PFI事業におけるリスク評価に関する研究

A Study on Risk Evaluation of Private Finance Initiative

北海道大学大学院　○内田　賢悦
北海道大学大学院　萩原　亨
北海道大学大学院　加賀屋　誠一
北海道大学大学院　佐藤　馨一

1. はじめに

日本でもPFI法が施行され，公共事業に適用されている．PFI制度の導入に当たっては，「官民での適切な責任と権限の明確化およびリスクの分担」が図られなければならない．しかし，具体的なリスク計量化手法は確立されていないのが現状である．民間側がPFI事業へ参入するモチベーションを確保するためにも，事業のリスク量，収益および官側とのリスク分担（リスクアロケーション）が明らかにすることが重要な課題となっている．

これまでのPFIに関する研究は，制度論やリスクの定性的分析に主眼を置いたものが多く，これまでPFI事業におけるリスクの計量化および評価を行った研究は少ない．

本研究では，市場リスクの計量化手法として広く用いられるVaR法によって，PFI事業のリスク量および収益量の計量化を行い，さらに事業リスクの評価も行うことを目的とする．対象として，北海道石狩市におけるモノレール整備事業をとりあげる．

2. 石狩市におけるモノレール整備計画

石狩市は札幌市の北側に隣接し，札幌市のベッドタウンとしての役割を担っている．また，平成8年9月には市制施行もなされた．加えて，海岸部には国家的プロジェクトである石狩湾新港地域を抱えており，当該地域の発展が道央圏及び北海道全体の社会・経済に与える波及効果は大きい．

同地域の主要な公共交通である路線バスは，朝・夕のラッシュ時はもとより，特に冬季の交通環境の悪化による運行遅延は大きな問題となっている．こうした背景から，石狩市と札幌市の連携を支える交通基盤として昭和47年「石狩湾新港開発基本計画」において，モノレール整備計画が盛り込まれ，関係機関によりさまざまな検討が進められてきた．しかし，財政負担の大きさ，事業採算性，先行事例における第3セクター制度の非効率性といった問題から，20年余り経過した現在に至っても実現されていない．

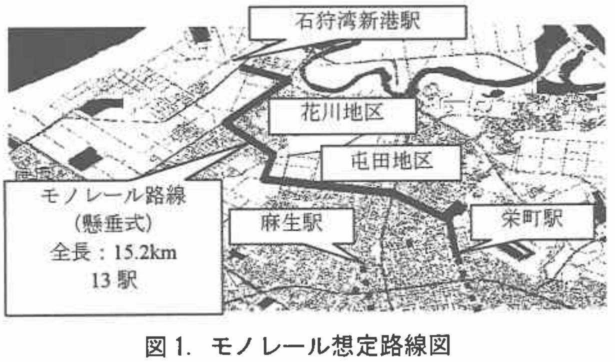

図1. モノレール想定路線図

3. デルタ法による市場リスクの計量化 [1]

VaR (Value at Risk)は，市場リスクの計量化モデルであり，VaRリスクとは「今後，将来の特定の期間内（保有期間）に，ある一定の確率の範囲内（信頼水準）で，ポートフォリオの現在価値がどの程度まで損失を被るか（損失の最大値）を過去のある一定期間（観測期間）のデータをもとに，理論的に算出された値」と定義される．

VaRにおけるリスク計量化手法には，デルタ法，ヒストリカル法，モンテカルロ法があるが，本研究ではデルタ法を適用する．デルタ法では，あるポートフォリオがn個のリスクにさらされている場合を想定すると，そのリスクは以下に示すとおりに計算される．

それぞれのリスクに対する感応度を$\mathbf{E}=(E_1, E_2, \cdots, E_n)$と表す．ここで感応度とは，市場指標の変動がどの程度ポートフォリオの変動をもたらすかという指標である．ポートフォリオの価値をVp, i番目のリスクファクターをx_iで表すと，感応度(E_i)は，式(1)で表される．

$$E_i = \frac{\partial V_p}{\partial x_i} \tag{1}$$

また，ポートフォリオの変化は，式(2)で表される．

$$\begin{aligned}\Delta V_p &= \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V_p}{\partial x_i}\Delta x_i + \varepsilon \\ &= \sum_{i=1}^{n} E_i \Delta x_i + \varepsilon\end{aligned} \tag{2}$$

ここで，εは誤差項である．リスクファクターの将来が不確実であると考え，その平均と分散はそれぞれμ_i, σ_iで表されると仮定する．このとき，ポートフォリオの収益率の平均と分散は，それぞれ式(3)，式(4)で表される．

$$\mu_p = \mathbf{uE}^t \tag{3}$$

$$\sigma_p^2 = \mathbf{EZE}^t \tag{4}$$

ここで，$\mathbf{u}$は各リスクファクターの平均変動率ベクトルであり，リスクファクターiの収益率をμ_iとすると，$\mathbf{u}=(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n)$である．$\mathbf{Z}$は，リスクファクター間の分散・共分散行列であり，式(5)で表される．

$$
\mathbf{Z}=\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \mathrm{Cov}(x_1,x_2) & \cdots & \mathrm{Cov}(x_1,x_n) \\ \mathrm{Cov}(x_2,x_1) & \sigma_2^2 & \cdots & \mathrm{Cov}(x_2,x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{Cov}(x_n,x_1) & \mathrm{Cov}(x_m,x_2) & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \tag{5}
$$

このとき，ポートフォリオの VaR は，式(6)で表される．

$$
\mathrm{VaR}=\theta\sqrt{\tau}\sigma_p \tag{6}
$$

ここで，τはポートフォリオの保有期間，θは損失発生確率に対するパラメータである．Δx_iが平均 0，分散σ_i^2の正規分布に従う場合，損失発生確率 99%のときは，θ=2.33 となる．

4. モノレール整備事業の収益モデル

(1) リスクファクターの設定

本研究では，モノレール整備事業のリスクとして，人口の伸び率，物価変動，利用者数の季節変動の 3 つをとりあげる．ここで，人口の伸び率，利用者数の季節変動は，モノレール利用者数に影響するものとする．また物価変動は，事業会社の人件費および営業経費に影響するものとする．また分析においては，建設期間の遅延といったリスクは考えず，モノレールの工事が終了後 30 年間の運営期間に発生するリスクを考えることにする．

(a) 石狩市における人口の伸び率

図 2 は，石狩市における人口の伸び率の推移を示したものである．パーソントリップ調査によると，石狩市の 1995 年から 2015 年までの人口の伸び率を 195%/10 年と想定している．この結果をもとに行われたモノレールの需要予測 [2]によると，2015 年時点で，94,000 人/日の利用者があるとされている．人口の伸び率と利用者数に線形関係が成立すると仮定すると，1995 年時点の利用者数は 49,000 人/日（T^1）であったことになる．また 1995 年を 1 年目とし，k 年後のまでの人口伸び率が R_1^k %/k 年とするとき，その時点の日利用者数 T^k は $T^1(1+R_1^k)$ 人/日になると仮定する．

(b) 物価変動リスク

図 3 は消費者物価の上昇率の推移を示したものである．物価の上昇があったときには，事業会社の人件費および営業経費も同じ比率で上昇するものと仮定する．すなわち，1995 年時点の人件費，営業経費がそれぞれ C_V円/年，C_O円/年であった場合，1995 年から k 年後までの消費者物価の上昇率が R_2^k%/k 年とするとき，その時点での人件費，営業経費はそれぞれ $C_V(1+R_2^k)$ 円/年，$C_O(1+R_2^k)$ 円/年になると仮定する．

(c) 季節変動によるリスク

北海道のような積雪寒冷地では，季節によって公共交通機関の利用者数が変動する．この理由として，冬期の雪氷路面上で自動車を運転することは危険と考え，夏季には自動車，冬期には地下鉄を利用することが考えられる．また，暖かい日には徒歩または自転車で移動し，寒い日には地下鉄で利用することも考えられる．

図 3 は，1991 年～1999 年までの月平均最高気温 [3]を示したものである．図 3 によると，月平均最高気温の変動は比較的大きく，利用者数が気温によって変動する場合，気温の変動はリスク要因となりえると考えられる．

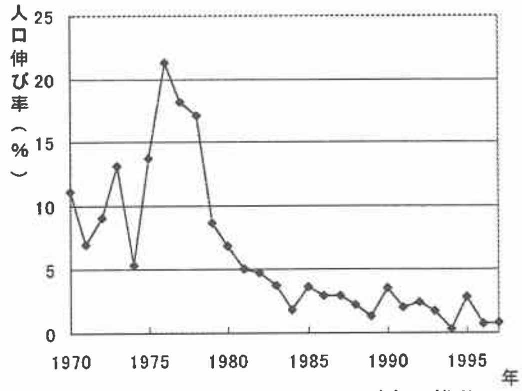

図 2. 石狩市における人口伸び率の推移

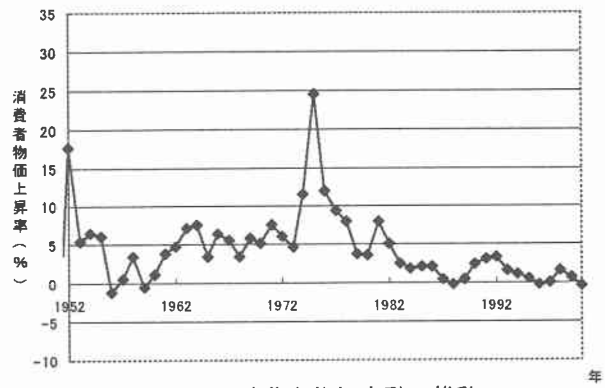

図 3. 消費者物価変動の推移

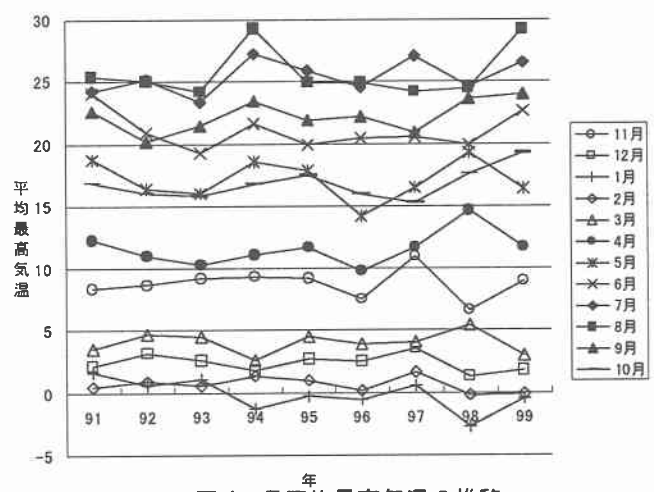

図 4. 月平均最高気温の推移

図 5 は，札幌市営地下鉄南北線における 1998 年度の月別日平均利用者数 [4]（棒グラフ）と月平均最高気温（折れ線グラフ）を示したものである．図 5 によると利用者数は，7 月～10 月まではほとんど変動はなく，それ以外の月での変動は大きい．また，最高気温と利用者数には強い負の相関がある（相関係数は−0.73）．そこで，1998 年～2000 年までのデータを用いて，月別日平均利用者数(t_R)を目的変数，月平均最高気温(t_m)を説明変数をとして回帰分析を行った．回帰式を式(7)に示す（()内の数値は t 値であり，**は信頼区間 99%で有意であることを示している）．

$$
t_R=-950\,t_m+252951 \qquad \underset{}{(4.8^{**})\quad (77^{**})} \qquad R^2=0.53 \tag{7}
$$

式(7)によると，決定係数は良いとはいえないが，感応度として

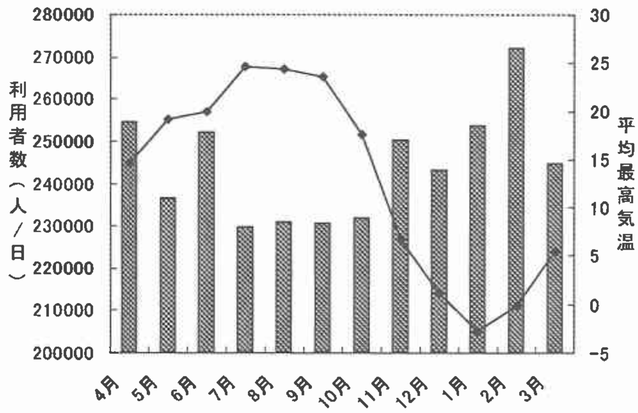

図 5. 月平均最高気温と日利用者数

の偏回帰係数には十分な信頼性があると考えられる．式(7)は月平均最高気温が下がると，950(人/日)の利用者の増加があることを示している．これらの結果は，地下鉄利用者と月平均最高気温のデータに基づくものであるが，モノレールを想定した場合も同様な傾向があると考えられる．

図 5 によると，7 月から 10 月までの地下鉄利用者の変動はほとんどない．そのため，7 月から 10 月における平均最高気温を t(=23.6℃)，月平均最高気温を t_M とし，k 年目の i 月における月平均最高気温と 7 月から 10 月の平均気温との差を $R_3^{ki} = t^i_M - t$ とし，これを季節変動によるリスク変数と考えることにする．式(7)の偏回帰係数は，地下鉄における月平均最高気温をリスクファクターとしたときの感応度である．一方モノレール事業においては，利用者数の規模が地下鉄と異なるため，この偏回帰係数をそのまま適用することはできない．そこで本研究では，平均地下鉄利用者数（t_S= 240,427(人/日)）とリスクのない 1 年目のモノレール利用者数（T^1=49,000(人/日)）の比率を用いて，月平均最高気温が 1(℃)低下したとき，193(1+R_1^k)(人/日)の利用者数増加があるものと仮定した．

(2) 収益の定式化

(1)に示した仮定のもとでは，k 年目における i 月の利用者数(T^{ki})は，1 ヶ月を 30 日として式(8)で表される．

$$T^{ki} = 30T^1(1+R_1^{ki}) - 30\cdot 193(1+R_1^{ki})R_3^{ki} \tag{8}$$

ここで R_1^{ki} は，1995 年から k 年後の i 月までの人口変動率であり，1 年間で平均的に人口変動が起きると仮定すると，式(9)の関係を満たす．

$$R_1^{ik} = R_1^{k-1} + i\frac{R_1^k - R_1^{k-1}}{12}$$
$$\sum_{i=1}^{12} R_1^{ki} = 12R_1^{k-1} + \frac{13}{2}(R_1^k - R_1^{k-1}) \tag{9}$$

一方，年の初めにのみ人口変動があり，その年内では人口変動がないと仮定すると，式(10)が成立する（図 6）．

$$R_1^{ki} = R_1^k$$
$$\sum_{i=1}^{12} R_1^{ki} = 12R_1^k \tag{10}$$

式(10)が成立するとき，k 年目の利用者数(T^k)は式(11)で表される．

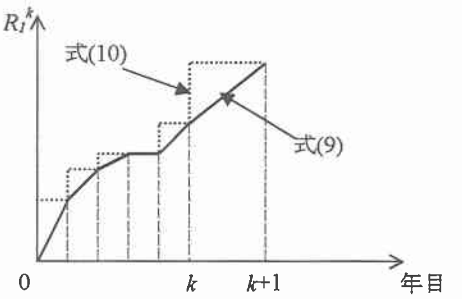

図 6. 式(9)と式(10)における考え方

$$T^k = \sum_{i=1}^{12} T^{ki}$$
$$= 30\cdot 12T_P(1+R_1^k - 0.16\frac{\Delta f^k}{f^k}) - 30\cdot 193(1+R_1^k)\sum_{i=1}^{12} R_3^{ki} \tag{11}$$

一方，k 年目の総収入(P^k)と総費用(C^k)は，物価変動が年の初めにのみありその年内は一定と考えて，それぞれ式(12)，式(13)で表すことにする．ここで C_F はモノレールの建設費であり，金融機関から借入れをするものとし，金利(r)を考慮して 30 年の元利均等返済を行うものと仮定する．

$$P^k = f^k(1+\Delta f^k)\cdot T^k \tag{12}$$
$$C^k = \frac{C_F r(1+r)^{30}}{(1+r)^{30}+1} + (1+R_2^k)C_V + (1+R_2^k)C_O \tag{13}$$

このとき，k 年目の収益(I^k)は，式(14)で表される．

$$I^k = P^k - C^k$$
$$= 360 f^k T^k (1+\Delta f^k)R_1^k - (C_V + C_O)R_2^k$$
$$- 5790 f^k(1+\Delta f^k)(1+R_1^k)\sum_{i=1}^{12} R_3^{ki} + 360 f^k \Delta f^k T^k$$
$$- 58\Delta f^k(1+\Delta f^k) - \left\{\frac{C_F r(1+r)^{30}}{(1+r)^{30}+1} + C_V + C_O\right\} \tag{14}$$

(2) 事業者と利用者の行動

消費者物価が上昇すると人件費，営業経費が増大するが，事業者は収益を確保するために運賃の値上げを行うことができる．しかし運賃の値上げは，利用者の減少を招くと考えられる．

藤田ら[5]は，石狩市におけるモノレールの利用率を交通目的，アクセスバスの有無，運賃等で回帰させた，需要に関する集計ロジットモデルを提案している．同モデルでは，重相関係数が 0.98 であり，さらに各パラメータ値の t 値も十分に高い値をとっている．同モデルを参考にし，k 年度の運賃 f^k から 4%値上げすると，利用利用者数の低下は，0.62%あるものと仮定した．この場合，k 年目における運賃の値上げ額を Δf^k とすると，0.16($\Delta f^k/f^k$)%の利用者数の減少があることになる．このとき，k 年目に R_2^k% の物価上昇があった場合，その年の運賃値上げ額は，収益を I^k を最大化するように設定するものとする（式(15)）．

$$\max_{\Delta f^k}.\ I^k(\Delta f^k)$$
$$\text{s.t.}\quad \Delta f^k > 0 \tag{15}$$

ここで I^k は Δf^k に対して狭義の凹関数となっており，上記の最適化問題は一意的な解を持ち，その最適解を Δf^k_{opt} と表現する．

5. モノレール事業リスクの計量化

式(12)を k 年後における各リスク変数の期待値ベクトル $\mu^k=(\mu_{R_1^k},\mu_{R_2^k},\mu_{R_3^{k1}},\cdots,\mu_{R_3^{k12}})$において線形近似すると，収益の変化分 ΔI^k は式(16)で示される．

$$\begin{aligned}\Delta I_k &= \frac{\partial I_k}{\partial R_1^k}\Delta R_1^k + \frac{\partial I_k}{\partial R_2^k}\Delta R_2^k + \sum_{i=1}^{12}\frac{\partial I_k}{\partial R_3^{ki}}\Delta R_3^{ki} + \varepsilon \\ &= \left\{360 f^k T^k (1+\Delta f_{opt}^k) - 5790(1+\Delta f_{opt}^k)\sum_{i=1}^{12}\mu_{R_3^{ki}}\right\}\Delta R_1^k \\ &\quad -(C_V - C_O)\Delta R_2^k - \left\{5790 f^k (1+\Delta f_{opt}^k)(1+\mu_{R_1^k})\right\}\sum_{i=1}^{12}\Delta R_3^{ki} + \varepsilon \\ &= E_1^k \Delta R_1^k + E_2^k \Delta R_2^k + E_3^k \sum_{i=1}^{12}\Delta R_3^{ki} + \varepsilon \end{aligned} \tag{16}$$

このとき k 年目の期待収益 μ_I^k は，式(17)で示される．

$$\begin{aligned}\mu_I^k &= \mu^k(\mathbf{E}^k)^t + 360 f^k \Delta f^k_{opt} T^k - 58\Delta f^k_{opt}(1+\Delta f^k_{opt}) \\ &\quad -[\{C_F r(1+r)^{30}\}/\{(1+r)^{30}+1\}+C_V+C_O]\end{aligned} \tag{17}$$

ここで $\mathbf{E}^k$ は，k 年目におけるリスクファクターの感応度であり，$\mathbf{E}^k=(E_1^k, E_2^k, E_3^k, \cdots, E_3^k)$ で示される．また，30 年間の収益の現在価値 μ_I は，式(18)で示される．

$$\mu_I = \sum_{k=1}^{30}\frac{\mu_I^k}{(1+r)^k} \tag{18}$$

ここで r は社会的割引率（金利と等しい値）である．一方，k 年目の最大損失額 VaR_I^k は式(19)で示される．

$$\begin{aligned} VaR_I^k &= \theta\sqrt{\mathbf{E}^k \mathbf{Z}^k (\mathbf{E}^k)^t} - \mu_I^k \\ \mathbf{Z}^k &= \begin{pmatrix} \sigma_{R_1^k}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{R_2^k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\sigma}_{R_3^k}^2 \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{\sigma}_{R_3^k}^2 &= \begin{pmatrix} \sigma_{R_3^{k1}}^2 & \cdots & \mathrm{Cov}(R_3^{k1}, R_3^{k12}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{Cov}(R_3^{k1}, R_3^{k12}) & \cdots & \sigma_{R_3^{k12}}^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{19}$$

ここで θ は，損失発生確率を 99%として 2.33 を用いる．また，30 年間の最大損失の現在価値は，式(20)で示される．

$$VaR_I = \sum_{k=1}^{30}\frac{VaR_I^k}{(1+r)^k} \tag{20}$$

k 年目におけるリスクファクターの期待値 $\mu_{R_n^k}$ と分散 $\sigma_{R_n^k}^2$ には，過去のデータから Moving-Window 法[1]によりデータセットを作成し，その指数加重移動平均と指数加重移動分散を用いることにする．k 年目のリスクファクター R_n^k のデータセットが m 個あり，現在から過去にさかのぼる順に i=1,･･･,m とデータに順番を付けた場合，その期待値と分散は，式(21)で示される．

$$\begin{aligned} \mu_{R_n^k} &= \sum_{i=1}^{m} w_i R_n^{k(i)} \\ \sigma_{R_n^k}^2 &= \sum_{i=1}^{m} w_i (R_n^{k(i)} - \mu_{R_n^k})^2 \\ Cov(R_n^k, R_l^k) &= \sum_{i=1}^{m} w_i (R_n^{k(i)} - \mu_{R_n^k})(R_l^{k(i)} - \mu_{R_l^k}),\ n \neq l \end{aligned} \tag{21}$$

ここで w_i はデータの重みであり，指数関数に従うと仮定するとき，減衰係数を α として式(22)で示される．

$$w_i = \alpha^i (1-\alpha),\quad 0<\alpha<1.0 \tag{22}$$

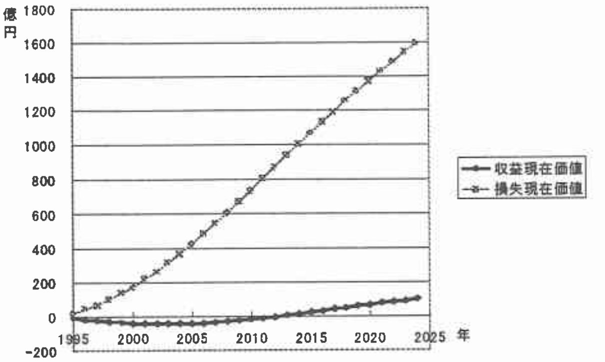

図 7. 期待収益と最大損失の推移

すなわちこの重みは，データが古いほど小さい値をとり，このことによって，直近のデータの影響を大きくするものである．

図 7 は，建設費償却の金利を 0%，運賃値上げを行わない場合の収益と最大損失額の推移を示したものである．表 1 に計算に使用した値を示す．

表 1. 計算に使用した値

項　目	設定値
契約期間	30 年
初期運賃	250 円
建設費	889 億円[2]
人件費	4.6 億円/年[2]
営業経費	20 億円/年[2]

図 7 によると，30 年間の現在価値化された期待収益は 96 億円，最大損失額は 1593 億円と算出された．期待値では B/C が 1 以上となるが，最大損失額では大幅な赤字となる可能性を示した結果といえる．したがって，リスクの分担方法を予め決定しておくことの重要性を示した結果といえる．

5. まとめ

本研究では，石狩市におけるモノレール整備事業をとりあげ，その期待収益と最大損失の定式化を行うことにより，事業リスクの計量化を行った．その結果，期待収益は正であっても，リスクとしての最大損失額は，期待収益と比べて桁違いに大きくなる可能性があることを示した．

本研究で示した計算結果は，借入金返済の金利が 0%，さらに事業者は運賃の値上げをしないという前提で計算されたものである．金利を考慮した場合，最大損失額は大きくなり，一方運賃の値上げにより収益は大きくなることが予想される．そのため，両方の影響をとりいれた分析を行うことが必要である．

参考文献

1) 山下智志著：市場リスクの計量化と VaR，朝倉書店．
2) 札幌件都市モノレール開発研究会資料
3) 日本気象協会編：気象年報，1992 年～2000 年版．
4) 札幌市交通局から提供されたデータ．
5) 藤田正人他：PFI 方式による新交通システムの整備計画に関する研究，第 34 回日本都市計画学会学術研究論文集，pp.895～900，1999.