

砂の初期剛性の異方性

Anisotropy of initial stiffness in sand

北見工業大学工学部土木開工学科 正 員 山下 聡(Satoshi Yamashita)

1. まえがき

地盤の変形問題を取り扱う場合、初期弾性係数は必要不可欠なパラメータであり、原位置試験や室内試験から求められている。弾性波探査試験などの原位置試験から初期せん断剛性率を求める場合、ダウンホール法では地盤を鉛直方向に伝播するせん断波速度 V_{VH} の測定が行われ、クロスホール法では水平方向に伝播するせん断波速度 V_{HH} または V_{HV} が測定される。なお、第1, 2添え字はせん断波の伝播方向と振動方向を表す。一方、室内試験から初期剛性を求める場合、三軸試験やねじり試験では繰返し載荷試験から鉛直方向のヤング率 E_V や水平面上のせん断剛性率 G_{VH} が求められる。また、超音波パルス試験やベンダーエレメント試験などいわゆる波動試験からは G_{VH} が、共振法土質試験などの振動試験からも G_{VH} が求められる。

ここで、室内試験では一般に原位置の鉛直応力で等方圧密した供試体を用いられる。一方、原位置の応力状態は異方圧密状態と考えられ、試験結果の評価に関して室内と原位置での応力状態の相違の影響が考慮されていない。また、堆積構造の異方性により、等方応力状態でも弾性係数を求める方向によって得られる値が異なることも指摘されている。

表-1は、Yimsiri & Soga¹⁾が水平に堆積した砂試料に対して繰返し載荷試験やせん断波速度からほぼ等方応力状態

での鉛直および水平方向の初期弾性係数を求めた過去の研究を纏めたものに最近のデータを追加したものである。

表からせん断剛性率 G は、すべてのケースで $G_{HH}/G_{VH} > 1.0$ となっている。一方、ヤング率 E に関しては、 E_H/E_V (M_H/M_V) > 1.0 の場合と $E_H/E_V < 1.0$ の場合と異なっている。ここで、せん断剛性率 G はすべてジオホーンやベンダーエレメントなどの波動試験でせん断波の伝播速度から求めた値であるのに対し、ヤング率 E は $E_H/E_V > 1.0$ となる研究は波動試験から波動理論を用いて、 $E_H/E_V < 1.0$ となる研究は繰返し試験から求めたものである。なお、Hoque & Tatsuoka²⁾は直接 E_H を求めたのではなく、ポアソン比 $\nu_{hh}=\nu_{vh}$ と仮定して水平方向の応力増分 $\Delta\sigma_h$ と水平ひずみ増分 $\Delta\epsilon_h$ から求めている。また、Kuwano³⁾もベンダーエレメント試験で求めた G_{HH} と $\Delta\sigma_h$, $\Delta\epsilon_h$ から E_H を求めている。このように、砂質土の初期弾性係数は試験方法によって異なる結果が得られている。また、せん断剛性率の異方性を繰返し載荷試験から求めた例はない。ヤング率も E_H を直接繰返し載荷試験から求めた例も見当たらない。

そこで、本研究では砂の初期弾性係数の異方性を調べるために、切り出し方向を変えた供試体を作製し、繰返し三軸試験を行い、直接 E_H を求め既往の研究と比較した。さらに、異方応力状態での初期弾性係数についても考察を行った。

表-1 砂の初期剛性の異方性 (文献1に加筆修正)

試料	供試体作製法	試験装置	弾性係数の測定方法	応力状態	弾性係数の異方性	文献
Ticino sand	空中落下	模型土槽	ジオホーン	等方	$M_H/M_V=1.2$ $G_{HH}/G_{VH}=1.2$	Lo Presti & O'Neill (1991)
mortar sand	空中落下	模型土槽	ジオホーン	等方	$E_H/E_V=1.25$ $G_{HH}/G_{VH}=1.23$	Stokoe et al. (1991)
Ticino sand	空中落下	模型土槽	ジオホーン	等方	$E_H/E_V=1.21$ $G_{HH}/G_{VH}=1.19$	Bellotti et al. (1996)
Toyoura sand	空中落下	三軸 (矩形)	繰返し載荷	等方	$E_H/E_V=0.90$	Hoque & Tatsuoka (1998)
Ticino sand	空中落下			等方	$E_H/E_V=0.95$	
SLB sand	振動締固め			等方	$E_H/E_V=0.55$	
Hime gravel	空中落下			等方	$E_H/E_V=0.60$	
Ham River sand	空中落下 +タッピング	三軸	ベンダー エレメント	等方	$G_{HH}/G_{VH}=1.1$	Kuwano (1999)
Dunkerque sand				K=0.95	$G_{HH}/G_{VH}=1.3$	
glass bead #10				K=0.95	$G_{HH}/G_{VH}=1.03$	
Ham River sand			繰返し載荷 +ベンダー エレメント	等方	$E_H/E_V=0.83$	
Dunkerque sand				K=0.95	$E_H/E_V=0.96$	
glass bead #10				K=0.95	$E_H/E_V=0.85$	
glass bead #12				K=0.95	$E_H/E_V=0.81$	
Ticino sand	空中落下	三軸	ベンダー エレメント	等方	$M_H/M_V=1.30$ $G_{HH}/G_{VH}=1.09$	Fioravante (2000)
Kenya sand					$M_H/M_V=1.34$ $G_{HH}/G_{VH}=1.21$	
Toyoura sand	MSP (凍結)	三軸	ベンダー エレメント	等方	$G_{HH}/G_{VH}=1.10$	山下ら(2001)
Kussharo sand					$G_{HH}/G_{VH}=1.28$	

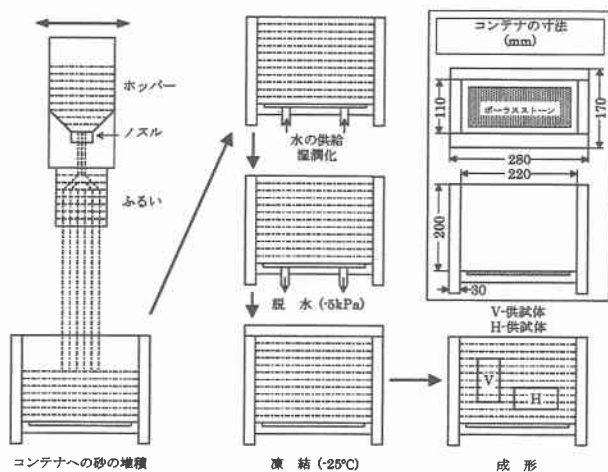


図-1 供試体作製方法

2. 試料と試験方法

用いた試料は、豊浦砂($\rho_s=2.645\text{g/cm}^3$, $e_{\max}=0.966$, $e_{\min}=0.608$, $D_{50}=0.18\text{mm}$, $U_c=1.69$)である。供試体の作製には図-1に示すように多重ふるい落下装置(MSP)を用いてコンテナ内に試料を堆積させ、凍結後供試体を作製する方法を用いた。この時、供試体軸方向が堆積面と直交するV供試体と平行なH供試体を作製した。供試体の相対密度は80%で、寸法は高さ100mm、直径50mmである。

供試体作製後、拘束圧30 kPaのもとでCO₂および脱気水により飽和させ、有効拘束圧 $\sigma'_c=98.1\text{ kPa}$ で等方圧密を1時間程度行った。圧密終了後、変形特性を求めるための繰返し三軸試験を排水状態で行った。

3. 初期弾性係数

(1) せん断剛性率 G

図-2は、著者ら⁴⁾が豊浦砂と屈斜路火山灰に対してベンダーエレメントを用いて鉛直および水平2方向のせん断波速度から求めたせん断剛性率の異方性を示したものである。この研究では図-1に示したV供試体とH供試体を用いているため、供試体に対するベンダーエレメントの設置方向が同じであってもせん断波の伝播・振動方向と堆積面との関係が異なっている。そこで、図中のせん断剛性率は堆積面との関係から統一的に表示しており、水平方向に堆積した試料では $G_{ij}=G_{ij}^*$ となっている。

図から両試料とも G_{HH}^* が G_{VH}^* および G_{HV}^* よりも高く、豊浦砂では $G_{HH}^*/G_{VH}^*=1.10$ 、屈斜路火山灰では1.28となっている。一方、 G_{HV}^* は試料によらず G_{VH}^* とほとんど等しい。すなわち、堆積構造の異方性がせん断剛性に及ぼす影響については、等方応力状態ではせん断波が堆積面に対して平行に伝播・振動するせん断波から得られるせん断剛性率は他の方向でのせん断剛性率よりも確実に高い。さらに G_{VH} と G_{HV} は堆積構造の異方性によらずほぼ等しいといえる。

一方、繰返し載荷から G の異方性を求めるためには、堆積方向の異なる供試体に対して、例えば単純せん断試験を行わなければならない。その実施例は見当たらない。しかし、作製法の異なる供試体に繰返しねじり試験などを行うことによって、異方性の評価はある程度可能である。

図-3は、著者がMSP法とCE法で作製した豊浦供試体

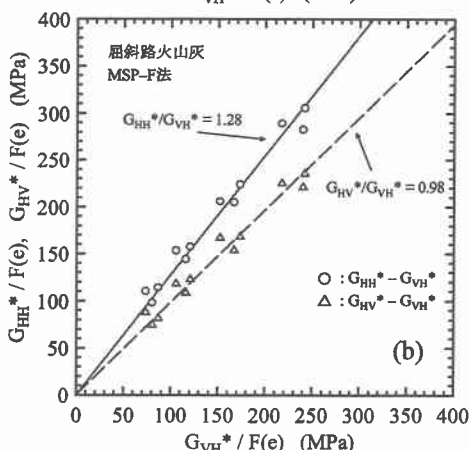
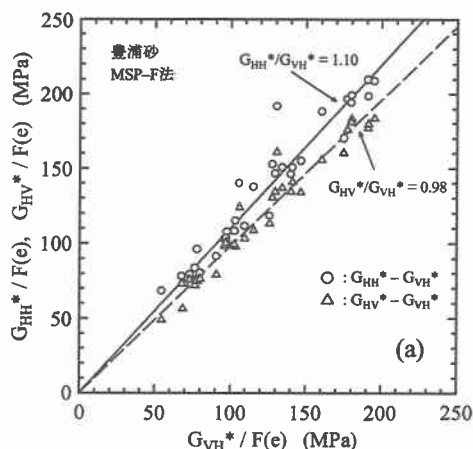


図-2 G_{VH} と G_{HH} および G_{HV} との関係⁴⁾
(a)豊浦砂, (b)屈斜路火山灰

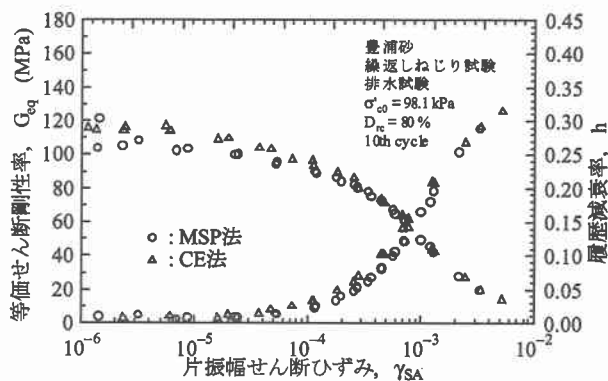


図-3 繰返しねじり試験による G_{eq} の比較⁵⁾

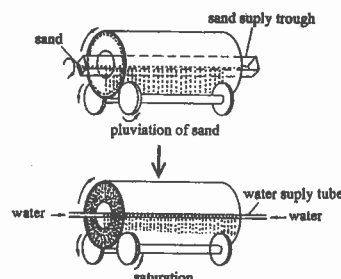


図-4 CE法による供試体作製法⁵⁾

に対して繰返しねじり試験を行った例である⁵⁾。ここで、MSP法で作製した供試体では、砂粒子が水平方向に堆積している。一方、CE供試体は図-4に示すように、供試体作製モールドを回転させた状態で試料を堆積させているので、砂試料は円周方向に堆積している。したがって、

MSP 供試体では G_{VH} が CE 供試体では G_{HH} に対応するせん断剛性率が求められると考えられる。

図-3から、MSP 供試体よりも CE 供試体の G がやや高く $G_{HH}/G_{VH} > 1.0$ となっている。このように、せん断剛性率は波動試験と同様に繰返し载荷試験においても水平方向に堆積した試料では $G_{HH}/G_{VH} > 1.0$ であるといえる。

(2) ヤング率 E

一方、ヤング率の異方性は表-1で示したように、試験方法によって異なる結果が得られている。先にも述べたように、波動理論に基づいてヤング率を求めた場合には $E_H/E_V > 1.0$ となっているのに対し、繰返し载荷試験から求めた場合には $E_H/E_V < 1.0$ となる結果が得られている。

式(1)は、水平方向に堆積する軸対象条件での弾性マトリックスを示したものである。

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_{xx(h)} \\ \delta \varepsilon_{yy(h)} \\ \delta \varepsilon_{zz(v)} \\ \delta \gamma_{yz(hv)} \\ \delta \gamma_{zx(vh)} \\ \delta \gamma_{xy(hh)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_h} & \frac{-\nu_{hh}}{E_h} & \frac{-\nu_{vh}}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{hh}}{E_h} & \frac{1}{E_h} & \frac{-\nu_{vh}}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{hv}}{E_h} & \frac{-\nu_{hv}}{E_h} & \frac{1}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{hv}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{vh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{hh}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \sigma_{xx(h)} \\ \delta \sigma_{yy(h)} \\ \delta \sigma_{zz(v)} \\ \delta \tau_{yz(hv)} \\ \delta \tau_{zx(vh)} \\ \delta \tau_{xy(hh)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、繰返し载荷からヤング率を求めた場合、鉛直方向のヤング率 E_V は、側圧一定の条件 ($\Delta \sigma_h = 0$) で鉛直方向に繰返し载荷 ($\Delta \sigma_v \neq 0$) を与えることによって式(1)から鉛直応力 ($\Delta \sigma_v$) と鉛直ひずみ ($\Delta \varepsilon_v$) の変化から直接求めることができる。一方、水平方向のヤング率 E_H は水平方向に堆積した供試体を用いて三軸試験から求める場合、鉛直応力一定で水平方向の応力を増減した場合には、水平応力 ($\Delta \sigma_h$) と水平ひずみ ($\Delta \varepsilon_h$) の変化から直接求めることはできず、水平方向のポアソン比 ν_{hh} の値が必要となる。そこで、Hoque & Tatsuoka²⁾ は $\nu_{hh} = \nu_{vh}$ と仮定して、Kuwan³⁾ はベンダーエレメント試験で求めた $G_{HH} = \{E_{HH}/2(1+\nu_{hh})\}$ から間接的に E_H を求めている。一方、本研究での H 供試体を用いて軸方向に载荷した場合には、式(1)において $\Delta \sigma_{zz} = 0$ および $\Delta \sigma_{xx}$ または $\Delta \sigma_{yy} = 0$ となるので、 E_H を直接求めることができる。

図-5は、豊浦供試体を用いて V 供試体と H 供試体の等価ヤング率 E_{eq} を比較したものである。明らかに H 供試体で求めた $E_{eq}(=E_H)$ の方が微小ひずみレベルにおいて V 供試体の $E_{eq}(=E_V)$ よりも1割程度高くなっている。この結果は、Hoque & Tatsuoka や Kuwan の結果と異なっているが、直接 E_H を求めていることから信頼性は高いものと考えられる。したがって、砂質土の初期弾性係数は波動試験および繰返し試験の試験法によらず異方性に関しては同じ結果が得られると結論付けられる。

4. 圧密時の異方応力の影響

一方、異方応力状態での G_{max} はせん断波の伝播・振動方

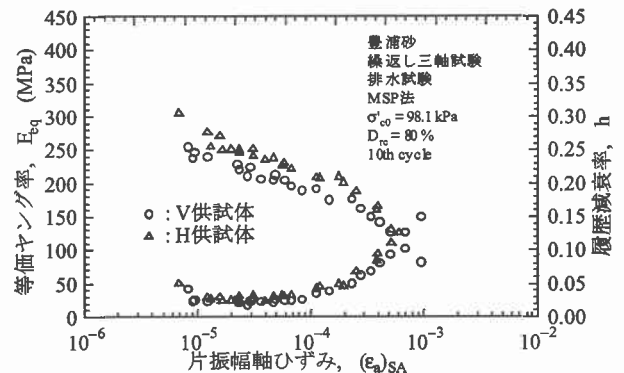


図-5 V 供試体と H 供試体でのヤング率の比較

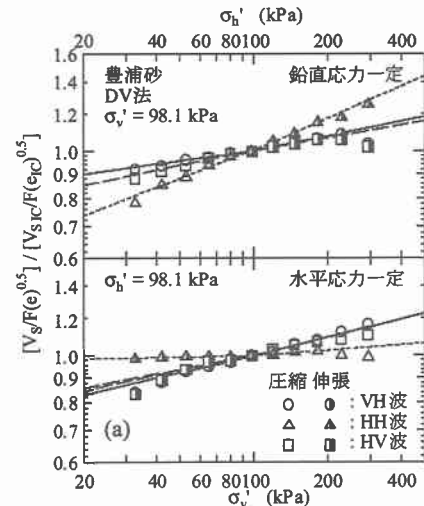


図-6 異方応力状態でのせん断波の伝播方向の影響⁷⁾

向の応力に依存し、それと垂直な方向の応力には依存しないとされており⁶⁾、せん断波から求めた異方応力状態での初期せん断剛性率は、一般に次式で表される。

$$\frac{G_{ij}}{p_r} = S_{ij} F(e) \left(\frac{\sigma'_i}{p_r} \right)^{n_i} \left(\frac{\sigma'_j}{p_r} \right)^{n_j} \quad (2)$$

ここに、 G_{ij} は初期せん断剛性であり、 i, j はそれぞれせん断波の伝播方向、振動方向を表す。 S_{ij} は材料定数、 $F(e)$ は間隙比関数、 σ'_i はせん断波の伝播方向の有効応力、 σ'_j はせん断波の振動方向の有効応力、 p_r は基準応力、 n_i と n_j は指数定数である。

図-6は、著者が豊浦供試体に対して、鉛直または水平応力一定で圧縮または伸張方向に異方圧密して求めた3方向のせん断波速度 V_s と水平応力 σ'_h または鉛直応力 σ'_v との関係を示したものである⁷⁾。図から、鉛直応力一定で水平応力を変化させ異方圧密を行った場合は、 V_{VH} および V_{HV} よりも V_{HH} の方が水平応力の変化に強く依存している。一方、水平応力一定で鉛直応力を変化させた場合は、 V_{VH} と V_{HV} は鉛直応力に依存しているのに対し、 V_{HH} はほとんど変化していない。このように、Roesler⁶⁾ が指摘したようにせん断波速度はせん断波の伝播および振動方向の応力に依存し、それと垂直な方向の応力にはほとんど依存しない。

一方、ヤング率に関しては、Hardin & Bladford⁸⁾ は、弾性圧縮ひずみ増分に対するヤング率は、その方向に働く垂直応力に一義的な関数であることを示している。したがって、等方もしくは異方応力状態の微小ひずみ時のヤング率

$E_{\max}$ は次式で表される。

$$\frac{E_{\max}}{p_r} = S_v F(e) \left(\frac{\sigma'_v}{p_r} \right)^{n_v} \quad (3)$$

図-7は、繰返し載荷試験から求めた異方応力状態でのヤング率を軸応力と水平応力の変化に対して示した一例⁹⁾である。排水条件では水平応力に全く依存せず、鉛直応力のみに依存していることが分かる。ただし、非排水条件での E_{eq} は鉛直応力に対する依存性が排水条件よりもやや低く、また鉛直応力が一定でも水平応力にやや依存している。これは、異方応力状態での非排水/排水ヤング率は主応力比にも依存するためである。

一方、原位置で得られる $G_{in-situ}$ と室内で得られる G_{lab} の比較を考えた場合、室内試験では一般に、原位置の鉛直応力で等方圧密した供試体に対して非排水条件で三軸繰返し載荷を与え、ポアソン比 $\nu=0.5$ として $G=\{E/2(1+\nu)=E/3\}$ が求められている。ここで、仮に等方応力状態での鉛直方向のヤング率が $E_v=3G_{vH}$ と仮定し、 E_v は鉛直応力のみに G_{vH} は鉛直および水平応力に G_{HH} は水平応力のみに依存するとした場合、異方応力状態での G_{vH} 、 G_{HH} と E_v の関係を推定したのが図-8である。

ここで、式(2)の n_i と n_j は0.20、式(3)の n_v は0.4と仮定している。また、等方応力状態での G_{HH}/G_{vH} は豊浦砂と屈斜路火山灰で得られた関係から、それぞれ1.10、1.28としている。

図に示すように、等方応力状態では $3G_{HH}/E_v$ は異なっているが、通常の水平地盤で考えられる鉛直方向と水平方向の応力比 $K=0.5$ 程度の場合には、原位置の鉛直応力で等方圧密または異方圧密して得られた E_v に対する G_{HH} 、 G_{vH} の比は、およそ0.85～1.0の範囲である。実際には非排水状態で求めた E_v は $K<1.0$ の場合、図-7に示したように排水状態で求めた場合よりもやや低くなることや、ペディングエラー等の影響により E は低くなることを考慮すれば、 $3G/E$ の値はより1.0に近い値になると考えられる。したがって、試料の品質の影響など他の因子を除けば、原位置の鉛直応力で圧密した供試体を用いて三軸試験で求めた G_{lab} と原位置での $G_{in-situ}$ は、応力と堆積構造の異方性の影響を考慮したとしても大きな相違はないと考えられる。

5. 結論

(1) 水平方向に堆積する試料に対して、等方応力状態で得られる弾性定数の異方性は、波動試験および繰返し載荷試験によらず $E_H/E_v > 1.0$ 、 $G_{HH}/G_{vH} > 1.0$ となる。

(2) $3G_{vH}=E_v$ と仮定した場合には、原位置の鉛直応力で圧密した供試体での E から求めた G は、他の影響因子を除けば異方性の影響を考慮したとしても大きな影響はない。なお、粘性土や礫の場合にはより異方性が大きい場合もあるので、全ての条件に対して適用できるわけではない。

参考文献

- 1) Yimsiri, S. & Soga, K.: Application of micromechanics model to study anisotropy of soils at small strains, S&F, 42(5), 15-26, 2002.
- 2) Hoque, E. & Tatsuoka, F.: Anisotropy in elastic deformation

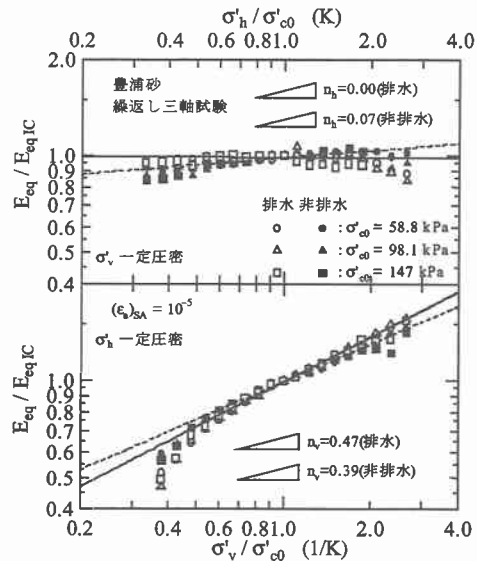


図-7 ヤング率に及ぼす異方圧密の影響⁹⁾

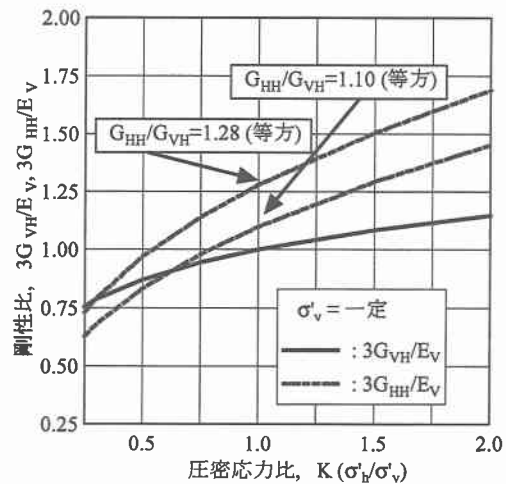


図-8 圧密応力比の影響

of granular materials, S&F, 38(1), 163-179, 1998.

- 3) Kuwano, R.: The stiffness and yielding anisotropy of sand, Ph.D. Thesis, Imperial College, University of London, 1999.
- 4) 山下聡, 喜多川俊介, 堀智仁, 鈴木輝之: 堆積構造と応力の異方性が砂質土の初期せん断剛性に及ぼす影響, 土木学会論文集, 694/III-57, 319-329, 2001.
- 5) 山下聡: 砂の繰返し載荷試験結果に及ぼす諸因子の影響と試験結果の適用に関する研究, 北海道大学学位論文, 1993.
- 6) Roesler, S.K.: Anisotropic shear modulus due to stress anisotropy, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 105(7), 871-880, 1979.
- 7) 山下聡, 堀智仁, 鈴木輝之: 異方応力状態でのせん断波速度に及ぼす伝播方向と堆積方向の影響, 土木学会論文集, 722/III-61, 387-392, 2002.
- 8) Hardin, B. O. and Bladford, G. E.: Elasticity of articulate materials, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 115(6), 788-805, 1989.
- 9) 喜多川俊介, 山下聡, 鈴木輝之: 異方応力状態における砂の微小ひずみ時の繰返し変形特性, 第35回地盤工学研究発表会講演集, 275-276, 2000.