

地下水流出成分の感度係数を考慮した2段タンク型貯留関数モデル

A Consideration of Sensitivity Coefficients of Groundwater Flow Component in a Two-Cascade Storage Routing Model

(株)リブテック

(財)北海道河川防災研究センター
北海道工業大学

○正 員 秋田大輔 (Daisuke Akita)

フェロー 星 清 (Kiyoshi Hoshi)

フェロー 橋本識秀 (Norihide Hashimoto)

1. はじめに

近年、事前に有効雨量の算出を必要としない損失機構を考慮した流出解析モデルが提案されている。しかしながら、損失機構を持つ1段タンク型貯留関数モデルでは、初期段階での流量の立ち上がり早い洪水例においては、ピーク流量の再現性が悪いケースが多い。

その再現性を改善する方法として、園山等¹⁾及び嵯峨等²⁾は、日野・長谷部によって提案された「フィルター成分分離法」を用い、流出成分を客観的に「表面・中間流出成分」と「地下水流出成分」に分離する2段タンク型貯留関数モデルを提案した。

園山等のモデルでは、ハイドログラフの低減部から求めた分離時定数 T_c と減衰係数 δ (通常 2.0~2.5)を用いて、まず地下水流出成分を求め、表面・中間流出成分を分離したのち、表面・中間流出成分に対してのみ3つのモデル定数による最適化を行っている。その最適化結果から求められる浸透供給量を入力として、地下水流出成分を再計算し、全流出量を再現している。したがって、園山等のモデルは地下水流出成分のモデル定数の最適化を行わない簡易法と言える。

一方、嵯峨等の手法では、2段目タンクの底に損失項を設け、地下水流出成分を T_c と δ により固定し計算すると同時に、表面・中間流出成分を3つの定数で表現し、3つの定数の地下水流出成分に関する感度係数を算出して最適化を行い、全流出量を求めている。この時、地下水流出成分のモデル定数は2段目タンクへの総浸透供給量と総地下水流出成分の比で与えられるため、モデル定数を一義的に決定できない不便さがある。

本報告では、園山等と嵯峨等の結果を踏まえて、地下水流出成分のモデル定数を上段からの浸透に関わる未知係数の関数とした場合の全流出量による最適化を試み、ハイドログラフ全体の再現性向上を図った(図-1 参照)。

2. 流出計算モデル

「フィルター成分分離法」では、「表面・中間流出成分」と「地下水流出成分」を線形モデルで表現しているが、本報告モデルでは1段目タンクを表面・中間流出成分の再現に有効な次式の非線形モデルとする。

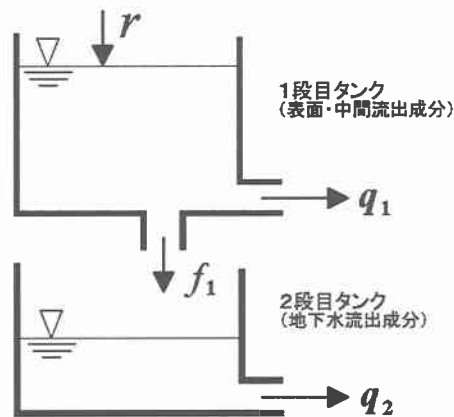


図-1 2段タンク型貯留関数モデル

$$\begin{cases} \frac{ds_1}{dt} = r - q_1 - f_1 \\ s_1 = k_{11}q_1^{p_1} + k_{12}\frac{d}{dt}q_1^{p_2} \\ f_1 = k_{13}q_1 \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 s_1 : 1段目タンク貯留高[mm]、 r : 観測雨量[mm/h]、 q_1 : 表面・中間流出高[mm/h]、 f_1 : 1段目タンクから2段目タンクへの浸透供給量[mm/h]、 k_{11} 、 k_{12} : 貯留係数、 k_{13} : 浸透係数、 p_1 、 p_2 : 貯留指数

1段目の損失 f_1 は浸透供給量として、すべて2段目タンクへの入力とした。また、 p_1 と p_2 については表面流にマニング則を用い、以下の値に固定した。

$$\begin{cases} p_1 = 0.6 \\ p_2 = 0.4648 \\ k_{11} = c_{11}A^{0.24} \\ k_{12} = c_{12}k_{11}^2(\bar{F})^{-0.2648} \end{cases} \quad (2)$$

ここに、 A : 流域面積[km²]、 $\bar{F}$: 平均雨量強度[mm/h]、 c_{11} 、 c_{12} : 未知定数

次に2段目タンクは、地下水流出成分を次式の線形モデルで表現した。

$$\begin{cases} s_2 = k_{21}q_2 + k_{22} \frac{dq_2}{dt} \\ \frac{ds_2}{dt} = f_1 - q_2 \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 s_2 : 2 段目タンク貯留高[mm]、 k_{21} 、 k_{22} : 貯留指数、 q_2 : 地下水流出高[mm/h]

2 段目タンクのモデル定数は、「フィルター成分分離法」と 1 段目タンクの関連性により、近似的に次式で与えられることが知られている¹⁾。

$$\begin{cases} k_{21} = c_1 k_{22} \\ k_{22} = k_{13} / c_0 = (c_{13} - 1) / c_0 \\ c_0 = (\delta / T_c)^2 \\ c_1 = \delta^2 / T_c \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 T_c : 分離時定数、 δ : 減衰係数、 $c_{13} = k_{13} + 1$
1 段目(表面・中間流出成分)の流出高 q_1 と 2 段目(地下水流出成分)の流出高 q_2 を合計して全流出高 q とする。

$$q = q_1 + q_2 \quad (5)$$

3. 感度係数の算出

本報告モデルの特徴として、全流出量に対するモデル定数の最適化を図ることがあげられる。このため、 k_{11} 、 k_{12} 、 c_{13} ($=k_{13} + 1$)についての全流出量の感度係数を求めることが必要となる。

ここで、定数からなるベクトルを K とおくと

$$K = [k_{11} \ k_{12} \ c_{13}]^T \quad (6)$$

(5)式より全流出量の感度係数ベクトルは次式で表される。

$$\frac{\partial q}{\partial K} = \frac{\partial q_1}{\partial K} + \frac{\partial q_2}{\partial K} \quad (7)$$

次に、1 段目タンクの感度係数は文献 4)を参照することとし、2 段目タンクのシステム方程式は(8)式の変数変換を行い、(9)式で与えられる。

$$y_3 = q_2, \quad y_4 = \frac{dq_2}{dt} = \frac{dy_3}{dt} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \frac{dy_3}{dt} = y_4 \\ \frac{dy_4}{dt} = -\frac{1}{k_{22}} y_3 - \frac{k_{21}}{k_{22}} y_4 + \frac{f_1}{k_{22}} \end{cases} \quad (9)$$

(9)式は、線型微分方程式であり容易に解くことができる。

次にモデル定数ベクトル K に関する y_3 と y_4 の感度係数を求めるために、(9)式をモデル定数 k_{11} 、 k_{12} 、 c_{13} で微分すれば(10)式となる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial y_3}{\partial K} \right) = \frac{\partial y_4}{\partial K} \quad (3 \times 1) \text{ 行列}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial y_4}{\partial k_{11}} \right) = -\frac{1}{k_{22}} \frac{\partial y_3}{\partial k_{11}} - \frac{k_{21}}{k_{22}} \frac{\partial y_4}{\partial k_{11}} + \frac{1}{k_{22}} \frac{\partial f_1}{\partial k_{11}} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial y_4}{\partial k_{12}} \right) = -\frac{1}{k_{22}} \frac{\partial y_3}{\partial k_{12}} - \frac{k_{21}}{k_{22}} \frac{\partial y_4}{\partial k_{12}} + \frac{1}{k_{22}} \frac{\partial f_1}{\partial k_{12}} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial y_4}{\partial c_{13}} \right) = -\frac{1}{k_{22}} \frac{\partial y_3}{\partial c_{13}} - \frac{k_{21}}{k_{22}} \frac{\partial y_4}{\partial c_{13}} + \frac{1}{k_{22}} \frac{\partial f_1}{\partial c_{13}} \\ \quad + \frac{c_0}{(c_{13} - 1)^2} y_3 - \frac{c_0}{(c_{13} - 1)^2} f_1 \end{cases} \quad (10)$$

以上より、1 段目タンクと 2 段目タンクの感度係数が求められたので(10)式を(7)式に代入すれば、全流出量に関する感度係数が算出される。

定数 k_{11} と k_{12} のオーダーが違うので、 c_{11} と c_{12} の係数について最適化する。このとき、(2)式の関係式を用いると、これらの感度係数は次式で算出される。

$$\begin{cases} \frac{\partial q}{\partial c_{11}} = \frac{\partial q_1}{\partial c_{11}} + \frac{\partial q_2}{\partial c_{11}} = (A^{0.24}) \left(\frac{\partial q_1}{\partial k_{11}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{11}} \right) \\ \frac{\partial q}{\partial c_{12}} = \frac{\partial q_1}{\partial c_{12}} + \frac{\partial q_2}{\partial c_{12}} = [k_{11}^2 (\bar{r})^{-0.2648}] \left(\frac{\partial q_1}{\partial k_{12}} + \frac{\partial q_2}{\partial k_{12}} \right) \\ \frac{\partial q}{\partial c_{13}} = \frac{\partial q_1}{\partial c_{13}} + \frac{\partial q_2}{\partial c_{13}} \end{cases} \quad (11)$$

4. 精度比較の評価方法

本報告での提案手法が既往の手法に比べてどのくらい精度が向上するかを検討するために、園山等による手法との比較を行う。

評価関数としては、次のピーク相対誤差(J_{PE})とハイドログラフ相対誤差(J_{RE})を用いる。

$$J_{PE} = \frac{|q_p^* - q_p|}{q_p^*} \quad (12)$$

$$J_{RE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|q_{si}^* - q_{si}|}{q_{si}^*} \quad (13)$$

ここに、 q_p^* : 観測ピーク流出高[mm/h]、 q_p : 計算ピーク流出高[mm/h]、 q_{si}^* : 観測流出高[mm/h]、 q_{si} : 計算流出高[mm/h]、 N : 流量データ数

なお、詳しい最適化方法については、文献 3)を参照されたい。

5. 実流域への適用

本報告では、後志利別川の今金観測所(流域面積 361.

40km²) における洪水例 14 ケースを対象に、流出計算を行った。 T_c の値の求め方は文献 4) に詳しいので、ここでは割愛する。図-2 は、昭和 36 年に発生した洪水で、降雨継続時間が比較的長く、ピーク部の継続時間も長い。このようなケースでは、本報告モデルの方が有効であり、ピーク部を精度良く再現している。図-3 は、昭和 44 年に発生した洪水である。ピーク流量までの立ち上がり時間が比較的早いケースであるが、両モデルとも再現精度は良い。次に図-4 の昭和 55 年洪水であるが、昭和 36 年と同様、降雨が長時間継続したケースである。

流出量が徐々に増加し、ピーク流量に至るまでの時間が長い。このようなケースについても本報告モデルの方が再現精度が高く、視覚的にも園山等モデルより誤差が少ないことがわかる。

6. まとめ

表-1 はモデル定数同定法の違いによる 14 ケースにおける解析結果のピーク相対誤差 (J_{PE}) とハイドログラフ相対誤差 (J_{RE}) を比較したものである。 J_{PE} に関しては、園山等モデルの方が本提案モデルよりも若干優れ

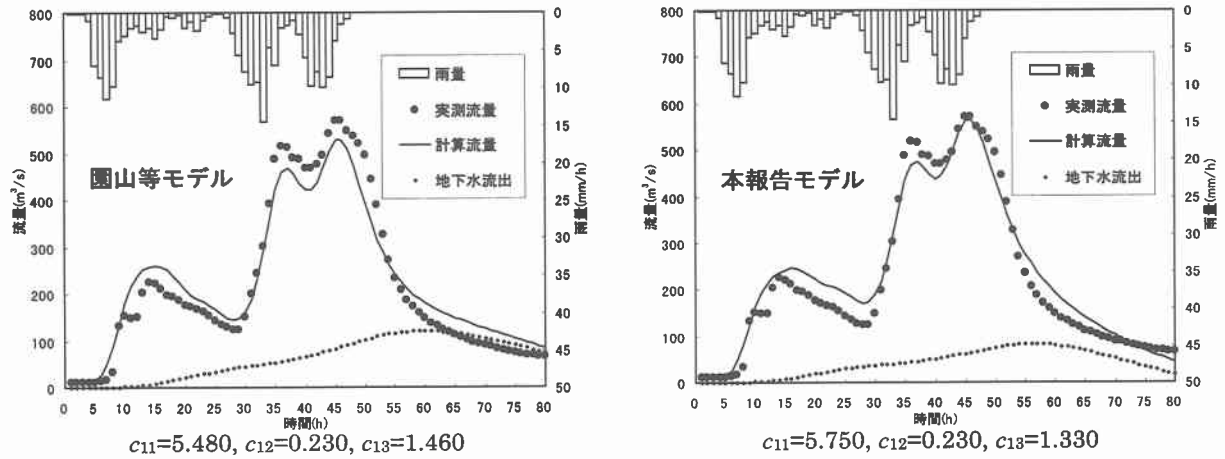


図-2 今金地点における流出解析結果の比較(昭和 36 年)

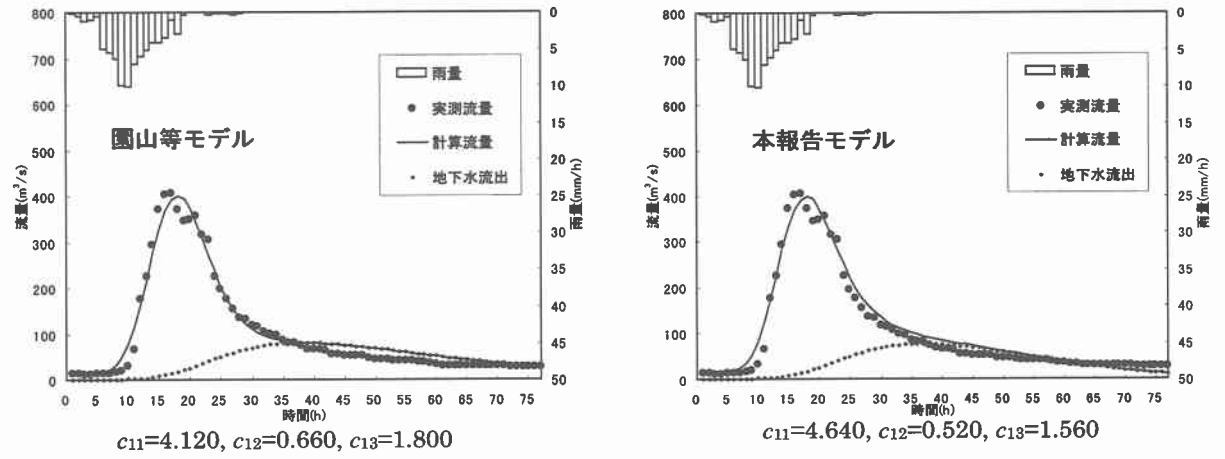


図-3 今金地点における流出解析結果の比較(昭和 44 年)

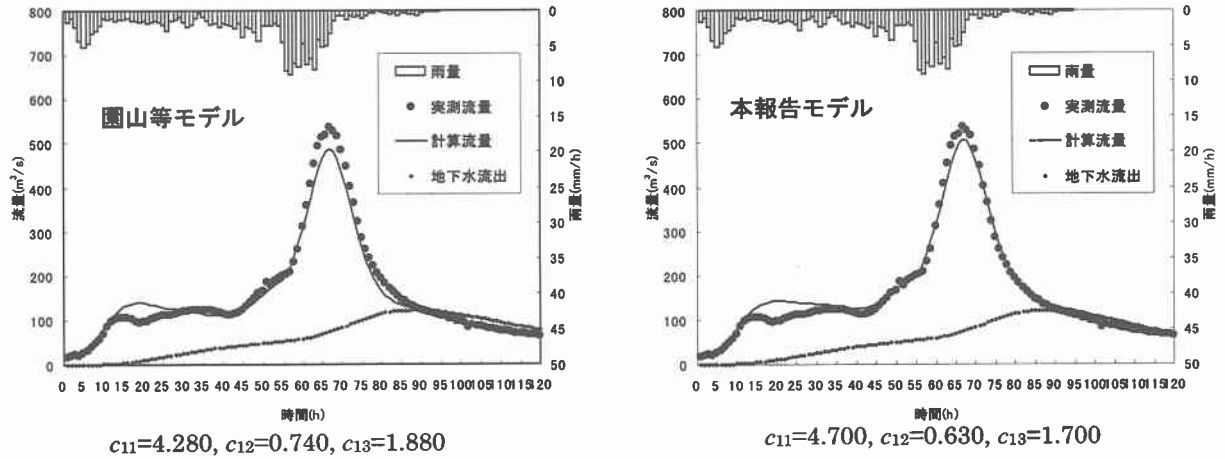


図-4 今金地点における流出解析結果の比較(昭和 55 年)

表－1 解析結果

年度	洪水ごとの T_c による解析結果					平均値 $T_c = 53.25$ を用いた解析結果			
	園山等モデル		本報告モデル		T_c	園山等モデル		本報告モデル	
	J_{PE}	J_{RE}	J_{PE}	J_{RE}		J_{PE}	J_{RE}	J_{PE}	J_{RE}
S36	0.071	0.248	0.007	0.208	49.57	0.064	0.243	0.006	0.205
S38	0.065	0.199	0.076	0.183	59.27	0.061	0.210	0.061	0.196
S41	0.130	0.439	0.109	0.399	45.11	0.145	0.437	0.143	0.390
S42	0.271	0.305	0.294	0.279	57.03	0.268	0.308	0.286	0.283
S44	0.011	0.272	0.023	0.257	41.56	0.022	0.219	0.007	0.200
S49	0.033	0.104	0.034	0.100	62.99	0.027	0.135	0.025	0.129
S50	0.149	0.072	0.156	0.070	54.09	0.149	0.073	0.156	0.071
S53	0.126	0.132	0.180	0.110	44.97	0.136	0.131	0.184	0.115
S54	0.072	0.205	0.086	0.196	81.15	0.063	0.210	0.062	0.177
S55	0.089	0.127	0.052	0.108	55.03	0.090	0.132	0.050	0.110
S56	0.126	0.372	0.194	0.312	71.42	0.086	0.363	0.137	0.325
S58	0.148	0.135	0.133	0.131	41.08	0.161	0.133	0.158	0.133
S62	0.180	0.243	0.204	0.228	56.15	0.177	0.254	0.198	0.239
H1	0.229	0.385	0.237	0.336	51.98	0.230	0.383	0.240	0.331

ている。しかしながら、 J_{RE} に関しては、本提案モデルの方が全てのケースで精度が向上している。その主たる理由は、上昇期と下降期においてハイドログラフの再現性が向上したことによる。

次に、モデル定数 c_{13} が地下水流出量に大きく影響を及ぼすことから、その効果を検討する。文献 4) に示される今金観測所地点における T_c の平均値 53.25 を全 14 洪水例において固定し、両モデルによる再計算を行った。その結果、ピーク相対誤差 (J_{PE}) は両手法でほぼ同程度である。ハイドログラフ相対誤差 (J_{RE}) は全ケースで、 J_{PE} については半数のケースで園山等による手法より本提案手法が良好な結果を得ている。

一般に流出解析を行う場合、ハイドログラフの低減部から求められる T_c の値は個人差が現れやすく、経験の浅い技術者にとっては決定するのが難しい。また、短期間に複数のピークを持つ洪水が発生する場合、的確な T_c の値を求めることは極めて困難である。

T_c の値は、地下水流出特性を規定する重要なモデル定数であり、河川流域毎にある一定範囲の値をとるものと想定される。前述のような適切な T_c の値が得られない場合、過去の洪水例を参考として解析を行うことが最良選択な方法と考えられる。表－1 の解析例において述べたように、 T_c の値の初期値を与えて、定数 c_{13} の最適値探索を行えば、浸透供給量と地下水流出量が自動調整されると同時に、全流出量が計算される。したがって、 T_c の値が、対象流域の地下水流出特性を損なわない程度の近似値であれば、実用上十分な精度でハイドログラフ全体の形状を再現することが可能である。

最後に、図－2 と図－4 に示されるように、2 山洪水例や長時間にわたって降雨が継続している場合、本提案手法はピーク流量及びハイドログラフの形状を高精度で再現していることを確認した。

7. 今後の課題

2 段タンク型貯留関数モデルは、とくにピーク流量の再現性に優れていることが実証されている 4)。園山等による手法 1) では、分離された表面・中間流出成分のモデル定数のみが、地下水流出成分とは独立に最適化された。本報告モデルでは、表面・中間流出成分のモデル定数の地下水流出成分に及ぼす影響(感度係数)を考慮して、全流出量を用いて定数の最適化を行った。

園山等によって提案された手法 1) を河道追跡モデルに適用した場合、ピーク近傍で比較的精度よい再現性が得られているが、上昇部と下降部において精度が低い例が多い。その改善策として、全流出量での最適化が必要であると考えられる。今後、本報告で提案したモデルの洪水予測システム及び河道追跡モデルへの適用性とその有効性を検討して行きたい。

最後に、本研究を進めるにあたり、洪水資料を提供していただいた北海道開発局及び(独)北海道開発土木研究所・環境水工部に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 園山・星・橋本：実用的 2 段タンク型貯留関数法の提案，土木学会北海道支部論文報告集，第 58 号，pp.336-339, 2002.
- 2) 嵯峨・高坂・星・橋本：二段タンク型貯留関数モデルの未知定数推定に関する研究，土木学会北海道支部論文報告集，第 58 号，pp.344-347, 2002.
- 3) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法，152p., 2001.
- 4) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：単一流域を対象とした貯留関数法の精度比較，189p., 2002.