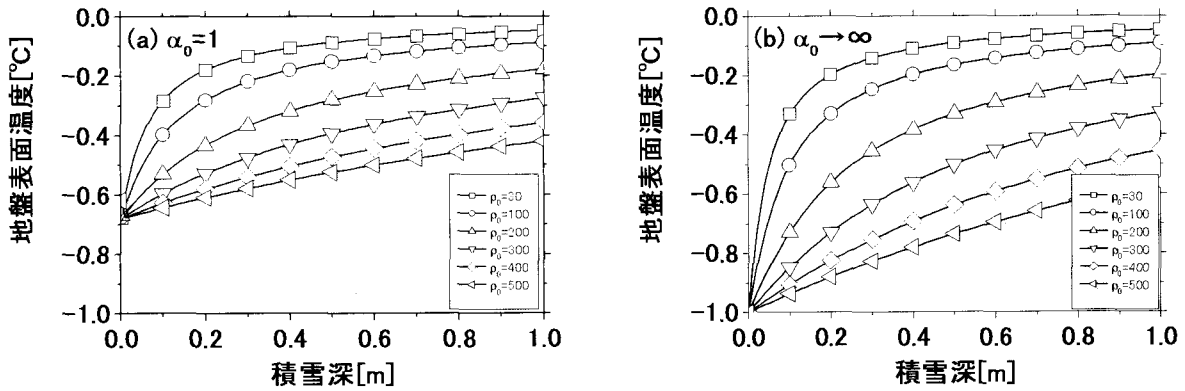


図-4 積雪深及び密度変化の地盤表面に与える影響($m=10$)

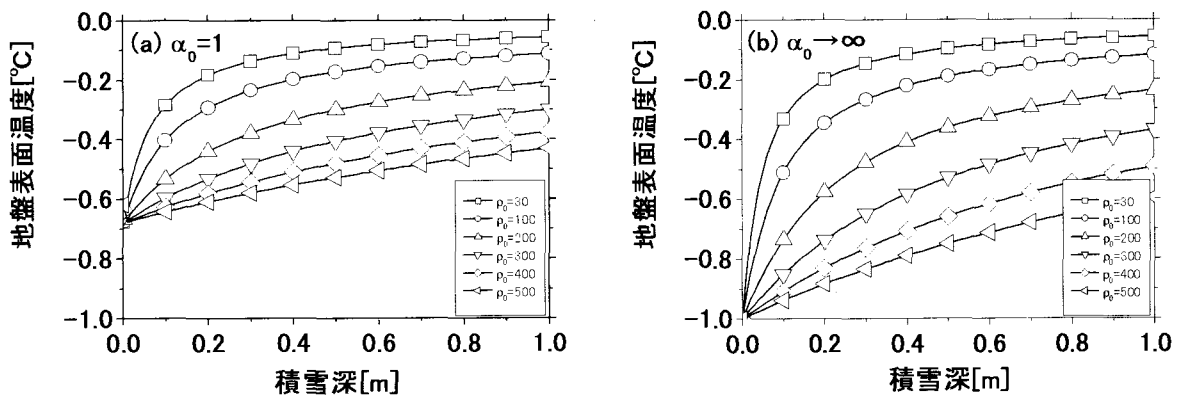


図-5 積雪深及び密度変化の地盤表面に与える影響($m=100$)

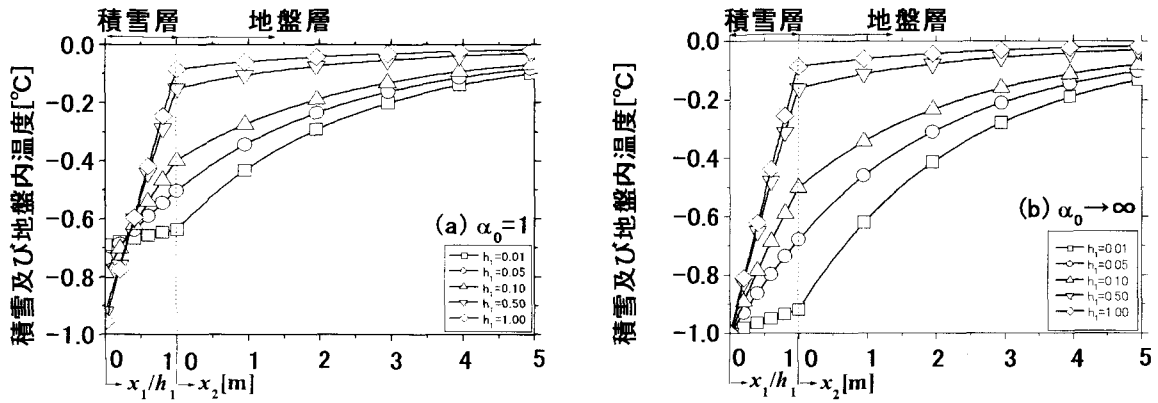


図-6 積雪深変化の積雪-地盤内の温度分布に与える影響($m=0$)

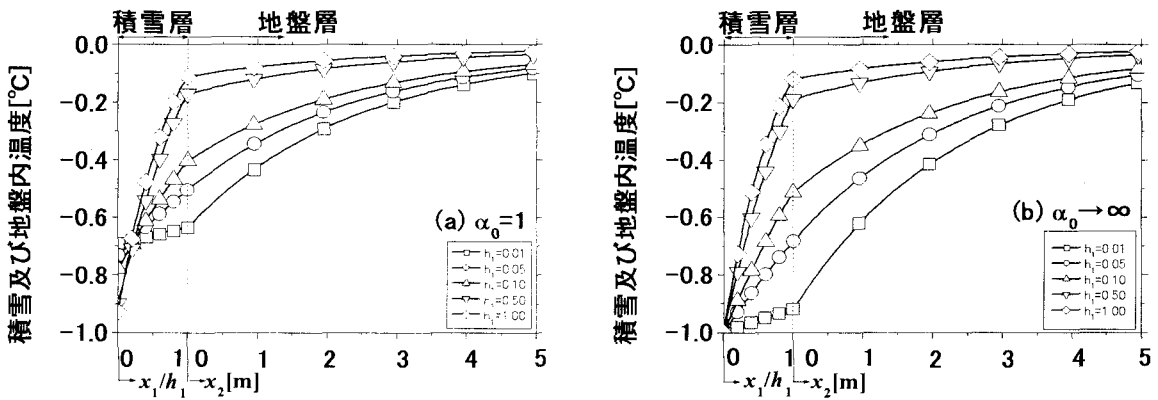


図-7 積雪深変化の積雪-地盤内の温度分布に与える影響($m=100$)

3. 1 積雪層を熱伝達境界に置き換えた場合

式(4)による地中 $x=Z$ におけるピーク温度と式(6)による積雪層と地盤境界面($x=0$)におけるピーク温度が等しいとすれば、換算厚さ Z は次式となる。

$$Z = -a_2 \sqrt{2/p} \ln f(\beta) \quad (11)$$

3. 2 積雪の熱容量 $(\rho c)_1$ を考慮した場合

図-2で、積雪層と地盤に関する熱定数などの緒量に添字1(積雪層)、2(地盤)を付して区別し、式(2)の境界条件とともに温度及び熱量に関する連続条件を用いて式(1)を解き、式(11)の算出と同様な考えで換算厚さ Z を求めれば次式となる。

$$Z = -a_2 \sqrt{2/p} \ln g(\delta) \quad (12)$$

ここで、 $D_{1,2} = \sqrt{k_1(\rho c)_1 p/2 \pm \sqrt{k_2(\rho c)_2 p/2}}$ (+は D_1 に、-は D_2 に対応する)、 $\delta = h_1 \sqrt{p/2/a_1}$ と置けば、 $g(\delta) = \sqrt{2k_1(\rho c)_1 p / \sqrt{D_1^2 e^{2\delta} + D_2^2 e^{-2\delta} + 2D_1 D_2 \cos 2\delta}}$

3. 3 算定式の検討

$k_2=2[\text{kcal/mh}^\circ\text{C}]$ 、 $(\rho c)_2=500[\text{kcal/m}^3\text{C}]$ の地盤上に、積雪が $h_1=0.1[\text{m}]$ 及び $h_1=0.5[\text{m}]$ の場合の換算厚さ Z を式(10)~式(12)を用いて算出し、その結果を表-2に示す。なお、積雪の熱伝導率は式(9)で、熱容量は $(\rho c)_1=0.5057 \rho_1$ より求めた。本算定結果は積雪の熱容量 $(\rho c)_1$ の考慮の有無によらず、ほぼ同じであるが、式(10)の適用は積雪深 h_1 が小さく、積雪の密度 ρ_1 が大きい(熱伝導率 k_1 が

大きい)場合に限定されようである。

4 積雪及び地盤内の温度分布

4. 1 解析方法

ここでは、積雪深、積雪と大気間の熱伝達率及び積雪の層内密度変化などの温度分布に与える影響を見るために、図-2のモデルを用いて準定常熱伝導解析を行なった。解析は各層で成立する熱伝導方程式(1)に対して、空間領域には選点法及び時間領域には時間積分法を適用して行なった。なお、地盤の離散化では、解析領域が半無限となることによる数値解析上の難点を克服するために、半無限領域を写像変換により有限領域に変換した後に上述の各解法を適用した。⁴⁾

4. 2 温度分布の検討

以下に示す図-3~図-7は、大気温度の年変化式(2)の振幅を $A=1[^\circ\text{C}]$ として解析したものである。さらに、積雪層内の密度変化の影響を調べる場合は、その密度評価は、 $\rho_1(x_1)=\rho_0+mx_1$ (m :傾き、 ρ_0 :積雪表面の密度)のように直線変化するものと仮定して行なっている。また、各図の(a)は積雪表面と大気間の熱伝達率を $\alpha_0=1[\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}]$ とした結果であり、同じく(b)は $\alpha_0 \rightarrow \infty$ の結果である。

図-3~図-5は、積雪深及び密度変化の地盤表面温度(積雪と地盤の境界面温度)に与える影響を整理した

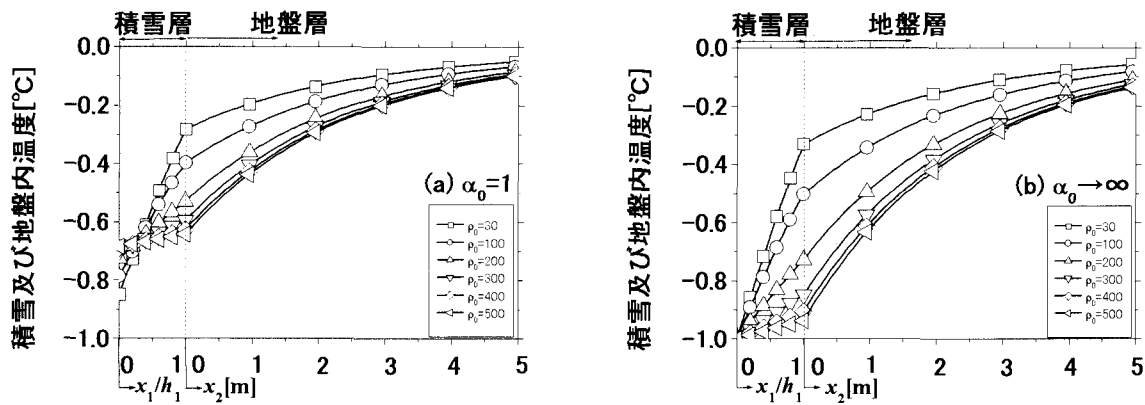


図-8 密度変化の積雪-地盤内の温度分布に与える影響($m=0$)

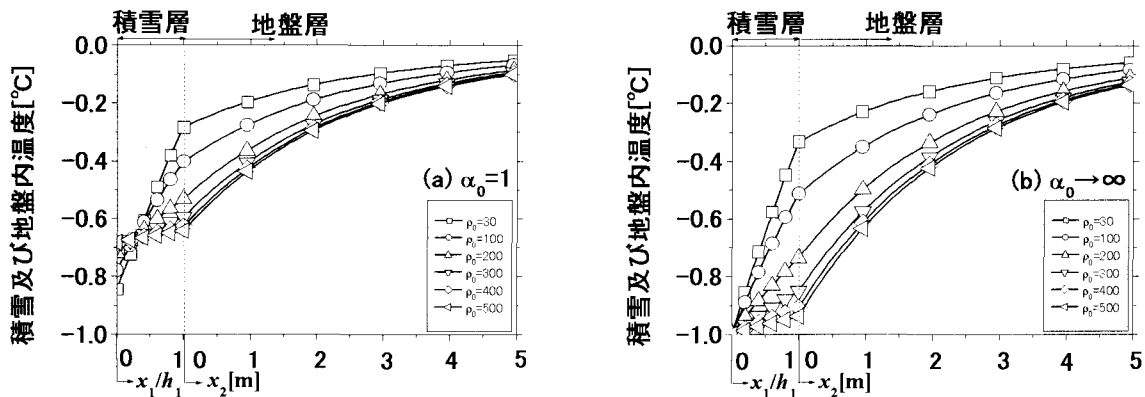


図-9 密度変化の積雪-地盤内の温度分布に与える影響($m=100$)

ものである。これらによれば、

- ① 積雪深 h_1 が大きいほど、大気温度の周期変動分に対する地盤表面温度の絶対値は小さくなる（冬は暖かい）こと。
- ② 考慮した積雪深の範囲 ($h_1=0.01\sim 1.00$) では、密度の深さ方向の変化 ($m=0, 10, 100$) の影響が小さいこと（積雪表面の密度 ρ_0 を固定した場合）。
- ③ 熱伝達率 α_0 の影響が大きいこと。

などが理解できる。

図-6及び図-7はそれぞれ、 $\rho_0=100[\text{kg}/\text{m}^3]$, $m=0$ 及び $\rho_0=100[\text{kg}/\text{m}^3]$, $m=100$ とし、積雪及び地盤内部のピーク温度の分布(大気温度の周期変動分に対する)を、種々の積雪深 h_1 について示したものを、図-8及び図-9はそれぞれ、 $h_1=0.1[\text{m}]$, $m=0$ 及び $h_1=0.1[\text{m}]$, $m=100$ とした場合のそれであり、種々の密度 ρ_0 について示したものである。なお、横軸は積雪及び地盤内部の位置座標を示すが、前者は無次元量(x_1/h_1)で、後者は実距離 $x_2[\text{m}]$ である。これらによれば、

- ① 積雪内の温度分布はほぼ直線近似であること。
- ② 積雪表面と地盤表面温度の差は積雪深が大きいほど、大きいこと。
- ③ 積雪表面と地盤表面温度の差は密度が小さいほど、大きいこと。
- ④ 積雪深が大きくなれば地盤内温度分布はほぼ一定になること。

- ⑤ 積雪内の密度変化は温度分布に大きな影響を与えないこと。

などが理解できる。なお、②及び③については、大気と積雪の熱貫流率 $\alpha^* = \alpha_0 / (1 + \alpha_0 h_1 / k_1)$ を考えれば、妥当な結果といえる。

5 まとめ

本研究では、積雪の断熱効果を定量的に判定できる評価式を提案するとともに、積雪-地盤系に対する準定常熱伝導解析を行ない系の温度分布などを明らかにした。今後は、積雪内部の水蒸気にも着目し、熱・湿度同時熱輸送を考慮した場合の道路舗装内の温度分布に与える影響などについて検討を行なう予定である。

参考文献

- 1) 伊福部宗夫；北海道における道路の凍上・凍結深さ及び置換率に関する研究，土木試験所報告，No.26，pp.10-22，1962。
- 2) 久保宏；積雪寒冷地舗装の凍上対策，土木学会誌，Vol.64，No.2，pp.10-16，1979。
- 3) 前野紀一・黒田登志雄；雪氷の構造と物性，古今書院，pp.173-174，1999。
- 4) 三上隆・浅井孝徳・蟹江俊仁；一次元半無限移動境界問題の一解析法，応用力学論文集，Vol.5，pp.185-190，2002。