

地下水流動を考慮したウトナイ湖の湖流特性

WATER FLOW CHARACTERISTICS IN LAKE UTONAI CONSIDERED GROUNDWATER FLOW

株式会社ドーコン	○正員	長谷川 覚也 (Kakuya Hasegawa)
株式会社ドーコン	正員	竹村 健 (Takeshi Takemura)
株式会社ドーコン	正員	長谷川 裕史 (Hiroshi Hasegawa)
室蘭工業大学	フェロー	藤間 聡 (Satoshi Tohma)
室蘭工業大学	学生員	宮武 誠 (Makoto Miyatake)

1. まえがき

ウトナイ湖を含む湿原地域は、図-1 に示す北海道苫小牧市の北東に位置する。この湿原は、ラムサール条約に登録された自然保護区域であるが、近年栄養塩や微細土砂の流入による生態系への影響が懸念されている。この問題に対する原因究明及び影響評価の際には、数値解析が有効な手段の一つと考えられる。

ウトナイ湖は、湖自体が湿原の一部であり、図-2 のように湖岸境界において地下水の影響を受ける湖であり、水深が1m程度の浅水湖である。

ウトナイ湖の湖流特性を形成する要因としては、風と地下水の影響が考えられるが、本論文では地下水を考慮した湖流の解析を行い、今後予定する水質解析に有用な基礎的知見を得ることが目的である。

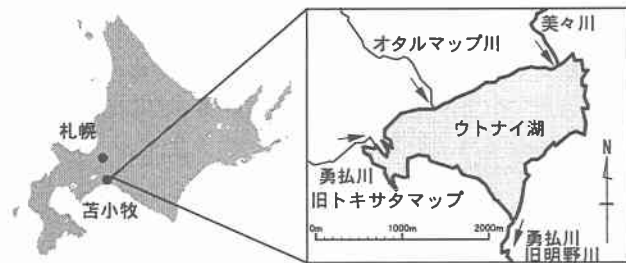


図-1 ユトナイ湖の位置



図-2 ユトナイ湖の湖岸域

2. 解析モデル

2.1 モデルの概要

本論文で提案するモデルは、地下水流動解析モデルと湖流解析モデルの2モデルで構成する。

地下水流動解析モデルは、クリギング¹⁾と呼ばれる統計的手法とトレンド多項式により複数地点の観測地下水位から地下水位 h の空間分布を推定し、これより透水量係数および地下水流量フラックスの空間分布を推定する。

湖流解析モデルは、2次元非線形長波方程式²⁾を基礎式とし、地下水流動解析モデルから推定される地下水流量フラックスを湖流境界条件として湖岸に与える。

2.2 地下水流動解析モデル

一般の地下水流動モデルは、最適なパラメータを推定するため帯水層の地質構成、成層構造、かん養量および揚水量等多数の地質学的、水文学的情報を必要とする。しかし、実際にはさまざまな理由により観測域は一部に限られ、また観測は地下水位のみの場合が多く、現実的には広域分布構造の把握が困難である。

一方で、透水量係数などの帯水層定数は自然状態において空間分布を呈することが知られている。

本モデルでは、観測地下水位のみを用いて地下水位の空間分布構造を推定し、透水量係数や地下水流量ベクトルを求める。

地下水位 h は、観測期間における平均 m と変動成分 z の和で表されるものとして次式で示す。

$$h(x, y, t) = m(x, y) + z(x, y, t) \quad (1)$$

ここで、 x, y は平面位置座標、 t は時間である。

観測地下水位の平均値 $m(x, y)$ は、領域内で空間分布を有する。この空間分布を空間トレンドとして平面位置座標 x, y の多項式により次式で近似する。

$$m(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + \dots + a_{k-2}x^2y^{n-2} + a_{k-1}xy^{n-1} + a_ky^n \quad (2)$$

ここで、 a はトレンド多項式の係数、 k はトレンド項数、 n は多項式の次数である。(2)式に示すトレンド多項式の係数 a は非線形最小二乗法³⁾により決定する。

(2)式の次数については、次式に示すAIC(赤池情報量基準)⁴⁾を用いて最適次数を決定する。

$$AIC = N \log Q + (n+1)(n+2) \quad (3)$$

ここで、 N は観測点総数、 Q は残差平方和である。一般的に、(2)式の次数は、過大に設定するとトレンド多項式が観測値に必要以上に適合し、空間分布構造が不適切となる問題が発生する。AICが最小となる次数を採用することによりこの問題の解決を図った。

また、変動成分 z の空間分布推定には、地下水位の変動成分の分散を一定とする代わりに、弱定常過程の成立条件を緩和し、変動成分の統計的空間分布をより正確に表現できると考えられるパリオグラムを導入する。パリオグラムは不特定の場所においても一定距離 d 離れた二点間の地下水位差の分散が移動に際して不変とするもので、次式で与えられる。

$$\gamma(d) = \frac{1}{2N(d)} \sum_{i=1}^N [Z(X_i + d) - Z(X_i)]^2 \quad (4)$$

ここで、 $\gamma(d)$ はバリオグラム、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位、 d は二点間距離、 $N(d)$ は観測点数である。

任意の非観測地点における地下水位は次式で示す線形回帰式より推定する。

$$Z^*(X_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_0^i Z(X_i) \quad (5)$$

(5) 式の方程式はクリギングと呼ばれる。ここで、 $Z^*(X_0)$ は非観測地点 X_0 における地下水位推定値、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位観測値、 λ_0^i は $Z(X_i)$ の重み係数である。

(5) 式が最良不偏推定式となるために、推定誤差の平均が零の不偏性を有すること、推定誤差の分散が最小になることの二つの条件を満足しなければならない。

これらより、時刻 t における任意地点の地下水位変動成分 $z(x, y, z)$ は、時刻 t の観測地下水位変動成分と (5) 式から推定される。さらに、時刻 t における任意地点の地下水位 h は、(1) 式に (2)、(5) 式を代入することで得られる。

透水量係数の空間分布は、次式で示す平面二次元定常地下水流動方程式から、非線形最小二乗法による最適化手法を用いて、(1) 式で得られた地下水位 h より推定する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (6)$$

ここで、 h は地下水位、 T は透水量係数、 Q はかん養量または揚水量をである。観測地点における透水量係数は、次式で示す $I(T)$ を最小とする値として推定する。

$$I(T) = \sum_{i=1}^N W_i [h_i - \bar{h}_i(T)]^2 \quad (7)$$

ここで、 h_i は観測地下水位、 $\bar{h}_i(T)$ は計算地下水位、 W_i は重みで $W_i=1$ とする。(7) 式を T に関して微分すると、

$$\frac{\partial I(T)}{\partial T_m} = \sum_{i=1}^N J_T^T \{h_i - \bar{h}_i(T)\} = 0 \quad (m=1, \dots, M) \quad (8)$$

ここで、 J_T^T はヤコビアン行列と呼ぶ地下水位 h の透水量係数 T に関する偏微分係数、 N は観測点総数、 M は同定する透水量係数の総数である。

(8) 式は非線形となり直接解を求めることができないため、テイラー展開を行い、一次項のみを考慮した線形近似式を考え、次式で示す反復改良法により残差平方和を最小とする透水量係数を求めることにする。

$$T(n+1) = T(n) + (J_T^T J_T)^{-1} J_T^T \{h_i - \bar{h}_i(T)\} \quad (9)$$

ここで、 n は反復回数である。上記の同定過程において、透水量係数 T が修正されるごとに評価基準 $I(T)$ の計算を行い、それが極小値になるときの T 値を最適同定値とする。

以上により、任意地点における流量フラックスの流向は、地下水位 h の空間分布から設定する。

2.3 湖流モデル

湖流解析は次に示す浅水理論に基づく 2 次元非線形長波方程式を基本方程式とする。

運動量方程式：

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\tau_x}{\rho_0} + fN \quad (10)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} = -\frac{\tau_y}{\rho_0} - fM \quad (11)$$

連続式：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

ここで、 M 、 N は x 、 y 軸方向の流量フラックス、 τ_x 、 τ_y は x 、 y 軸方向のせん断力、 η は水面変動量、 ρ_0 は流体の平均密度、 f はコリオリ係数、 h は静止水深、 $D (= \eta + h)$ は全水深である。

上式 (10)、(11) 式において、左辺第 2、3 項は移流項であり、左辺第 4 項は圧力項、右辺第 1 項はせん断応力項、第 2 項はコリオリ力を表す。

x 軸方向のせん断応力 τ_x は、水深が浅い場合、底面に働くせん断応力 τ_{bx} と水面に作用する風によるせん断応力 τ_{0x} によって支配されるため次式で表す。

$$\tau_x = \tau_{bx} - \tau_{0x} \quad (13)$$

x 軸方向の底面せん断応力 τ_{bx} は流量フラックスで表すと次式で与える。

$$\tau_{bx} = \rho_0 \gamma_b^2 \frac{M}{D^2} \sqrt{M^2 + N^2} \quad (14)$$

ここで、 γ_b は底面摩擦係数、 ρ_0 は流体の密度である。 τ_{bx} はマンニングの平均流速公式 ($\gamma_b^2 = gn^2/D^{1/3}$) を用いて、

$$\tau_{bx} = \rho_0 gn^2 \frac{M}{D^{7/3}} \sqrt{M^2 + N^2} \quad (15)$$

となる。ここで、 n はマンニング係数である底面せん断応力 τ_{bx} を求める際、本研究では $\gamma_b^2 = 0.0026$ を用いる。

(10)、(11)、(12) 式の数値解法については A. D. I 法を用い、流量フラックス M 、 N 、水面変動量 η を求める。

3. 解析領域

湖流形成要因の感度分析を目的とする地下水流動解析および湖流解析の解析領域は、図-3 に示すとおり観測井の平面分布を包括する 12km×16km の範囲とした。

領域には 19 地点の自記水位計が不規則に配置され、1 時間毎に定時観測を行っている。本解析では平成 8 年 7 月 1 日から 7 月 31 日の地下水観測データを用いる。

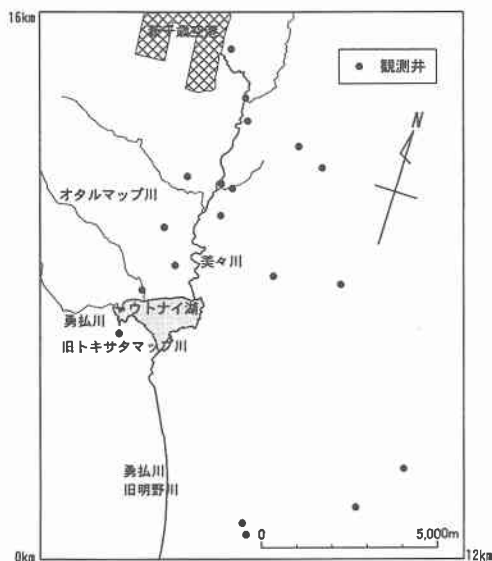


図-3 解析領域

4. 解析結果

4.1 対象全領域の地下水位 h の推定

平均地下水位 m は AIC の最小値が 4 次で最適同定されたため、トレンド多項式の次数を 4 次と決定する。

地下水位変動量 z は、観測バリオグラムを求めるため観測点間の距離を 500m 刻みで階級分けを行う。刻み 500m は各階級に入る度数がほぼ等しくなるように決定した。推定には、平成 8 年 7 月 15 日の地下水位データを用い、得られたバリオグラムの結果を図-5 に示す。

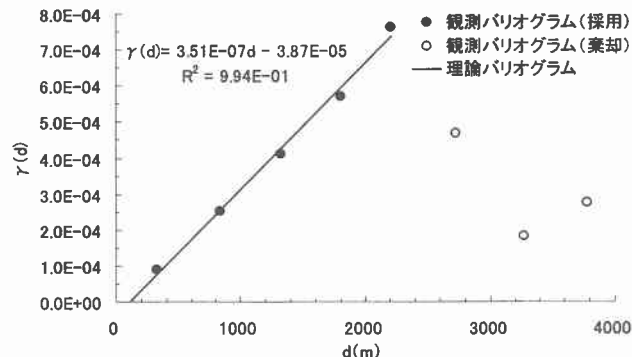


図-4 地下水位変動のバリオグラム

同図から距離約 2200m まで線形を有していることが認められる。したがって、(5) 式を用いて非観測地点の地下水位の変動量を推定する際、すべての観測値を用いる必要はなく、推定する地点を中心とする半径 1100m の円内に存在する観測点の値のみ (5) 式に適用すると良いことになる。図-4 から回帰式を求めると、地下水位変動量の理論バリオグラムは次式となる。

$$\gamma(d) = 3.51 \times 10^{-7} d - 3.87 \times 10^{-5} \quad (d \leq 2200m) \quad (16)$$

上式が正しく変動量を推定し得るかを検証するため、各観測点の地下水位を当該点を除いて推定する。この結果誤差は 0.0027、相対分散比は 1.2601 であった。(16) 式で表される本理論バリオグラムは許容し得る誤差内で変動量を推定できることが認められる。

4.2 透水量係数および流量フラックスの推定

透水量係数の推定は、対象領域を格子間隔 250m の小矩形要素に分割し、境界節点に推定地下水位 h を与える。(6) 式のかん養量 Q は、地表の流入・流出をゼロとした。

流量フラックスのベクトル分布は、図-5 に示すとおり地下水が南方向に卓越することが推定され、河川の流下方向とおおむね一致する結果を得た。しかし、勇払川の流入地点では、河川の流下方向とは逆向きとなり、これはウトナイ湖の西側領域に観測井が存在せず、推定地下水位の精度が劣ったためと考えられる。



図-5 ウトナイ湖岸及び周辺域の流量フラックス

4.3 湖流形成要因分析における諸条件の設定

ここでは、コリオリ、地下水の影響を確認することを目的として表-1 に示す 3 ケースを設定し計算を行う。

表-1 各ケースの計算条件

ケース	移流	コリオリ	地下水
ケース1	あり	なし	なし
ケース2	あり	あり	なし
ケース3	あり	あり	あり

計算条件は、北海道による 1991 年から 1997 年までの 7 年間の平均観測流量として、旧トキサタマップ川（現在は勇払川）、オタルマップ川、美々川の流入流量をそれぞれ 0.3 m³/s、0.2 m³/s、2.5 m³/s とし、流出河川である勇払川からの流出量は自由流出とする。ウトナイ湖地盤高は測量値を用い図-6 に示す。

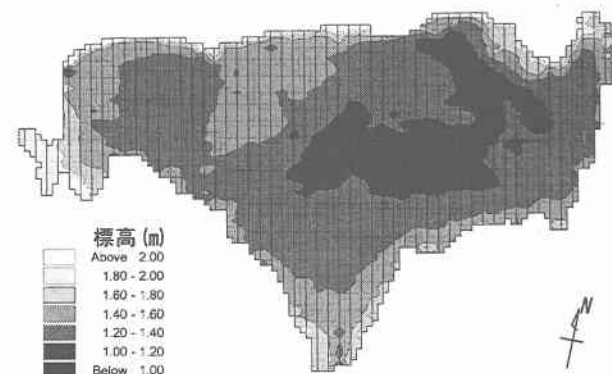


図-6 ウトナイ湖の地盤高（室蘭土木現業所測量）

計算結果を流量ベクトルとして図-7~9 に示す。

図-7 (ケース 1) は移流のみを考慮した解析結果である。美々川からの流入量が多く、北東側において西向きを主とする流れが発生している。湖全体的に美々川から

の流入の影響を強く受けた流れの分布が確認できる。旧トキサタマップ川、オタルマップ川からの流入流量は小さく、特に湖西側における流れは微小である。

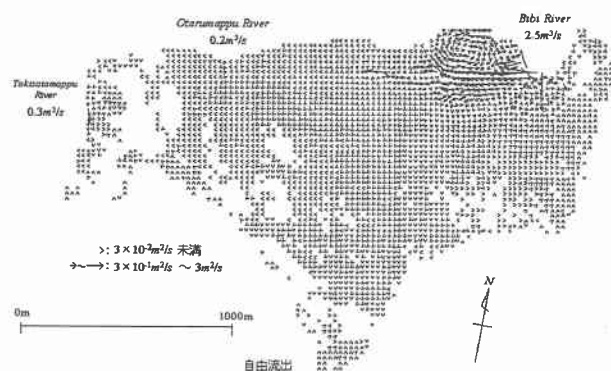


図-7 ケース1解析結果（移流のみ）

ケース2（図-8）はケース1の条件に加えてコリオリ力を考慮した解析結果である。ケース1では流れがほとんど発生していなかった湖西側の領域において流れが発生した。

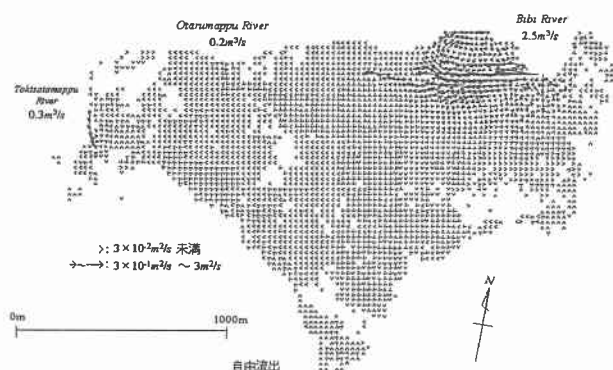


図-8 ケース2解析結果（移流+コリオリ）

ケース3（図-9）はケース2の条件に加えて地下水を考慮した解析結果である。ケース2と比較すると、湖西側が停滞域となり、湖東側の停滞域に流れが生じた。また、美々川流入地点において流れ方向が西向きから南西向きへ変化した。これらの変化は境界条件として与えた地下水の流れの影響による結果と考えられる。この結果より、地下水が湖流に大きく影響を与えていることが推定される。

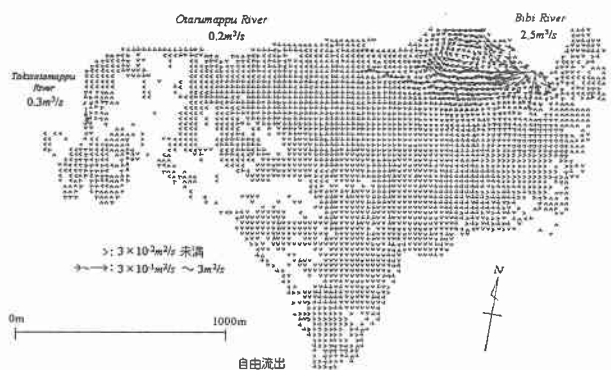


図-9 ケース3解析結果（移流+コリオリ+地下水）

5. おわりに

本報は、ウトナイ湖内の湖水拡散モデル開発のための第一報として、解析上重要な要因となる湖周辺の地下水流動解析モデルおよび湖流解析モデルを構築し、同モデルによりウトナイ湖の流れの支配要因を特定した。

モデルの特徴は、非観測地点の地下水位推定に統計的手法であるクリギングとAICを用いて決定したトレンド多項式を適用し、有限要素法を用いて透水量係数および地下水流動フラックスの設定を行った。また湖内の流れは湖岸部の地下水流動フラックスを境界条件とした浅水理論に基づく2次元非線形長波方程式を用い、数値解法はA. D. I法とした。

同解析モデルで湖内の移流、コリオリおよび地下水流動等の支配要因を明らかにし、今後検討を行う湖水拡散モデルに対して有用な基本的知見を導いた。

結論を以下にまとめる。

- ① 湖流は移流が主要因であり、外的要因としては本検討条件においては地下水の影響が最も大きい。
- ② コリオリ力を考慮することで、湖全体の流れに変化が生じる。

今後の研究では、現地データによるモデル検証を行った上で、地下水流動、美々川等の河川流量、風を考慮した湖流モデルと移流拡散方程式によるモデルを用い、窒素、リンを対象物質とした湖水拡散解析を実施し、水質改善対策について検討する予定である。

謝辞：本研究を行うに当たりウトナイ湖周辺の地下水位データを提供して頂いた国土交通省北海道開発局石狩川開発建設部千歳川河川事務所の関係各位に対しここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Delhomme, J. P. : Kriging in the Hydrosiences, *Advances in Water resources*, vol. 1, No. 5, pp. 251-266, 1978.
- 2) 岩佐義朗：数値水理学, pp. 159-174, 1995.
- 3) T. R. マッカーラ, 三浦功, 田尾陽一：計算機のための数値計算法概論, pp. 225-231, 1972.
- 4) 一松信, 戸川隼人：数値解析における誤差, pp. 113-125, 1975.
- 5) 藤間聡, 中田満洋：空間分布構造を有する透水係数の統計的推定法, 日本地下水学会会誌, 第28巻, 第1号, pp. 15-24, 1986.
- 6) 和田麻衣子, 藤間聡：不均質帯水層における地下水パラメータの推定に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, pp. 254-259, 2000.
- 7) 岩佐義朗著：湖沼工学, 山海堂, pp. 118-122, 1990.
- 8) Ghislain de Marsily : Quantitative Hydrogeology, *ACADEMIC PRESS*, pp. 284-337, 1986.
- 9) C. A. Brebbia : APPLIED NUMERICAL MODELLING, *ENTECH PRESS LONDON PLYMOUTH*, pp. 125-130, 1978.