

## 二段型貯留関数モデルの未知パラメータ総合化に関する一考察

Study on regionalization of unknown parameters identified by the two series storage function model

北海学園大学大学院	○学生員	高坂 佳祐(Keisuke Kousaka)
北海学園大学工学部	正員	嵯峨 浩(Hiroshi Saga)
北海道河川防災研究センター	フェロー	星 清(Kiyoshi Hoshi)
北海道工業大学工学部	フェロー	橋本 識秀(Norihide Hashimoto)

### 1. はじめに

流出解析モデルとして、観測雨量・観測流量を直接扱うことが可能なモデルが実用上有効である。このようなモデルとしてタンクモデルが知られているが、タンクモデルには未知パラメータ数が多く、その同定には多大な労と経験を要する。著者らは既に、損失機構を有する貯留関数<sup>1)</sup>を用いた二段タンクモデルによって、北海道内の未知パラメータの総合化を図っている<sup>2)</sup>。しかし、それぞれ流域で同定されたパラメータの度数分布が異なっており、北海道内全体で総合化されたパラメータを道内全域に適用するには無理があると思われる。本研究はこの点を踏まえ、流域毎のパラメータ分布の特徴を考慮し、全道一円ではなく地域区分でのスケールでパラメータの総合化ができるよう考察したものである。

### 2. 流出解析モデル

本研究では、図-1に示す損失機構を有する直列二段タンクモデルを採用した。(1)・(2)式はそれぞれ上段・下段タンクの支配方程式である。

上段タンク

$$\begin{cases} \frac{dS_1}{dt} = r - q_1 - b_1 \\ S_1 = k_1 q_1^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q_1^{p_2}) \\ b_1 = \alpha_1 q_1 \end{cases} \quad (1)$$

下段タンク

$$\begin{cases} \frac{dS_2}{dt} = b_1 - q_2 - b_2 - q_0 \\ S_2 = k_4 q_2 + k_5 \frac{dq_2}{dt} \\ b_2 = \alpha_2 q_2 \\ q_0 = Q_B \exp(-\lambda t) \\ q = q_1 + q_2 \end{cases} \quad (2)$$

ここに、 $S_1 \cdot S_2$ ：貯留高(mm)、 $r$ ：観測雨量(mm/hr)、 $q_1 \cdot q_2$ ：流出高(mm/hr)、 $b_1 \cdot b_2$ ：浸透量(mm)、 $q_0$ ：基底流出高(mm/hr)、 $k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot k_5$ ：貯留係数、 $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ ：損失係数、 $p_1 \cdot p_2$ ：貯留指数、 $\lambda$ ：減水係数、 $Q_B$ ：初期流出高(mm/hr)

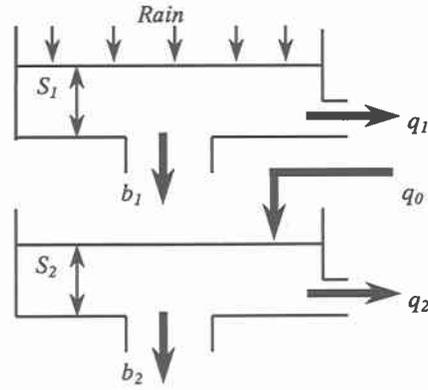


図-1 二段タンク型貯留関数モデル

星ら<sup>3)</sup>の研究結果により、(1)式の貯留指数は  $p_1=0.6$ 、 $p_2=0.4648$  と固定でき、上段タンクの  $k_1 \cdot k_2$  についても、次式のように表される。

$$\begin{cases} k_1 = c_1 A^{0.24} \\ k_2 = c_2 k_1^2 (\bar{r})^{-0.2648} \end{cases} \quad (4)$$

同様に、下段タンクは次式のようになる。

$$\begin{cases} k_4 = c_4 A^{0.4} \\ k_5 = c_5 k_4^2 \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 $A$ ：流域面積(km<sup>2</sup>)、 $\bar{r}$ ：平均雨量強度(mm/hr)、 $c_1 \cdot c_2 \cdot c_4 \cdot c_5$ ：未知パラメータ  
これに、損失係数  $\alpha_1 (=c_3) \cdot \alpha_2 (=c_6)$  を加えた6個が未知パラメータであるが、下段タンクの方程式から次式が導かれ、 $\alpha_2$  を既知パラメータとすることが可能である。

$$\frac{1 + \alpha_2}{k_5} = n\lambda \left( \frac{k_4}{k_5} - \lambda \right) \quad (6)$$

$n$  は洪水規模や先行降雨の大きさに影響される係数で、2~5の整数値で実用上十分な精度を得られることがわかっている。最終的に求める未知パラメータは、 $c_1 \sim c_5$ の5つとなる。この5つの未知パラメータの同定手法として、感度係数を用いたニュートン法による最適化手法<sup>4)</sup>を採用した。最適化は、許容誤差  $\epsilon = 20\%$  以内で最小値をとった場合に収束とした。相対誤差は(7)式で求めており、洪水の再現計算を行う場合の相対誤差もこの式で計算されている。

$$\varepsilon > \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (q_i^* - q_i)^2}}{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N q_i^*} \quad (7)$$

ここに、 $\varepsilon$ ：許容誤差、 $N$ ：流量標本数、 $q_i^*$ ：実測流量系列、 $q_i$ ：計算流量系列

### 3. 未知パラメータの同定結果と洪水再現計算

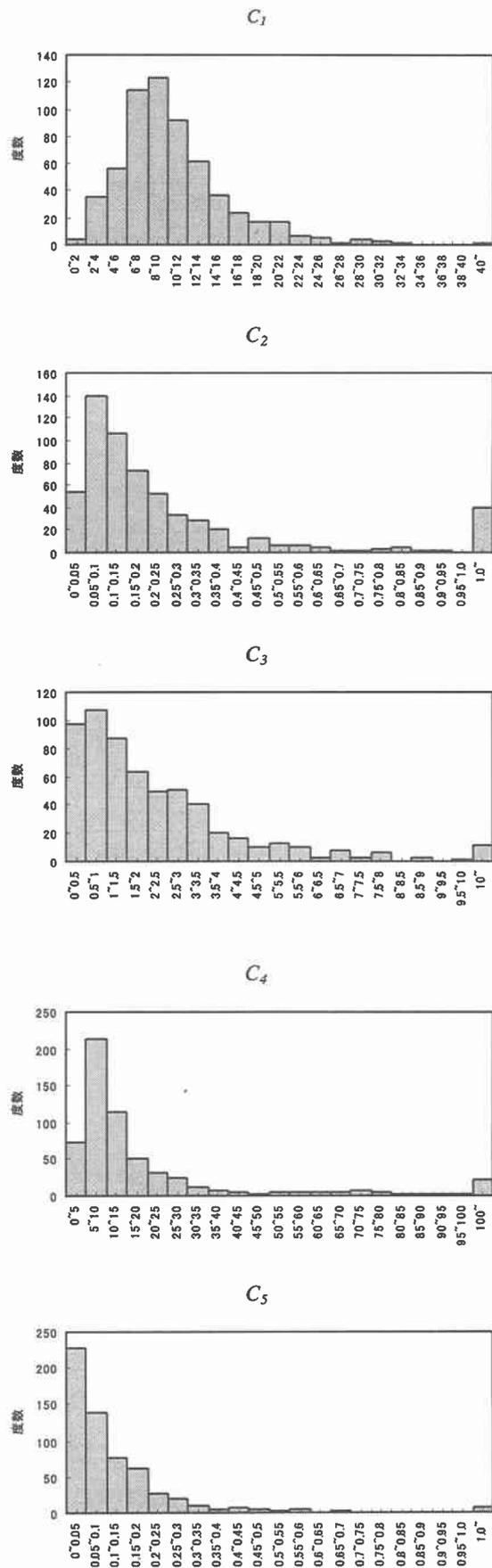


図—2 北海道の一級河川 13 水系

北海道内の一級河川 13 水系において、昭和 36 年から平成 10 年までに観測された 908 例の洪水データに関して計算を行った。表—1 に流域別の収束率を示す。収束した 599 例における、 $c_1 \sim c_5$  の各パラメータの度数分布を示したのが図—3 である。この分布図は、右側に大きく外れた値を除外し、残りのパラメータの最高値を 0 から 20 等分した分割幅で示したものである。ここで決定された  $c_1 \sim c_5$  のパラメータの値は、洪水再現計算の精度に大きく関わるもので最も重要である。総合化されたパラメータの値を決める条件として、度数分布の最頻値を採用することが考えられるが、図—3 からわかるように最頻値の度数が突出して多いわけではなく、その周辺にも幅広く分布している。この点を踏まえ、最頻値を含めた連続 3 つの分割幅の値の平均値をそのパラメータの代表値とした。この結果、北海道全流域で総合化されたパラメータの値は  $c_1=8.85$ 、 $c_2=0.113$ 、 $c_3=0.730$ 、 $c_4=8.10$ 、 $c_5=0.057$  となった。このパラメータを使った、流域別の出水再現計算の収束状況を示したものが表—2 である。この計算で相対誤差 40% 以内に収まった例は、全体で 39% でしかなかった。特に、他の流域と大きく異なる度数分布を示した釧路・網走川では、相対誤差 40% 以内に収まった例がそれぞれ 1 例ずつだけであった。

表—1 流域別収束率

水系	収束率 (%)	天塩川	76.62	十勝川	57.25
湧別川	97.30	尻別川	75.86	留萌川	50.00
常呂川	90.24	鶴川	70.97	後志川	45.16
網走川	86.79	沙流川	64.71	石狩川	28.05
渚滑川	77.55	釧路川	62.90	総合	65.97



図—3 道内全流域でのパラメータ分布図

表一 総合パラメータを使った再現計算の結果

河川名	洪水数	40%以内に収まった数	割合(%)
後志利別川	28	13	46.43
尻別川	44	18	40.91
留萌川	16	8	50.00
石狩川	23	9	39.13
天塩川	118	60	50.85
鶴川	44	21	47.73
沙流川	55	43	78.18
渚滑川	38	16	42.11
十勝川	75	13	17.33
釧路川	39	1	2.56
網走川	46	1	2.17
常呂川	37	11	29.73
湧別川	36	21	58.33
総合	599	235	39.23

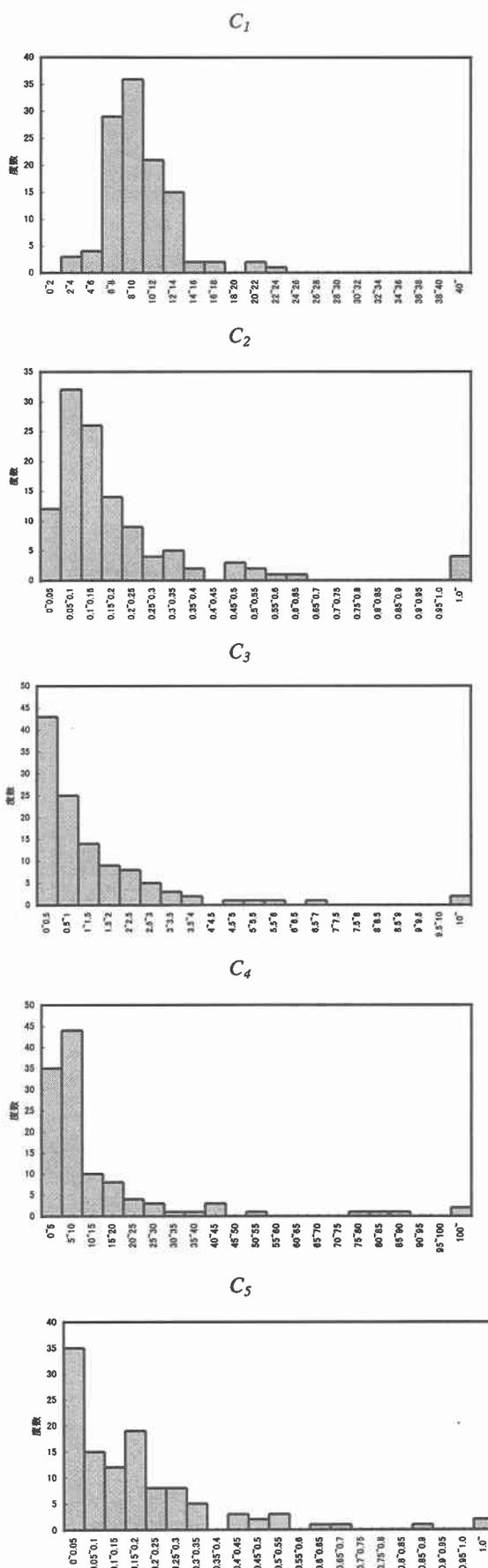
表一 流域別のパラメータ

河川名	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
総合	8.85	0.113	0.730	8.10	0.057
後志利別川	7.00	0.125	1.040	10.34	0.044
尻別川	9.09	0.121	1.200	10.63	0.131
留萌川	8.94	0.125	0.447	10.92	0.078
石狩川	8.83	0.076	0.771	14.56	0.064
天塩川	7.09	0.119	0.771	8.34	0.057
沙流川	9.04	0.086	0.641	5.95	0.054
鶴川	8.36	0.081	0.511	6.78	0.050
渚滑川	8.49	0.170	0.578	8.02	0.070
十勝川	8.71	0.067	2.860	10.78	0.053
常呂川	9.29	0.113	1.140	8.34	0.067
湧別川	6.89	0.112	1.290	7.76	0.052

この結果から全道一円で未知パラメータを総合するのは無理があると判断した。

#### 4. 総合化する地域の選定

未知パラメータの頻度分布が類似した流域が、総合化する地域の選定の目安になることは明らかである。各流域のパラメータ度数分布をみると、ここに示していないが沙流川、鶴川、留萌川のパラメータ分布が類似している。また、表一に流域別のパラメータを示しているが、この3水系は類似したパラメータ値を持つ流域となっている。沙流川と鶴川は隣り合う流域であるからパラメータが同じような値となるのは理解できるが、遠く離れた留萌川が類似した分布をするのは興味深い。この判断はあくまで定性的な判断であるので、この3つの流域のパラメータを使用して総合化を行い、流出計算にどれほどの誤差が発生するか検討する。図一5にこれらのパラメータを使って流出計算を行った結果を3流域1例ずつ示す。相対誤差は稲里、大和田、平取の出水例でそれぞれ32.9%、29.4%、16.0%であり、十分な精度を有していると思われる。



図一4 3流域でのパラメータ分布図

## 5. パラメータ経年変化の検討

空間的なパラメータの変動と共に、時間的な変動の検討も必要である。また、パラメータ同定に使用された出水を、そのパラメータで流出計算すると、精度が良いのは当然のことである。本研究では、昭和と平成を境にして、昭和の洪水で総合化されたパラメータを使って平成の洪水の流出解析を行い経年変化の検証を行った。トレーニングデータとチェックングデータの考え方である。図一6 に沙流川の場合の計算結果を示す。この出水の場合計算値と実測値の相対誤差は 14.7%であった。再現計算は 25 例行ったが同じような結果が得られている。このような結果は沙流川流域では土地利用形態があまり変わっていないことに起因すると考えられるが、土地利用状況の変化が考えられる場合の流域では留意すべきことである。

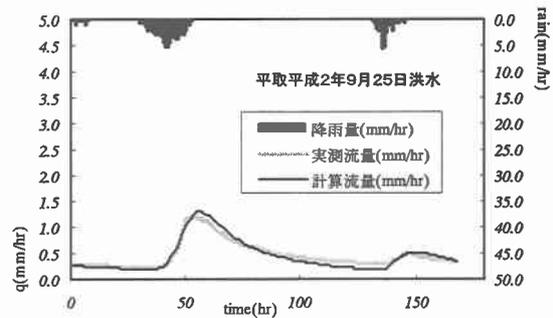
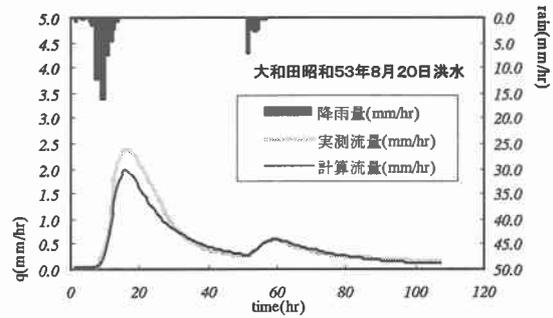
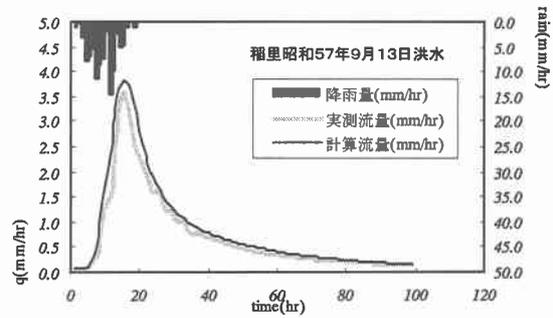
## 6. まとめ

本研究では、北海道内でのパラメータの総合化を道内全域ではなく地域区分するという考え方で考察を進めてきた。その結果、沙流川、鶴川と留萌川の 3 流域は、高い精度で総合化できること確かめられた。他の流域でも同様のことを行い、流域のグループ化を図って行きたい。

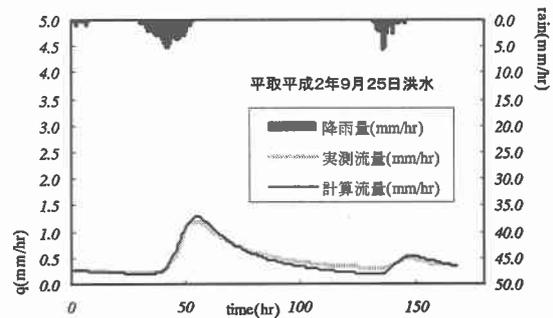
最後に、この研究は（財団法人）北海道河川防災研究センターの研究助成を受けた。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 田中、藤田、清水：損失機構を含む貯留関数法に関する研究、北海道支部論文報告集、第 53 号(B)、pp.54-59、1977.
- 2) 高坂、嵯峨、星、橋本：北海道地方における二段タンク型貯留関数モデルによる流出解析、北海道支部論文報告集、第 58 号、pp.340-343、2002.
- 3) 佐々木、星、井出：損失項を含む総合化貯留関数法の開発、北海道開発局開発土木研究所研究報告書、2000.
- 4) 若手水文学研究会：現場のための水文学、北海道開発局開発土木研究所、1994.



図一5 3流域で総合化した場合の流出計算結果



図一6 パラメータの経年変化の検証