

土木計画学におけるバリュー・アット・リスク手法の適用

Applying the Value at Risk Method to Infrastructure Planning & Investment

室蘭工業大学	○学生員	野呂 和彦	(Kazuhiko NORO)
函館工業高等専門学校	正 員	佐々木恵一	(Keiichi SASAKI)
北海道大学	正 員	内田 賢悦	(Ken-etsu UCHIDA)
室蘭工業大学	正 員	田村 亨	(Tohru TAMURA)

1. はじめに

土木計画の事業評価では、これまで費用便益分析が用いられてきた。しかし、この方法は事業途上のリスクや時間概念に限界があるとされ、リアルオプション法が開発された。リアルオプションとは「評価の価値」とも言われ、費用便益に代わる「社会資本の評価」方法である。これは、1970年代に金融デリバティブのオプション(call option)が整理され、1992年にプリンストン大学のジキライド、ピーディックにより体系づけられた。その後、1997年、ハーバード・ビジネス・スクールで教科書が作成され全世界に流布された。同スクールでは、プロジェクト評価の講義を費用便益からリアル・オプションに、全面的に変更するまでに至っている。

本研究ではリスクを取り込んで事業評価する手法であるバリュー・アット・リスクを用いて、この土木計画における有効性を調べるものである。

2. 費用便益分析の問題点とリアルオプション

費用便益分析における純便益は、投資が生み出す利益の現在価値と、プロジェクトに着手することで必要となる支出の現在価値の差により求められる。この方法では、時間的に起こりうる状況を固定して考えており、投資が不可逆性を有すると仮定しているため、投資を待つことの評価ができない。しかし、リスクの考えを導入すれば投資は可逆性を有し、市場環境が予想よりも悪化した場合、投資は中止でき、支出は取り戻すことができる。リアル・オプションの特徴としては①創出されるオプションの観点から意志決定を行うもので、②価値とリスクに関して市場から得られるあらゆる情報を利用する、③経済的な観点で妥当と考えられる金融商品を利用できる、等がある。

例えば、「A市とB市を結ぶプロジェクトにより、どのようなオプションが得られ、それらを手にすることによりどのような便益が得られるか？」という場合①オプションの種類として事業を実施するタイミングオプション、②段階的に整備するオプション、③技術開発を待つオプション、④将来の発展可能性のオプション、⑤PFIなど運営の工夫にかかわるオプション、⑥事業を中止するオプション、などが考えられる。実計算の際には確率過程をコントロールする問題として、ブラウンの数値解析により最適条件が求められる。

プロジェクト評価との関係では、1事業の投資を行うか否かという問題に限らず、全区間の一部を作っている

というオプションや、国土軸の一部を作っているというオプションなどを追加して、計画全体を評価することもできる。また、この方法は「評価は時間とともに変わる」という考えを採用している。土木計画への適用においては、アセット・マネジメント(資産管理:建設マネジメントのリスク管理)、リライアビリティ・マネジメント(責任管理:契約上のリスク管理)が無くてはインテグリティ・マネジメント(信用管理:国家の信用にかかわるリスク管理)はできないという、社会基盤におけるリスクの階層性を十分に認識することが必要である。

筆者らはリアルオプションの適用を検討しているが、その解析プログラムがまだできていない。そこで、樹形図的にオプションの組み合わせを考えるリアルオプションに対して、代替案のひとつを対象として事業途上のリスクを考慮するバリュー・アット・リスクを適用した。

3. バリュー・アット・リスク

3. 1 バリュー・アット・リスクの意味^{1), 2)}

リスク計測を行う目的とは、銀行や企業などの投資主体が持っているリスクを計量化し、その主体が経営判断を合理的に行うことを助けることにある。バリュー・アット・リスクはリスク計測を行う手段のひとつであり、投資に係る取引のリスク量を伝達する手段や、さまざまな市場における業務のリスク量を比較する際の指標となり、限られた資本をどこに配分するか決定、また業績をリスク量に対するものに調整し業績評価を適正なものとするなどにより有用である。

リスク計測に用いられる評価指標は、リスク感応度、ボラティリティ、下方リスクの3種類に分類されるが、バリュー・アット・リスクは下方リスクの代表的指標である。下方リスクとは、将来の収益率分布の下方部分にだけ注目し、最悪どのくらいの損失が出るかを示した値である。実際には最悪の定義を確率で与え、「1%の確率で起こる最大損失額」といった量で示される。バリュー・アット・リスクは、一言で表現すると「ある一定の確率で起こりうる将来の損失額の最大値」であり、より厳密に定義すると「今後、将来の特定の期間内(保有期間)に、ある一定の確率の範囲内(信頼水準)で、ポートフォリオの現在価値がどの程度まで損失を被るか(損失値の最大値)を、過去のある一定期間(観測期間)のデータをもとに、理論的に算出された値」となる。

3. 2 バリュー・アット・リスクの計算方法

バリュー・アット・リスクの算出方法としては、デル

タ法(分散共分散法)、ヒストリカル法、モンテカルロ法と3つの基本的なモデルに分類される。このうち、本研究において用いたものはデルタ法である。デルタ法は計算内容がわかりやすく、感応度分析との関係も明白であるというメリットがあるが、オプションを含むポートフォリオのように、非正規・非線形リスク構造をもつ場合には、推定値が不正確というデメリットもある。

4. 算出方法

- ① ポートフォリオ I に影響を与えるリスクファクター R を決定する。

$$I=f(R_1, R_2, R_3, \dots, R_n)$$

- ② 1年後の予想ならば1年ごと、2年後の予想ならば2年ごと、というように予想する保有期間までそれぞれの差を各リスクファクターでとり、その平均及び分散を計算する。

$$\mu_{R_1}^k, \mu_{R_2}^k, \mu_{R_3}^k, \Lambda, \mu_{R_n}^k$$

: k 年後の各リスクファクターの期待値

- ③ 各リスクファクターの各年度の期待値 U を計算する。

$$U_k = (\mu_{R_1}^k, \mu_{R_2}^k, \mu_{R_3}^k, \Lambda, \mu_{R_n}^k)$$

: k 年目の期待値ベクトル

- ④ 各リスクファクターの1単位の変動に対するポートフォリオの感応度 E を計算する。

$$E_1 = \frac{\partial I}{\partial R_1}, E_2 = \frac{\partial I}{\partial R_2}, E_3 = \frac{\partial I}{\partial R_3}, \dots, E_n = \frac{\partial I}{\partial R_n}$$

$$E=(E_1, E_2, E_3, \dots, E_n)$$

- ⑤ リスクファクターの分散($\sigma_1^2, \sigma_2^2, \Lambda, \sigma_m^2$)および共分散 $Cov(R_i, R_j)$ を求める。この結果、分散共分散行列 Z を得る。

Z=

$$\begin{pmatrix} \sigma_{R_1}^2 & Cov(R_1, R_2) & \Lambda & Cov(R_1, R_n) \\ Cov(R_2, R_1) & \sigma_{R_2}^2 & \Lambda & Cov(R_2, R_n) \\ M & M & O & M \\ Cov(R_p, R_1) & Cov(R_p, R_2) & \Lambda & \sigma_{R_n}^2 \end{pmatrix}$$

- ⑥ ポートフォリオの変動 I の平均 μ と分散 σ^2 を計算する。

$$\mu = UE^T$$

$$\sigma^2 = EZE^T$$

- ⑦ 損失発生確率に対するパラメータ θ と保有期間 τ の条件を与え、正規分布を仮定し、VaR を計算する。

$$VaR = \theta \sqrt{\tau} \sigma_p$$

信頼水準 99% と設定すると $\theta = 2.33$ となる。

5. 問題設定

5. 1 背景(公共投資の効果)

公共事業の効果として、長らく注目を集めてきた財政政策のマクロモデルは、ケインズの乗数理論である。この理論に租税の概念を含めて、乗数理論を簡単にまとめると、以下のとおりである。

総供給と総需要を以下のように定義する。

$$\text{総供給 (Y)} = \text{消費} + \text{貯蓄} + \text{租税} = C + S + T$$

$$\text{総需要 (Z)} = \text{消費} + \text{投資} + \text{政府支出} = C + I + G$$

この定義をもとに、政府部門を考慮した均衡所得水準は、以下の式を満たすように決定される。

$$S + T = I + G$$

ここで、公共事業の源泉である租税が増えれば、可処分所得(総供給の C) が減少することを、限界消費性向 c_1 (c_0 は切片) を用いて表す。

$$C = c_0 + c_1 (Y - T)$$

すると、貯蓄 S は以下になる。

$$S = Y - C - T = (1 - c_1) (Y - T) - c_0$$

均衡所得水準は、T, I, G をそれぞれ Y と独立な値と仮定すると

$$Y = \frac{1}{1 - c_1} \times (I + c_0 + G - c_1 \times T)$$

となる。ここでいう $\frac{1}{1 - c_1}$ がケインズの財政乗数である。

例えば、限界消費性向 (c_1) が 0.6 の場合、公共事業 (G) を 1 兆円増加させれば、総供給である GDP (Y) は 2.5 兆円増加する。

長々と書いたが、現在、問題にされているのは、「公共事業の将来の便益が現在の民間投資に与える効果」である。井堀の実証研究³⁾によると、「高度経済成長期(1958-1975)は公共投資のパフォーマンスはまずまずであったが(図-1)、最近(1976-1995)において公共投資はそれほど民間消費を誘発していない」とされている(図-2)。すなわち、限界消費性向 c_1 が近年小さくなってきているのであり、ケインズ施策の効果が期待できないことを実証している。

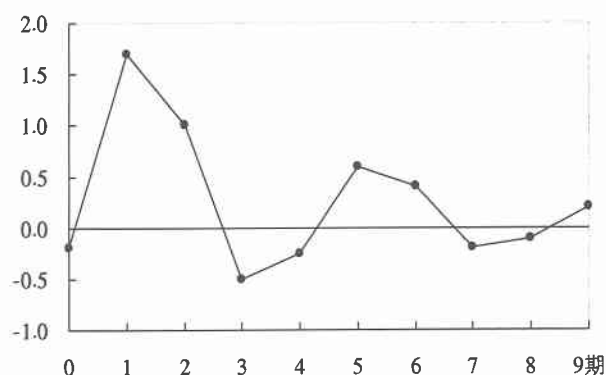
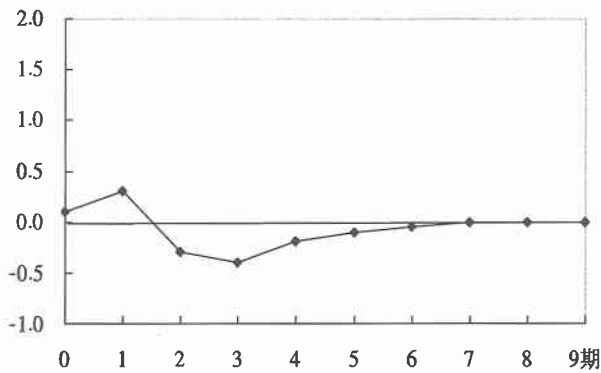


図-1 公共投資ショックに対する消費の反応

2 年/期(1958-1975)

(井堀：参考文献 3 より引用)



図－２ 公共投資ショックに対する消費の反応
2 年/期(1976-1995)
(井堀：参考文献3より引用)

5. 2 問題設定

マクロモデルを市町村レベルに当てはめるつもりはない。しかし、総供給 (Y) = 消費 + 貯蓄 + 租税 = $C + S + T$ 、という関係は、地方財政においても成立する。そこで、GDPと人口の関係をモデル化することを考える。

まず、GDPを消費と租税からなると考える。ここで、貯蓄を除いた理由は、データが全国レベルでしか得られずかつ、国民一人当たりの貯蓄性向は1980年代から殆ど変わっていないためである。次に、消費については、市民一人当たり年間商品販売額を用いた。これは、市町村統計要覧にも出ている基礎統計である。租税については、公共事業を意識して、市民税の総額と道路総延長を用いることとした。市民税は基礎的行政サービスに使われるもので、福祉・環境など生活関連の行政需要である。道路総延長で公共事業を表すのは問題であるが、国や道からの補助を地方交付税措置により裏負担する仕組みを考えると、市民一人当たりの社会基盤整備量を一定にする国の施策があると考えても良い。よって、国に払う地域住民の租税分が道路総延長に比例していると仮定して、この指標を用いた。

本研究の問題設定は、GDPが多いところほど人口が集積するという仮定の検証であり、GDPにより人口を推計しようとする。よって、 $人口 = F$ (市民一人当たり年間商品販売額、市民税、道路総延長 (国税の代理変数)) と考え、これにバリュー・アット・リスク手法を適用する。対象地域は、室蘭市である。

5. 3 変数

(1) 室蘭市の年齢別人口変動 (図－3)

平成2年から平成11年までの年齢階層別人口データを元に、コーホート分析を用いて平成30年までの人口を予測したものが図－3である。生産人口 (15歳－64歳) が平成2年から急激に減少していることがわかる。生産人口は納税者に当たるので今後市民税の急激な減少が予想される。

(2) 市民税の変動 (図－4)

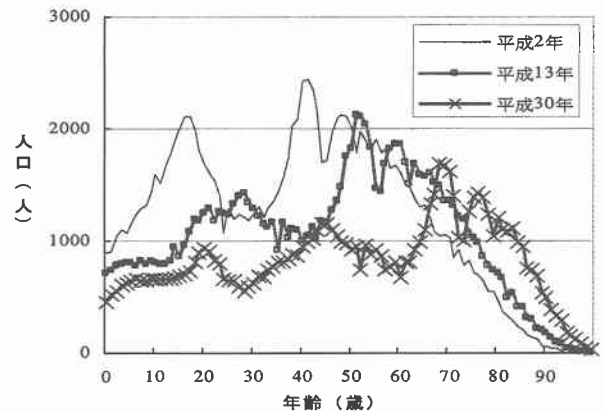
市民税の総額では人口の減少があるため、近年では減少傾向にある。この傾向は図－3から見る限りより顕著になると考えられる。

(3) 道路総延長の変動 (図－5)

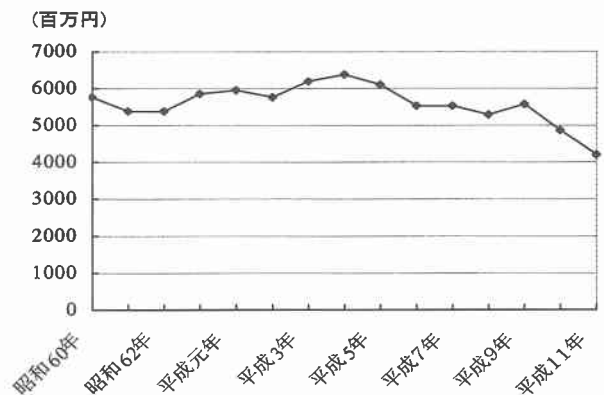
道路総延長は、ほぼ安定して増加している。これは景気浮揚策としてなされる補正予算の増加がもたらすものである。また、公共事業が投下されてもすぐGDPに波及しないというタイムラグをモデルに考慮すべきかもしれない。

(4) 市民一人当たり年間商品販売額の変動 (図－6)

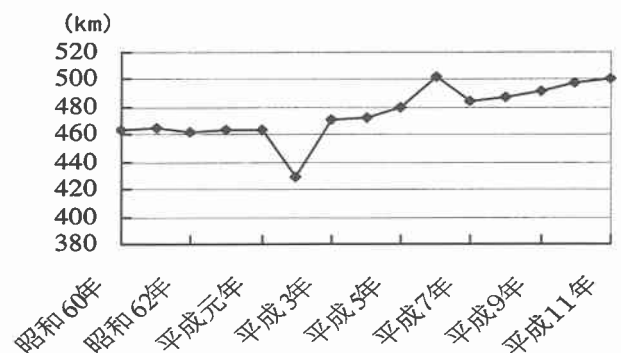
平成4年頃までは安定して増加していたが、その後変動がほぼ無くなり、近年では大きく減少してきている。一般に言われる「バブル崩壊後、景気は悪化したけど個人所得は減っていない」という現象が室蘭市でも見られる。



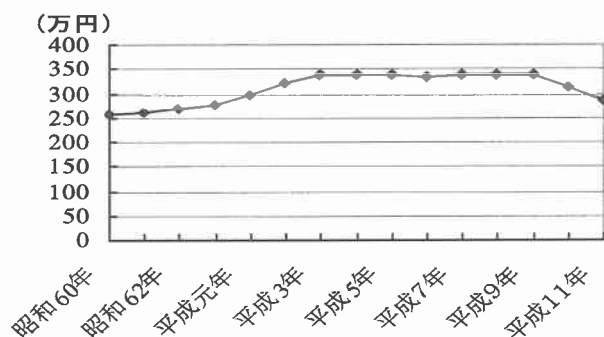
図－3 室蘭市年齢別人口予想



図－4 室蘭市市民税の変動



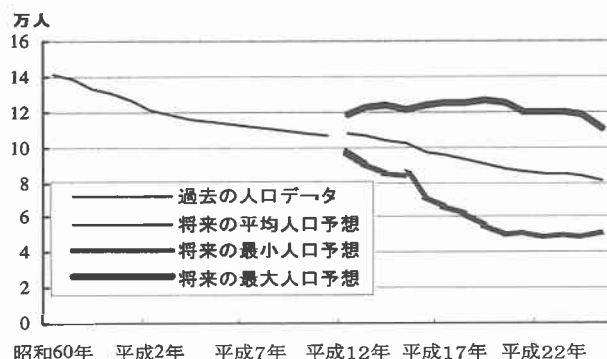
図－5 室蘭市道路総延長の変動



図－6 室蘭市民一人当たり年間商品販売額

6. バリュース・アット・リスク手法の適用

上記のバリュース・アット・リスク算出方法を用いて、室蘭市市民税、室蘭市道路総延長、市民一人当たりに対する年間商品販売額をリスクと考え、過去のデータをもとに室蘭市人口総数の将来の平均値と、最大減少した場合の値を予測した。結果は図－7の通りである。



図－7 室蘭市総人口の変化

図－7から以下のことが分かる。

- ①人口の実推移と将来の予測値(平均値)が滑らかな曲線を描くことから、本モデル構造の仮定は妥当と思われる。
- ②信頼水準を99%と設定したため、損失発生率は1%である。将来のポートフォリオの確率分布が正規分布であると仮定すると、グラフの最大人口予想と最小人口予想の間で推移する確率が99%、最大人口又は最小人口になる確率が1%ということである。現在減少傾向にある室蘭市の人口は、今後さらに急激な現象が起こる可能性と逆に増加していく可能性を持っている。
- ③平成25年の人口の予測値(平均値)は80830人であるが、この値の信頼確率を考慮すると将来人口は110236人(最大人口予測)と51424人(最小人口予測)の間に存在すると考えるべきである。

7. おわりに

本研究は、リスクを取り込んで事業評価する手法であるバリュース・アット・リスクを用いて、この土木計画における有効性を調べたものである。本研究により以下の点が明らかになった。

①バリュース・アット・リスクにおいて特筆すべきところは、共分散を用いて説明関数間の相乗効果により目的関数を変化させるところにある。本研究では、説明関数としてGDPの一部である市税、国税、消費額を用い人口変化を予測した。これはGDPの変化が人口変動に影響しているためである。例えば、市税と国税の共分散の効果(相乗作用)がGDPを押し上げる程度を示している。なお、公共事業がGDPに影響するタイムラグは考慮できない。

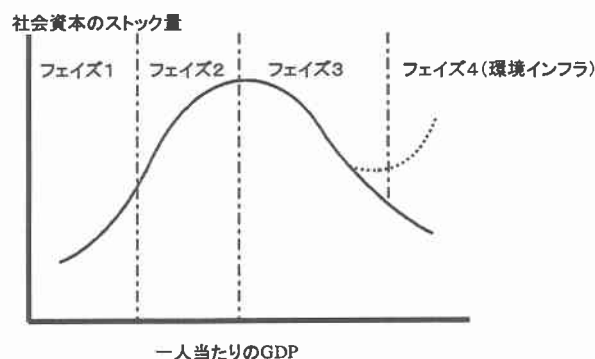
②リアルオプションをはじめ、リスクを取り込んだ事業評価は金融工学から発生したものである。事業が公共でなされる以上、市場原理で事業評価を行うことは問題である。しかし、今日のPFI議論や民間投資の誘発議論は明らかに市場原理で公共事業を考えている。これは、社会基盤整備が概成されたわが国において、公共事業の効率性が問題にされているからである。このような背景からリスクを取り込んだ事業評価は土木計画においてますます重要になると考えられる。

参考文献

- 1) フィリップ・ジョリオン著 第一勧業銀行金融技術研究チーム訳:バリュース・アット・リスクのすべて、シグマベイスキャピタル 1999.
- 2) 山下智志著:市場リスクの軽量化とVaR、朝倉書店 2000.
- 3) 井堀利宏著:公共事業の正しい考え方、中公新書 2001.

参考資料

一人当たりGDPと社会資本ストック量の関係がS字型曲線で示されることは周知の事実である。近年、この関係は、図－8のように環境インフラを含めて分析されつつある。すなわち、高度経済成長が終わり安定性長期に入ると、既存施設の更新に合わせて環境インフラ整備が進み、社会資本ストック量はまた伸びていくというものである。この点からも土木計画学における投資のリスク分析は、益々重要になる。



図－8 Kuznets 曲線