

等方弾性仮定下における粘性土の弾性係数の解釈

Interpretation of elastic deformation modulus of clay based on isotropic elasticity

北海道大学大学院 ○学生会員 佐藤 信吾 (Shingo SATO)
函館工業高等専門学校 正会員 川口 貴之 (Takayuki KAWAGUCHI)
北海道大学大学院 フェロ-会員 三田地 利之 (Toshiyuki MITACHI)
北海道大学大学院 正会員 澁谷 啓 (Satoru SHIBUYA)
北海道大学大学院 学生会員 富田 泰史 (Taishi TOMITA)

1. はじめに

近年の研究により、 10^{-5} 程度以下の微小ひずみレベルでは地盤材料によらずほぼ弾性的な挙動を示すことが報告されており、その際の土要素は土粒子の堆積過程やその構造、原地盤内での応力状態を考慮して、直交異方弾性体と解釈されることが多い^{1), 2), 3), 4)}。砂質土に関しては、この領域で測定されるヤング率 E やせん断弾性係数 G に異方性の影響が見られるとの報告例^{5), 6)}が数多くあり、粘性土についても、ベンダーエレメント（以下 BE と略記）試験などの土中内を伝播するせん断弾性波の速度を測定する試験によって $G_{vh} \neq G_{hh}$ であるという研究成果が報告されている⁷⁾。

しかしながら、直交異方弾性体を仮定した際に必要とされる 5 つのパラメータ^{1), 2)}をそれぞれ全て正確に測定・評価することは現在の測定技術をもってしても極めて困難であり、等方弾性体を仮定することで各種弾性係数の解釈ならびにその工学的な利用が容易になるため、実務等ではこの仮定下において非排水三軸試験より得られるヤング率 E_d から G を算出することや⁸⁾、さらに排水条件下のポアソン比 ν_d を仮定することによって排水条件下のヤング率 E_d を算出することが多いのが実状である。

そこで本文では、等方および異方圧密といったせん断開始前の圧密履歴や、せん断時の載荷速度や排水条件が異なる一連の三軸圧縮試験より得られた各種弾性係数を等方弾性体仮定の下で評価し、この結果から粘性土の弾性係数の解釈に関して、等方弾性体を仮定することは是非について議論している。

2. 試験方法・条件

表-1 は本研究で実施した一連の三軸試験における主な試験条件をまとめたものであり、区別しやすいよう各試験には試験名を付けている。試験名は英字のシリーズ名と各シリーズ間での通し番号で構成され、試験条件によって5つのシリーズに分けている。

図-1 は CD, CU, CDS シリーズ、図-2 は CDP, CUB シリーズとして実施された試験の応力経路図をまとめたものである。CD は異なる圧密履歴を与えた後に軸ひずみ速度 0.0006 %/min での排水単調載荷、CU は異なる圧密履歴を与えた後に軸ひずみ速度 0.2 %/min での非排水単調載荷、CDS は共通の等方圧密履歴を与えた後に軸ひずみ速度が異なる排水単調載荷、CUB は異なる圧密履歴を与えた後に BE 試験によって G を測定した上で軸ひずみ速度 0.02 %/min での非排水単調載荷を実施したものであり、CDP は軸ひずみ速度一定での排水単調載荷過程に

表-1 試験条件のまとめ

試験名	圧密時の K	せん断開始 時の p' (kPa)	せん断 条件	載荷速度 (%/min)
CD1	1.0	203	排水 σ_r 一定	0.0006
CD2	1.0	278		
CD3	0.8	202		
CD4	0.8	242		
CD5	0.6	204		
CU1	1.0	202	非排水 σ_r 一定	0.2
CU2	0.6	204		
CU3	1.0	302		
CDS1	1.0	300	排水 σ_r 一定	0.00006
CDS2		301		0.0002
CDS3		301		0.0006
CDS4		301		0.002
CUB1	1.0	174	非排水 σ_r 一定	0.02
CUB2	1.0	300		
CUB3	1.0	500		
CUB4	K_0 制御(0.59)	289		
CDP1	1.0	203	排水 p 一定	0.0006

※ CUB4の括弧内は K_0 値

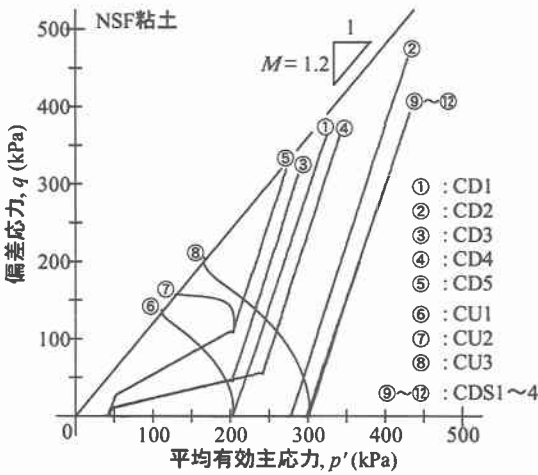


図-1 応力経路図 (CD, CU, CDS シリーズ)

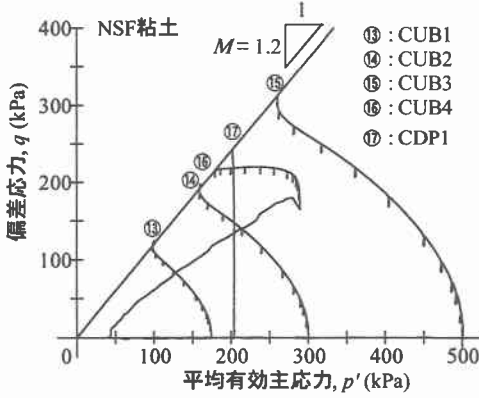


図-2 応力経路図 (CUB, CDP シリーズ)

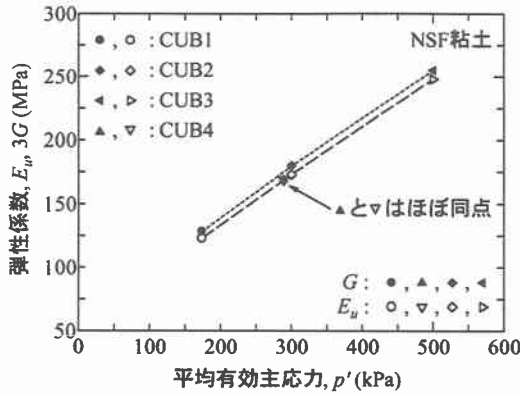


図-3 非排水載荷開始時に測定された3GとEuの比較

において、平均主応力 $p = (\sigma_a + 2\sigma_r) / 3$ が一定となるようセル圧を制御したものである。

本研究で使用した供試体は、粉末乾燥状態で市販されているNSF粘土 ($w_L = 55\%$, $IP = 26$) を液性限界の2倍程度のスラリー状態で練り返し、鉛直応力 150 kPa で 10 日間予圧密したものである。また、試験装置については高精度ダイレクトドライブモータによって高分解能で軸方向変位の制御・計測が可能な三軸試験装置⁹⁾を使用しており、CUB シリーズについてはキャップとベDESTAL に BE が取り付けられた同様の試験装置で実施している。

3. 考察

3.1 等方弾性体仮定下における各種弾性係数

土要素の変形は有効応力が支配していると考えられ、三軸試験に用いる供試体を等方弾性体と仮定した場合、軸ひずみ ϵ_a は式-1、側方ひずみ ϵ_r は式-2 のように表現できる。また、 G は E とポアソン比 ν を用いることで式-3 のように表現できる。なお、 σ'_a は軸方向に作用する有効応力、 σ'_r は側方(半径方向)に作用する有効応力である。

$$\Delta \epsilon_a = (\Delta \sigma'_a - 2\nu \cdot \Delta \sigma'_r) / E \quad \text{式-1}$$

$$\Delta \epsilon_r = \{(1-\nu) \cdot \Delta \sigma'_r - \nu \cdot \Delta \sigma'_a\} / E \quad \text{式-2}$$

$$G = E / 2(1+\nu) \quad \text{式-3}$$

非排水条件下の場合には $\Delta \epsilon_a + 2\Delta \epsilon_r = 0$ であり、これより非排水条件下のポアソン比 $\nu_u = 0.5$ となる。これを式-1 に代入すると E_u は式-4 のように表現され、 E_u は非排水三軸圧縮試験から得られた偏差応力 $q (= \sigma'_a - \sigma'_r) \sim \epsilon_a$ 関係の傾きから算出できる。

$$E_u = (\Delta \sigma'_a - \Delta \sigma'_r) / \Delta \epsilon_a = (\Delta \sigma_a - \Delta \sigma_r) / \Delta \epsilon_a = \Delta q / \Delta \epsilon_a \quad \text{式-4}$$

排水条件下の場合には、 $\Delta \sigma'_a = \Delta \sigma_a$, $\Delta \sigma'_r = \Delta \sigma_r$ であり、式-1 から側圧一定 ($\Delta \sigma_r = 0$) の排水三軸圧縮試験時における E_d は式-5 のように表現され、これについても同様に得られた $q \sim \epsilon_a$ 関係の傾きから算出できる。

$$E_d = \Delta \sigma_a / \Delta \epsilon_a = \Delta q / \Delta \epsilon_a \quad \text{式-5}$$

また、 G は排水条件によらないことが知られており¹⁰⁾、このとき E_u と E_d の相関は式-3 および $\nu_u = 0.5$ を用いることで、式-6 のように表現できる。

$$E_d = \frac{1+\nu_d}{1+\nu_u} E_u = \frac{2}{3} (1+\nu_d) E_u \quad \text{式-6}$$

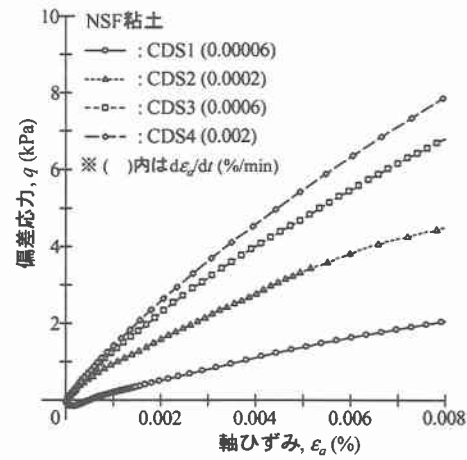


図-4 載荷速度が異なる排水条件下の $q \sim \epsilon_a$ 関係の比較

3.2 E_u と G の相関

等方弾性体と仮定した場合、式-3 および $\nu_u = 0.5$ より E_u と G の関係は式-7 のように表現できる。

$$E_u = 2(1+\nu_u) \cdot G = 3G \quad \text{式-7}$$

図-3 は CUB シリーズの各試験において、非排水単調載荷直前に実施された BE 試験より得られた 3G と単調載荷過程で得られた E_u の比較である。なお、 E_u は非排水条件下の試験で共通に $q \sim \epsilon_a$ 関係が線形関係を示す $\epsilon_a \leq 0.005\%$ の領域における線形近似線の傾きとしている。

一般に、異方性には初期構造異方性と応力誘導異方性が存在するとされており³⁾、異方圧密された供試体は等方圧密されたものに比べて応力誘導異方性の影響を大きく受けていると考えられる。しかし、図中に示した全ての試験において E_u と 3G はほぼ等しく、等方圧密履歴だけでなく異方 (K_0) 圧密履歴が与えられた供試体についても、式-7 に示す関係式が成立することが分かる。これより、微小ひずみ域での E_u と G の相関についてはほぼ等方弾性体仮定が成立すると考えられ、更には粘性土の弾性係数に及ぼす応力誘導異方性の影響は比較的小さいと推測できる。

3.3 E_u と E_d の評価とその相関

図-4 は CDS シリーズの各試験結果における $q \sim \epsilon_a$ 関係を比較したものであり、それぞれ排水条件をほぼ満たしていることを確認している。また、単調載荷時の軸ひずみ速度は 2 オーダーの範囲内で異なっている。図中より、排水条件下における微小ひずみ域での $q \sim \epsilon_a$ 関係は載荷速度に大きく依存し、最も小さな軸ひずみ速度で載荷された試験 (CDS1) では、載荷初期においてほとんど q の増加が見られないことが分かる。この速度が載荷開始直前 (圧密終了付近) の排水クリープ期間中における軸ひずみ速度 (0.00005 %/min) の高々 1.2 倍程度であることを考慮すると、載荷中にも排水クリープが生じており、これが排水せん断時の $q \sim \epsilon_a$ 関係に大きく影響を及ぼしていると推察できる。この結果を背景に、排水単調載荷時において供試体に生じる ϵ_a には、排水クリープによる成分 (ϵ_a)_{CR} が含まれていると考え、弾性的な挙動を示す微小ひずみ領域での ϵ_a は式-8 に示す関係式のように、単調載荷による純粋なひずみ成分 (ϵ_a)_d と (ϵ_a)_{CR} の和として表

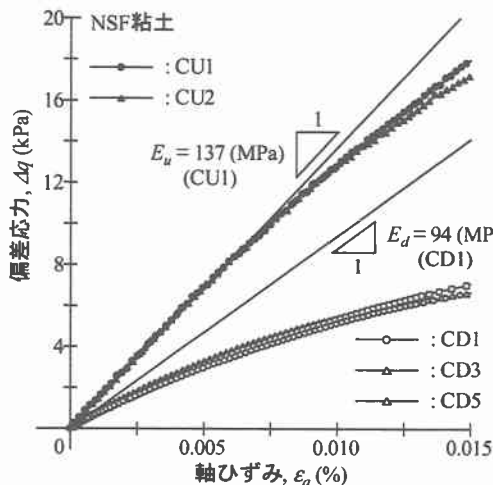


図-5 荷重開始時の p' が等しい排水・非排水条件下における $\Delta q \sim \varepsilon_a$ 関係の比較

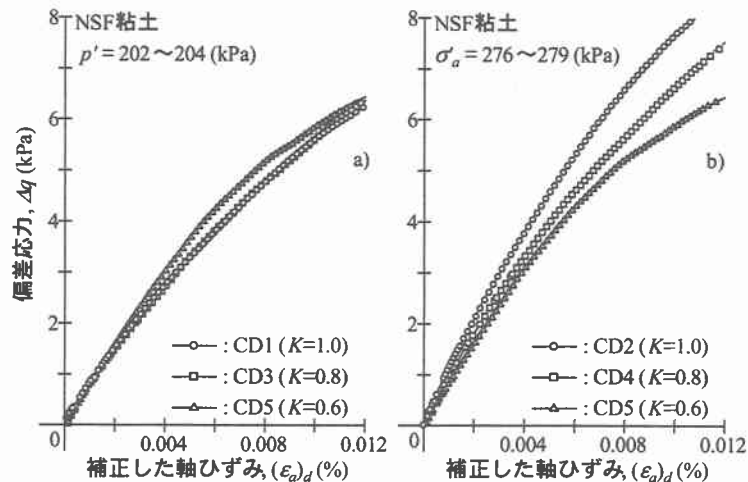


図-6 荷重開始時の p' あるいは σ'_a が等しい $\Delta q \sim (\varepsilon_a)_d$ 関係の比較

現できると仮定し、それぞれの $q \sim (\varepsilon_a)_d$ 関係を用いて整理することで荷重速度によらないほぼ共通のヤング率 (E_d と区別するため、本文では E_d^* と表記) が得られることをすでに確認している⁹⁾。

$$\Delta \varepsilon_a = \Delta (\varepsilon_a)_{CR} + \Delta (\varepsilon_a)_d \quad \text{式-8}$$

図-5 は CD および CU シリーズにおいて、非排水・排水半調荷重開始時の p' がほぼ等しい 5 つの試験における $\Delta q \sim \varepsilon_a$ 関係を比較したものである。なお、 Δq は圧密終了時の応力点からの偏差応力増分である。 $\varepsilon_a \leq 0.01$ % の領域では、各シリーズで実施された試験はそれぞれほぼ同様な挙動を示しており、 E_u および E_d はそれぞれ荷重開始時における p' が等しければ応力比 $K (= \sigma'_d/\sigma'_a)$ によらずほぼ等しいと考えられる¹¹⁾。図中には CD1 および CU1 の E_d と E_u に等しい傾きを有する直線をそれぞれ示しており、排水条件下での $\Delta q \sim \varepsilon_a$ 関係において弾性的な挙動を示す領域は非排水条件下に比べてかなり小さいことが分かる。このように、 E_d は弾性領域が小さく、さらに大ひずみ域まで計測している都合上 q の分解能が低いために算定が困難であるが、測定機器の性能を考慮し、ノイズ処理や平均化処理を施した上でおよそ $\varepsilon_a \leq 0.001$ % の領域における線形近似線の傾きとしている。また、図中に示した E_u と E_d を式-6 に代入して得られる ν_d は 0.03 程度となり、 E_d の代わりに E_d^* を用いた場合のポアソン比 ν_d^* は 0.17 程度となる。粘性土の ν_d を直接測定した研究例はほとんどなく、値そのものを評価することは困難であるが、砂質土での測定結果¹²⁾などを参照すれば、式-8 による補正が妥当かどうかは別として、何らかの方法によって排水せん断時の $q \sim \varepsilon_a$ 関係に及ぼすクリープの影響を考慮すべきであると考えられる。なお、 E_d^* は $q \sim (\varepsilon_a)_d$ 関係において E_d と同様に算出している。

図-6 は CD シリーズの中で、荷重開始時の p' (図-6a) あるいは σ'_a (図-6b) が等しく、 K が異なるそれぞれ 3 つの試験における $\Delta q \sim (\varepsilon_a)_d$ 関係を比較したものである。図-1 から分かるように、これらの試験における荷重開始時の応力点は比較的狭い範囲にあり、それぞれの σ'_a, p' の違いは決して大きくはないものの、この図より E_d^* は σ'_a よりむしろ p' に強く依存していることが分かる。砂

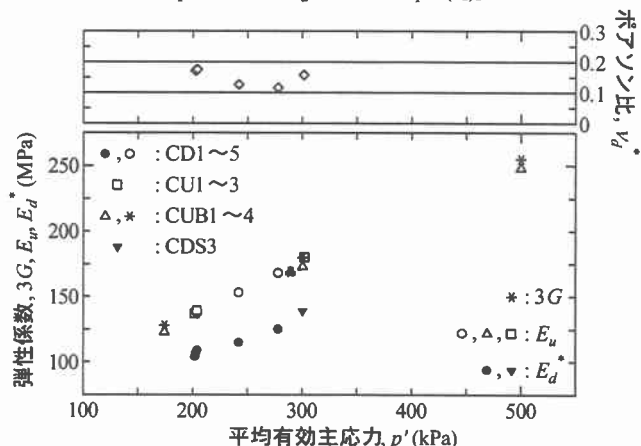


図-7 弾性係数と計算されたポアソン比のまとめ

質土を用いた試験より、排水条件下における鉛直・水平方向のヤング率はそれぞれ対応する直応力のみの関数であるとの報告^{3), 12)}もあるが、本試験で用いた粘性土供試体の E_d (E_d^*) は荷重開始時の K によらず、 p' の関数としてほぼ表現可能であると考えられる。

図-7 は CD1~5, CU1~3, CDS3, CUB1~4 の試験より得られた E_u , E_d^* , G と測定時の p' の関係をまとめたものであり、図中には測定前の圧密条件が等しい E_u と E_d^* から計算された ν_d^* についても示している。なお、CD2 と CD4 については、排水せん断開始直前に微小ひずみの非排水繰返し荷重を実施し、 E_u についても測定している (図中 ○印)。この図より、 E_d^* だけでなく、 E_u と G についても測定以前の (正規) 等方・異方圧密履歴 (荷重開始時の K) によらず、測定時点における p' の関数としてほぼ表現可能であることが確認できる¹¹⁾。しかしこれに関して、荷重開始時の間隙比 e は、ダイレイタンスの影響でわずかに異なるものの、 K によらず p' とほぼ一義的な関係があるため、弾性係数は e に強く依存し、 e の関数として表現できると解釈することも可能である。もしここで、圧密に伴う弾性係数の増減が、 p' が増減することで生じた e の変化に大きく支配されていると仮定すると、砂質土と粘性土で弾性係数の変化を良く表現しうる応力パラメータが異なる原因に関して、粘性土は砂質土に比べて応力変化に伴う e の変化が大きいため、たとえ特定の主応力に対する依存性や異方性の影響が存在しても弾性係数の値そのものに反映しにくく、砂質土では e の変化

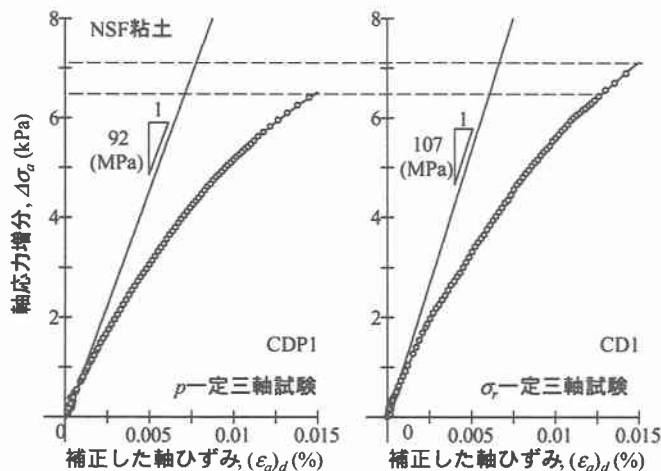


図-8 微小ひずみ域における $\Delta\sigma_a \sim (\varepsilon_a)_d$ 関係の比較 (CDP1, CD1)

が小さいためにこの影響が顕著に反映していると考えることができる。

また一方で、結果的に測定された弾性係数が σ_a といった特定の主応力に強く依存することなく、主応力の平均値 p に依存することを考えれば、直接測定を試みていないものの、本研究で検討した K の範囲内では供試体側方への载荷により測定した E_u や E_d は軸方向载荷により得られた値とほぼ等しく、等方弾性仮定に矛盾しないことが十分に予想される。ただし、自然堆積粘土では異方性の影響が顕著に現れることも想定され、今後乱さない試料を用いた同様な検討が必要だと考えている。

3.4 p 一定ならびに側圧一定の三軸試験結果より計算されるポアソン比について

式-1に排水条件である $\Delta\sigma'_a = \Delta\sigma_a$, $\Delta\sigma'_r = \Delta\sigma_r$, p 一定条件である $\Delta\sigma_a = -2\Delta\sigma_r$ を代入すると、 p 一定条件下の排水三軸試験より得られる E_d は式-9のように表現できる。

$$E_d = (1 + \nu_d) \Delta\sigma_a / \Delta\varepsilon_a \quad \text{式-9}$$

また、 E_d は载荷条件によらず、同条件での圧密後に行われた側圧一定の排水三軸試験より得られる E_d と等しいと考えられる。そこで、式-5と式-9より E_d を消去すると、両試験の弾性的な挙動を示す領域における $\Delta\sigma_a \sim \varepsilon_a$ 関係の傾きについて、式-10に示す関係式が得られる。なお、それぞれの傾きを区別するために p 一定試験にはCDP、側圧一定試験にはCDの添え字を付している。

$$(\Delta\sigma_a / \Delta\varepsilon_a)_{CDP} / (\Delta\sigma_a / \Delta\varepsilon_a)_{CD} = 1 / (1 + \nu_d) \quad \text{式-10}$$

図-8はCDP1とCD1の試験における微小ひずみ域の $\Delta\sigma_a \sim (\varepsilon_a)_d$ 関係を比較したものである。両関係は同様な挙動を示しているものの、CDP1において得られる傾きの方がわずかに小さいことが確認された。図中には、前述した E_d と同様な方法で算出したそれぞれの傾きを示しており、これらを式-10に代入することによって得られる ν_d^* はおおよそ0.16となった。また図-7より、測定前の圧密条件が等しい E_u と E_d を式-6に代入することで得られた ν_d^* はおおよそ0.1~0.2の範囲内にあり^{12), 13)}、式-10から得られた ν_d^* と同様であることが分かる。このことから、等方弾性仮定と G が排水条件によらないという仮定がほぼ成立すると推察できるが、载荷中に側圧が変化する

試験に対して式-8を適用して良いかという問題や、式-6, 10から分かるようにポアソン比は応力~ひずみ関係の傾きの比によって計算されるために算定した値のわずかな違いがポアソン比の値に大きく影響し、値の評価が困難であるなどといった問題が数多く残されており、今後更なる検討が必要だと考えている。

4. まとめ

本研究で得られた知見を以下にまとめる。

- ① 等方弾性仮定の下で計算されるポアソン比に関する検討より、 E_d の算出に際しては、何らかの方法によって排水せん断時の $q \sim \varepsilon_a$ 関係に及ぼすクリープの影響を考慮すべきである。
- ② 粘性土の各種弾性係数は等方・異方圧密履歴に伴う測定時における K の違いによらず、その増減を p の関数としてほぼ表現できると考えられる。
- ③ 以下の3点より、本研究で用いたような繰り返し粘土の弾性係数の解釈に関して、供試体(土要素)を等方弾性体と仮定することはほぼ妥当だと考えられる。
 - ・ 圧密応力・方法によらず E_u と $3G$ がほぼ等しいこと。
 - ・ ②より、本研究で検討した K の範囲内では、鉛直・水平方向への载荷により測定した E_u や E_d が载荷方向によらずほぼ等しいと十分に予想されること。
 - ・ p 一定および側圧一定三軸試験における $\Delta\sigma_a \sim \varepsilon_a$ 関係の傾きから計算されたポアソン比と E_u と E_d の相関より計算されたポアソン比がほぼ等しいこと。

参考文献

- 1) Barden, L. : Stresses and displacements in a cross-anisotropic soil, *Géotechnique*, Vol.13, No.3, pp.198-210, 1963.
- 2) Pickering, D.J. : Anisotropic elastic parameters for soil, *Géotechnique*, Vol.20, No.3, pp.271-276, 1970.
- 3) Tatsuoka, F., Jardine, R.J., Lo Presti, D.C.F., Di Benedetto, H. and Kodaka, T. : Characterising the pre-failure properties of geomaterials, Theme Lecture for Plenary Session 1, *Proc. of 14th ICSMGE, Hamburg*, Vol.4, pp.2129-2164, 1997.
- 4) Yimsiri, S. and Soga, K. : Application of micromechanics model to study anisotropy of soils at small strains, *Soils and Foundations*, Vol.42, No.5, pp.15-26, 2002.
- 5) Yamashita, S. and Suzuki, T. : Small strain stiffness on anisotropic consolidated state of sands by Bender elements and cyclic loading tests, *Proc. of 15th ICSMGE, Istanbul*, Vol.1, pp.325-328, 2001.
- 6) Kuwano, R. : The stiffness and yielding anisotropy of sand, *Ph.D. Thesis*, Imperial College of science, Technology and Medicine, University of London, UK, 1999.
- 7) Jovićić, V. and Coop, M. R. : The measurement of stiffness anisotropy in clays with Bender element tests in the triaxial apparatus, *Geotechnical Testing Journal, ASTM*, Vol.21, No.1, pp.3-10, 1995.
- 8) 上野恭宏, プラダン テージ: 粘性土の繰返し変形特性に及ぼす圧密条件の影響, 第30回土質工学研究発表会講演概要集, 3分冊の2, pp.915-918, 1995.
- 9) 川口貴之, 三田地利之, 滋谷啓, 佐野信房: 粘性土の変形特性を求めるための高精度三軸試験装置・方法の開発, 土木学会論文集, No.708, III-59, pp.175-186, 2002.
- 10) 千葉隆仁, 山下聡, 土岐祥介: 三軸試験と中空ねじり試験による砂の繰返し変形特性, 「地盤および土構造物の動的問題における地盤材料の変形特性-試験法・調査法および結果の適用-」に関する国内シンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp.181-186, 1994.
- 11) 川口貴之, 三田地利之, 滋谷啓: 繰返し飽和粘土の微小ひずみ域における変形係数の定式化, 土木学会論文集, No.638, III-49, pp.179-191, 1999.
- 12) Hoque, E. and Tatsuoka, F. : Anisotropy in elastic deformation of granular materials, *Soils and Foundations*, Vol.38, No.1, pp.163-179, 1998.
- 13) Mukabi, J.N., Tatsuoka, F. and Hirose, K. : Drained and undrained stiffness of kaolin in triaxial compression, 第46回土木学会学術講演会概要集, 第3部, pp.296-297, 1991.