

非合成桁と不完全合成桁に関する一考察

Study on Non Composite and Incomplete Composite Beams

北海道大学大学院工学研究科 F 会員 佐藤 浩一 (Koichi Sato)
 北海道大学工学部土木工学科 O 学生員 安栗 大樹 (Hiroki Yasukuri)
 北海道大学大学院工学研究科 F 会員 林川 俊郎 (Toshiro Hayashikawa)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 小幡 卓司 (Takashi Obata)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 平沢 秀之 (Hideyuki Hirasawa)

1. まえがき

現在用いられている鋼とコンクリートとの合成構造物の設計ガイドラインとして、1989年に土木学会編¹⁾が出版され、異種材料を合成し、合成構造物として設計することが今後ますます重要になるものと思われる。

橋梁における合成構造物の一例として非合成桁、あるいは合成桁がある。合成桁はRC床版と鋼桁とをずれ止め（ジベル）で結合し、両者が一体となって働くようにした橋梁であり、頭つきスタッドジベルが用いられている。この場合には合成度を100%としている。通常は合成度100%と考えて解析しているが、頭つきスタッドジベルはブロックジベルに比べて剛性が小さいため、ずれが生じるずれを考慮した解析の場合が不完全合成桁（合成度0~100%）である。これに対して、非合成桁（重ね梁）は単にRC床版と鋼桁とを重ねて用いたものであり、両者の間には結合がない。すなわち、合成度0%である。

最近の報告²⁾では、福井県勝山市内の九頭竜川にかかる勝山橋は、非合成桁として設計されている。しかしながら、RC床版のずれを防止する目的で、示方書の規定どおりのスラブアンカーが配置されている。その本数が相当量あるので、通常の曲げ変形に伴う床版と主桁間のずれを拘束することになり、この橋は非合成桁ではなく、不完全合成桁と考えるべきである。

不完全合成桁の曲げ解析理論に関する研究は数多くなされている³⁾。しかしながら、不完全合成桁の縁応力度は示されていない。

本論文の目的は、完全合成桁、不完全合成桁、および非合成桁の縁応力度の算定式を示すものである。

2. 本論文で用いる主な記号

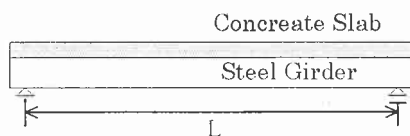


図1 合成桁

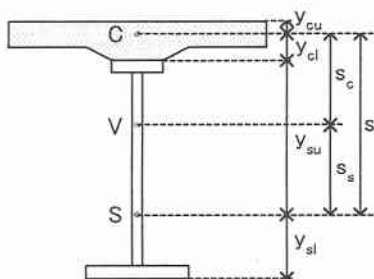


図2 合成桁の断面

E_c : コンクリートのヤング係数

E_s : 鋼のヤング係数

$n = E_s / E_c$: 鋼とコンクリートとのヤング係数比

A_s : 鋼桁の断面積

A_c : コンクリート版の断面積

$A_v = A_s + A_c / n$: 鋼断面に換算した合成断面積

I_c : コンクリート版断面の重心Cに関する断面二次モーメント

I_s : 鋼桁断面の重心Sに関する断面二次モーメント

$I_v = I_s + I_c / n + A_v s_s s_s$: 鋼断面に換算した合成断面の断面二次モーメント

s_c : 合成断面の重心Vとコンクリート版の重心Cとの距離

s_s : 合成断面の重心Vと鋼桁の重心Sとの距離

$s = s_s + s_c$: コンクリート版の重心Cと鋼桁の重心Sとの距離

K : ばね定数

L : スパン

M_{vv} : 完全合成桁の場合の桁の曲げモーメント

M_{ve} : 不完全合成桁の場合の桁の曲げモーメント

y_{cu} : コンクリート版の重心Cから上縁までの距離

y_{cl} : コンクリート版の重心Cから下縁までの距離

y_{su} : 鋼桁の重心Sから上縁までの距離

y_{sl} : 鋼桁の重心Sから下縁までの距離

3. 不完全合成桁の解析

不完全合成桁の曲げ解析におけるたわみ W_{ve} に関する微分方程式は、次式で表される⁴⁾。

$$W_{ve}^{IV} - \kappa^2 W_{ve}'' = \frac{\kappa^2}{E_s I_v} M_{vv} + \frac{n}{E_s (n I_s + I_c)} p \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{ここで、} \quad \kappa^2 = \frac{n I_v}{n I_s + I_c} \frac{K n}{E_s A_c s_c} \quad \dots\dots(2)$$

不完全合成桁のたわみ W_{ve} と、完全合成桁のたわみ W_v との差を、ずれによるたわみ W_e とすると、

$$W_e = W_{ve} - W_v \quad \dots\dots(3)$$

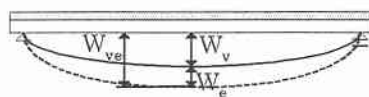


図3 不完全合成桁のたわみ

式(3)を式(1)に代入すると、

$$W_v^{IV} + W_e^{IV} - \kappa^2 W_e'' = \frac{p}{E_s I_v} - \frac{p}{E_s I_v} + \frac{n}{E_s (n I_s + I_c)} p \quad \dots\dots(4)$$

これは、次の2本の微分方程式に書き換えられる。

$$\begin{cases} W_v^{IV} = \frac{P}{E_s I_v} & \text{.....(5)} \\ W_e^{IV} - \kappa^2 W_e^2 = \frac{P}{E_s I_e} & \text{.....(6)} \end{cases}$$

$$\text{ここで、} \quad I_e = I_v \frac{nI_s + I_c}{A_c s_c s} \quad \text{.....(7)}$$

4. 不完全合成桁の合成度の評価式

ここでは、ジベルが等間隔に配置されているものとする。この場合の不完全合成桁の合成度の評価式は次式で求まる⁵⁾。

$$\gamma = \frac{W_e}{W_v} = \frac{I_v}{I_e} \beta = \frac{A_c s_c s}{nI_s + I_c} \beta = \frac{A_c s_c s}{nI_s + I_c} (1 - \alpha) \quad \text{.....(8)}$$

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{\kappa^2 L^2}{\pi^2}} = 1 - \alpha, \quad \alpha = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{\kappa^2 L^2}} = 1 - \beta \quad \text{.....(9)}$$

5. 応力度の算定

不完全合成桁のたわみ、曲げモーメント、および軸力は次式で求まる。

$$W_{ve} = W_v + W_e = W_v \left(1 + \frac{W_e}{W_v} \right) = W_v (1 + \gamma) \quad \text{.....(10)}$$

$$M_{vve} = M_{vv} + M_{ve} = M_{vv} (1 + \gamma) \quad \text{.....(11)}$$

$$N_{ve} = N_{vve} + N_2 = \frac{A_c s_c}{nI_v} M_{vv} (1 - \beta) \quad \text{.....(12)}$$

よって、不完全合成桁の応力度は、

$$\begin{cases} \sigma_{cu} = -\frac{N_{co}}{A_c} - \frac{M_{co}}{I_c} y_{cu} \\ \sigma_{cl} = -\frac{N_{co}}{A_c} + \frac{M_{co}}{I_c} y_{cl} \\ \sigma_{su} = +\frac{N_{so}}{A_s} - \frac{M_{so}}{I_s} y_{su} \\ \sigma_{sl} = +\frac{N_{so}}{A_s} + \frac{M_{so}}{I_s} y_{sl} \end{cases} \quad \text{.....(13)}$$

で求まる。ここで、

$$M_{co} = \frac{I_c}{nI_v} M_{vv} (1 + \gamma) \quad M_{so} = \frac{I_s}{I_v} M_{vv} (1 + \gamma) \quad \text{.....(14)}$$

$$N_{so} = N_{co} = N_{ve} = \frac{A_c s_c}{nI_v} M_{vv} (1 - \beta) \quad \text{.....(15)}$$

式(13)の縁応力度は、合成度 α を用いて容易に求めることができる。なお、 $\alpha=1$ ($\beta=0, \gamma=0$) の時は完全合成桁の場合で、 $\alpha=0$ ($\beta=1, \gamma=A_c s_c s / (nI_s + I_c)$) の時は、非合成桁 (重ね梁) の場合である。

なお、 M_{co} 、 M_{so} および N_{co} の間には次式が成立している。

$$M_{co} + M_{co} + sN_{co} = M_{vv} \quad \text{.....(16)}$$

式(14)および、式(15)を用いれば、式(16)の右辺は次式のようになる。

$$\frac{I_c}{nI_v} M_{vv} (1 + \gamma) + \frac{I_s}{I_v} M_{vv} (1 + \gamma) + s \frac{A_c s_c}{nI_v} M_{vv} (1 - \beta) \quad \text{.....(17)}$$

式(8)の γ を用いると、

$$\frac{nI_s + I_c + A_c s_c \beta}{nI_s + I_c} \frac{nI_s + I_c}{nI_v} M_{vv} + \frac{A_c s_c}{nI_v} M_{vv} - \frac{A_c s_c \beta}{nI_v} M_{vv} = M_{vv} \quad \text{.....(18)}$$

となり、式(16)が成立していることがわかる。

6. 数値計算例

勝山橋の断面緒元の詳細が判明しないので、ここでは、一例として、図1において $L=30\text{m}$ 、断面緒元は、

$$s=105.484\text{cm} \quad A_s=268\text{cm}^2 \quad I_s=1099337\text{cm}^4$$

$$s_c=33.678\text{cm} \quad A_c=4000\text{cm}^2 \quad I_s=133333\text{cm}^4$$

$$s_s=71.806\text{cm} \quad I_v=3148312\text{cm}^4$$

とした。スパン中央に $P=98\text{kN}$ の集中荷重を載荷した。

式(13)、式(14)、および式(15)を用いて応力度を計算する。

・完全合成桁 ($\alpha=1$) の応力度

$$M_{co}=4.447\text{kNm}, M_{so}=256.646\text{kNm}, N_{co}=N_{so}=N_{ve}=449.274\text{kN}$$

$$\begin{cases} \sigma_{cu} = -1.457\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{cl} = -0.610\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{su} = -4.267\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{sl} = 33.903\text{N/mm}^2 \end{cases}$$

・不完全合成の応力度

$\phi 13$ のスラブアンカーを1mピッチ程度に配置したときのばね定数 $K=490\text{N/mm}^2$ とした。

$$\alpha=0.97102, \beta=0.028984, \gamma=0.052610, \kappa^2=3.6739 \times 10^{-5}$$

$$M_{co}=4.681\text{kNm}, M_{so}=270.148\text{kNm}, N_{co}=N_{so}=N_{ve}=436.252\text{kN}$$

$$\begin{cases} \sigma_{cu} = -1.442\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{cl} = -0.550\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{su} = -5.859\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{sl} = 34.319\text{N/mm}^2 \end{cases}$$

・非合成桁 ($\alpha=0$) の応力度

$$M_{co}=12.518\text{kNm}, M_{so}=722.486\text{kNm}, N_{co}=N_{so}=N_{ve}=0\text{kN}$$

$$\begin{cases} \sigma_{cu} = -0.939\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{cl} = 1.446\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{su} = -59.203\text{N/mm}^2 \\ \sigma_{sl} = 48.249\text{N/mm}^2 \end{cases}$$

7. あとがき

本研究で得られた結論は次の通りである。

- 1) 式(13)、式(14)、および式(15)で、不完全合成桁の縁応力度が求まる。本計算例では、合成度97%となった。なお、これらの諸式で、完全合成桁および、非合成桁の場合の縁応力度も求めることができる。
- 2) 非合成桁として設計された橋梁は、示方書どおりのスラブアンカーが配置されているので、合成効果があり、不完全合成桁として設計するべきである。

参考文献

- 1) 土木学会編：鋼・コンクリート合成構造物の設計ガイドライン 1989.
- 2) 橋梁編纂委員会編：橋梁&都市 PROJECT Vol38, No11, 2002.
- 3) 例えば、佐藤浩一、渡辺昇、井上稔康：不完全合成桁と合成板の解析理論の相似性について、土木学会北海道支部論文報告集、第45号、1989.
- 4) 島田静雄、熊沢周明：合成桁の理論と設計、山海堂、1973.
- 5) 劉澤典：不完全合成はりの理論と解析に関する研究、北海道大学大学院工学研究科修士論文、1997.