

三次元落石シミュレーションに関する研究

Study on 3-D simulation of a falling rock

北海道大学工学研究科

北海道大学工学部

北海道大学工学研究科

学生会員 中根昌士

伊藤大輔

○正会員 氏平増之

1. はじめに

我が国では道路網が山岳地帯や沿岸地帯まで広がっており、落石による自然災害は少なくない。国内での落石要対策箇所は、沿岸・山岳道路沿いを中心に5万7千箇所といわれ、落石防護柵、防護壁等による落石対策が必要である。本研究では、落石防護工の設計、施工に必要な、跳躍量、落下経路、走行方向への広がり、落下速度、回転速度、落下エネルギー等を推定するための3次元数値シミュレーションの開発を進めている¹⁾。実際の落石は、岩石形状、斜面状態により落下形態が異なるため、この研究では、個別要素法の手法にのっとり岩石形状、斜面形状が変化しても、三次元的に落下挙動が計算できる汎用数値シミュレーション法の開発を行っている。本報文ではその数値計算方法と得られた結果を述べる。

2. 岩石のブロックモデルと運動方程式

本シミュレーションでは、岩石の跳躍運動と斜面への衝突運動の2種類の解析を行う。落石が斜面へ衝突している瞬間の運動解析では一般に個別要素法で用いている接触モデルを使用している。すなわち斜面への衝突機構

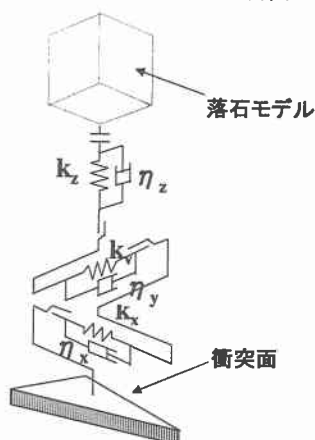


図1 岩石の衝突モデル

を図1のような剛体・スプリング・粘性ダッシュポット・スライダモデルで表現する。落石の運動は並進運動と回転運動からなるとみなす。並進運動の運動方程式は(1)式で、回転運動の運動方程式は(2)式で示される。

$$W \cdot \ddot{u} + \eta \cdot \dot{u} + k \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$I \cdot \ddot{\Theta} + \eta \cdot \dot{\Theta} + k \cdot \Theta = 0 \quad (2)$$

上式での記号は、 W :岩石の質量、 u :変位量、 η :剛体と衝突面の粘性減衰定数、 k :剛性定数、 I :剛体の慣性モーメント、 Θ :重心廻りの回転角、 r :重心廻りの半径等である。

2. 斜面のモデルと座標系

本研究では斜面を3点の座標で構成される三角形局所斜面の集合として考えているため、衝突運動を計算する場合、便宜上局所斜面上に原点を移動した座標系が必要である。さらに回転運動に関する計算では、時間刻み毎に変化する慣性モーメントを計算する必要がある。(2)式中の慣性モーメント I を、斜面を基準にして設定した一つの座標系のもとで計算するには計算が複雑になりすぎるため、この計算は直六面体の3つの辺に平行な軸を座標軸にとった座標系で行うことにした。図2はシミュレーションを行うための斜面とブロックが衝突する局所の三角形の概念図を示している。同図のように、座標系1(全体座標系)は斜面上部に原点をとり水平方

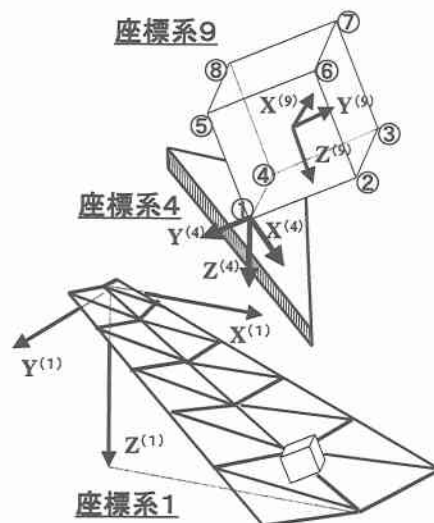


図2 岩石モデルと斜面の接触概念図

向を $X^{(1)}$ 軸、斜面走向方向を $Y^{(1)}$ 軸、鉛直方向下向きを $Z^{(1)}$ 軸とした全体座標系である。座標系4(局所座標系)は斜面とブロックの接触点を原点とした局所座標系で、斜面上部から下部へ向かう方向を $X^{(4)}$ 軸、局所的な衝突面の走向方向を $Y^{(4)}$ 軸、局所平面に垂直な方向を $Z^{(4)}$ 軸とした座標系である。座標系9(ブロック座標系)は直六面体ブロックの3辺に平行

に座標軸をとった座標系である。ブロックの重心を原点とし接触点からのびる互いに直交する3辺に平行な3つの軸をそれぞれ $X^{(9)}$ 軸、 $Y^{(9)}$ 軸、 $Z^{(9)}$ 軸としている。

4. 座標変換

上記のように、本シミュレーションでは座標系を9つ用意して、時間刻み毎に適宜座標変換する必要がある。ここでは座標変換法について述べる。座標変換に使用する座標変換マトリックスは以下の式である。

$A =$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_2 \cdot \cos\theta_3 & \sin\theta_1 \cdot \sin\theta_2 \cdot \cos\theta_3 + \cos\theta_1 \cdot \sin\theta_3 & -\cos\theta_1 \cdot \sin\theta_2 \cdot \cos\theta_3 + \sin\theta_1 \cdot \sin\theta_3 \\ -\cos\theta_2 \cdot \sin\theta_3 & -\sin\theta_1 \cdot \sin\theta_2 \cdot \sin\theta_3 + \cos\theta_1 \cdot \cos\theta_3 & \cos\theta_1 \cdot \sin\theta_2 \cdot \sin\theta_3 + \sin\theta_1 \cdot \cos\theta_3 \\ \sin\theta_2 & -\sin\theta_1 \cdot \cos\theta_2 & \cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2 \end{pmatrix} \quad \dots (3)$$

$$(a' \ b' \ c')^T = A (a \ b \ c)^T \quad \dots (4)$$

全体座標系上で落下させたブロックが局所斜面に衝突し、その後の衝突挙動を計算する上では座標系を全体座標系 $(X^{(1)}, Y^{(1)}, Z^{(1)})$ から局所座標系 $(X^{(4)}, Y^{(4)}, Z^{(4)})$ へ変換する。さらに回転運動の計算のためにブロック座標系 $(X^{(9)}, Y^{(9)}, Z^{(9)})$ へ変換する必要がある。 Δt 間の座標変換では座標系1から9へ至るのに補助的な座標変換を8回行い、同じく Δt 間に8回の逆座標変換を行う。その順序を表1に示す。図2のように接触点は常時頂点①に入れ替える。

表1 座標変換の手順

座標系	次の座標系への座標変換の手順
$(X^{(1)}, Y^{(1)}, Z^{(1)})$ ↓ $(X^{(2)}, Y^{(2)}, Z^{(2)})$	$(X^{(1)}, Y^{(1)}, Z^{(1)})$ 系から頂点①(接触点)が原点となる座標系に、ブロックの8頂点、重心、局所三角形の3頂点座標を平行移動。
$(X^{(2)}, Y^{(2)}, Z^{(2)})$ ↓ $(X^{(3)}, Y^{(3)}, Z^{(3)})$	局所三角形の平面式を座標系2で表す。 $Y^{(2)}$ 軸を $X^{(2)}$ 軸回りに回転、局所平面上に重ねる。 $Y^{(2)}$ 軸 $\rightarrow Y^{(3)}$ 軸、 $Z^{(2)}$ 軸 $\rightarrow Z^{(3)}$ 軸となる。回転角を用い、8頂点、重心、局所三角形3頂点座標を座標変換。
$(X^{(3)}, Y^{(3)}, Z^{(3)})$ ↓ $(X^{(4)}, Y^{(4)}, Z^{(4)})$	局所三角形の平面式を座標系3で表す。 $X^{(3)}$ 軸を $Y^{(3)}$ 軸回りに回転、局所平面上に重ねる。 $X^{(3)}$ 軸 $\rightarrow X^{(4)}$ 軸、 $Z^{(3)}$ 軸 $\rightarrow Z^{(4)}$ 軸となる。回転角を用い、8頂点、重心、局所三角形3頂点座標を座標変換。局所座標系(座標系4)完成。
$(X^{(4)}, Y^{(4)}, Z^{(4)})$ ↓ $(X^{(5)}, Y^{(5)}, Z^{(5)})$	$(X^{(4)}, Y^{(4)}, Z^{(4)})$ 系から頂点①(接触点)が原点となる座標系に、ブロックの8頂点、重心座標、を平行移動。
$(X^{(5)}, Y^{(5)}, Z^{(5)})$ ↓ $(X^{(6)}, Y^{(6)}, Z^{(6)})$	$X^{(5)}$ 軸を頂点①-④の線分に重ねるため、 $X^{(5)}$ 軸、 $Z^{(5)}$ 軸を $Y^{(5)}$ 軸回りに回転。 $X^{(5)}$ 軸 $\rightarrow X^{(6)}$ 軸、 $Z^{(5)}$ 軸 $\rightarrow Z^{(6)}$ 軸となる。回転角を用い、8頂点、重

	心座標、反力成分を座標変換。
$(X^{(6)}, Y^{(6)}, Z^{(6)})$ ↓ $(X^{(7)}, Y^{(7)}, Z^{(7)})$	$Y^{(6)}$ 軸を頂点①-②の線分に重ねるため、 $Y^{(6)}$ 軸、 $Z^{(6)}$ 軸を $X^{(6)}$ 軸回りに回転。 $Y^{(6)}$ 軸 $\rightarrow Y^{(7)}$ 軸、 $Z^{(6)}$ 軸 $\rightarrow Z^{(7)}$ 軸となる。回転角を用い、8頂点、重心座標、反力成分を座標変換。
$(X^{(7)}, Y^{(7)}, Z^{(7)})$ ↓ $(X^{(8)}, Y^{(8)}, Z^{(8)})$	$X^{(7)}$ 軸を頂点①-④の線分に重ねるため、 $X^{(7)}$ 軸、 $Z^{(7)}$ 軸を $Y^{(7)}$ 軸回りに回転。 $X^{(7)}$ 軸 $\rightarrow X^{(8)}$ 軸、 $Z^{(7)}$ 軸 $\rightarrow Z^{(8)}$ 軸となる。回転角を用い、8頂点、重心座標、反力成分を座標変換。
$(X^{(8)}, Y^{(8)}, Z^{(8)})$ ↓ $(X^{(9)}, Y^{(9)}, Z^{(9)})$	最後にブロックの重心が原点になるようにブロック8頂点、重心を平行移動。ブロック座標系(座標系9)完成。

以上のような手順にしたがい全体座標系から局所座標系、ブロック座標系へ座標変換を行った。

5. 運動方程式の数値計算法と落石位置の判定

数値計算の過程は図3のフローチャートのようなのである。図4に示すように計算は跳躍運動と衝突運動に大別され、今の状態がどちらであるのかの判定が必要である。

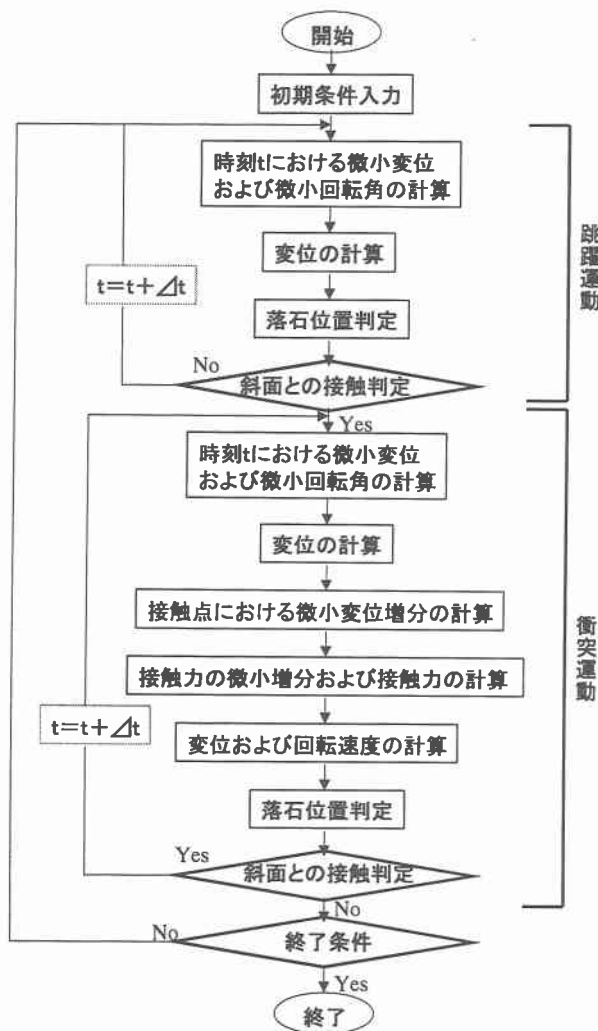


図3 数値計算のフローチャート

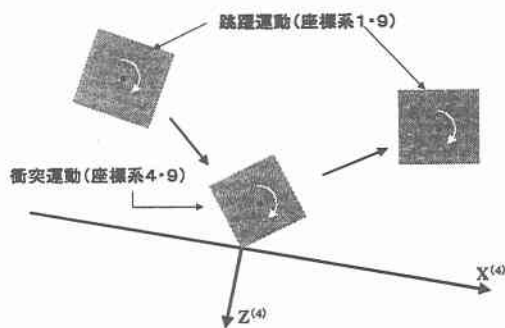


図4 落石の跳躍運動と衝突運動の概念図

時間刻み毎にどここの三角形局所斜面上にあり、その斜面と接触しているかどうかを判定する必要がある。上で述べたように、本研究では斜面全体を3点座標から成る局所斜面の集合として考えているため、落石の現位置の判定が必要となってくる。岩石がどの3つの節点の平面内にあるかを判定するが、これは全体座標系(座標系 1)のもとで各三角形を $X^{(1)}-Y^{(1)}$ 平面上に正射影して岩石の位置判定を行った²⁾。

6. 解析結果

今回の解析における第1の計算例として、傾斜 45° の仮想斜面を想定し、表2の計算条件を与えた。図5に計算結果の一例を示す。斜面の高さを70m(斜面長99m)とし、斜面上部3mの位置から、長、中、短軸径を $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ m (330kg) とした岩石モデルを各軸回り標準偏差 33.1° の正規乱数を用いて姿勢を変化させ自由落下させ

表2 計算条件

岩石	形状	塊状	
	寸法	長軸系	0.5m
		中軸系	0.5m
		短軸系	0.5m
	質量	330kg	
	比重	2.65	
	初動時の落下高さ	3.00m	
	初動時の落下速度	0.00m/s	
	初動時の回転速度	0.00rad/s	
解析条件	時間刻み	跳躍時	1.0×10^{-3} s
		衝突時	1.0×10^{-3} s
	剛性定数	K_x	1.0×10^3 N/m
		K_y	1.0×10^3 N/m
		K_z	1.0×10^4 N/m
	粘性減衰定数	η_x	1.0×10^{-2} N・s/m
		η_y	1.0×10^{-2} N・s/m
		η_z	1.0×10^{-1} N・s/m
斜面	摩擦係数		0.15
	斜面高さ		70m
	平均斜面角		45°

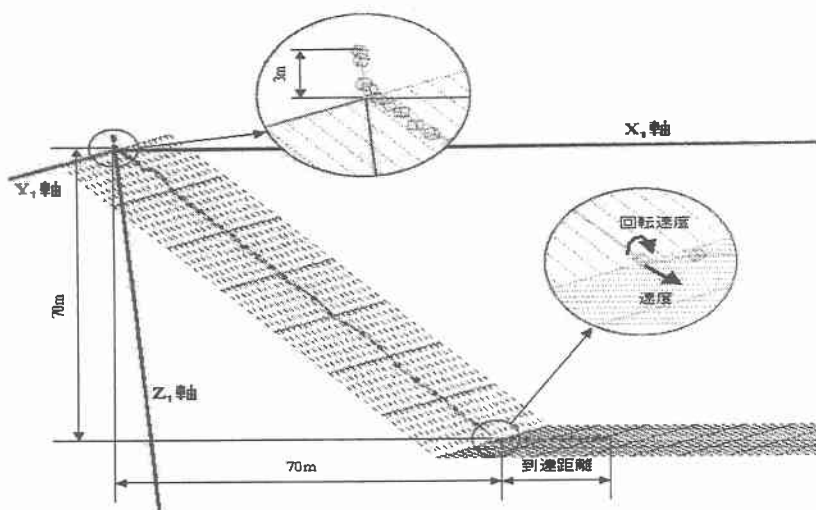


図5 仮想斜面でのシミュレーション結果の一例

た。落下速度 7.67 m/s で1回目の衝突をし、跳躍運動と衝突運動を繰り返しながら、斜面脚部に進んでいくことがわかる。運動終了条件としては、全体座標系(座標系 1)の $X^{(1)}$ 方向の速度成分が 0.1 m/s 以下になった時点で終了としている。図6は剛性定数を変化させた時の、斜面脚部における並進速度、合成回転速度、一回の運動中の最大貫入量、最大跳躍量、斜面脚部からの到達距離を示している。図によると、ほぼ $k = 10^5$ N/m 付近まで各特性値が安定した値になっている。図7は表2の計算条件のもとで100回のシミュレーションを行い、斜面脚部に到達した際の並進速度、合成回転速度、最大貫入量、最大跳躍量、斜面脚部からの到達距離の頻度分布を示している。図はほぼ実測値に近い分布になっていることを示している。

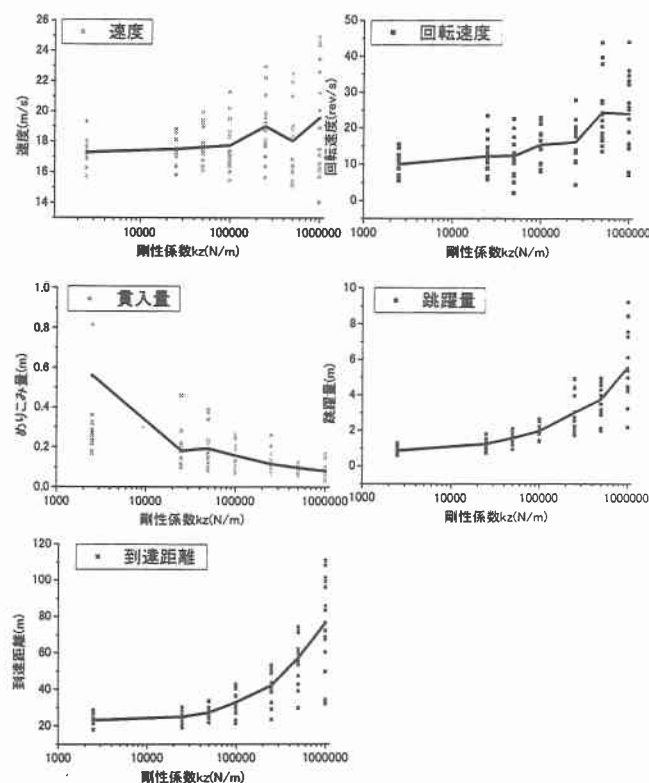


図6 剛性定数を変化させた時の運動特性値の変化

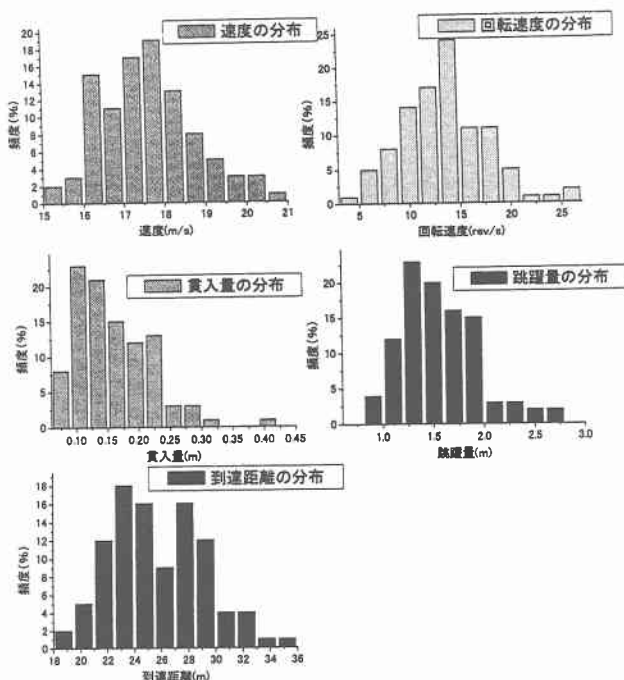


図7 運動特性値の分布 (100 回分)

次に第2の計算例として、実斜面を用いた数値シミュレーションを行った。実斜面は小樽市銭函にある採石場で計測した座標値を用いて作成している。斜面上部を座標系1の原点としている。図8がその斜面であり平均斜面角は約 39° である。斜面上部10mの位置から、長、中、短軸径を $1.0 \times 1.0 \times 1.0\text{m}$ (2650kg)とした岩石モデルを標準偏差 33.1° の正規乱数を用いて、姿勢を変化させ自由落下させた。この場合、図6を参考にし、剛性定数は $k_x, k_y = 10^5 \text{N/m}$ 、 $k_z = 5.0 \times 10^4 \text{N/m}$ とし、衝突運動の時間刻みを $\Delta t = 10^{-4}(\text{s})$ と設定した。さらに斜面の凹凸を表現するため、局所座標系(座標系4)での岩石に及ぼす $X^{(4)}, Y^{(4)}, Z^{(4)}$ 方向の反力3成分を、ほぼ $\pm 20^\circ$ の範囲で傾くように設定した。この条件でシミュレーションを50回行った。図8は落石の主な10軌跡の結果を描いたものである。図9はその結果を真上から見たものである。斜面脚部からの最大到達距離は79.5m、最小到達

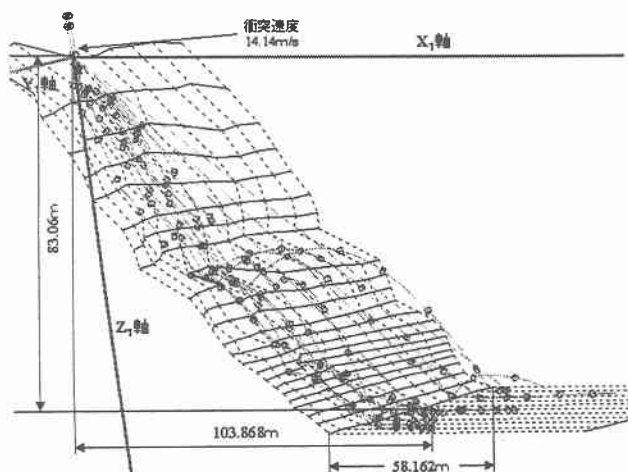


図8 実斜面でのシミュレーション結果の例

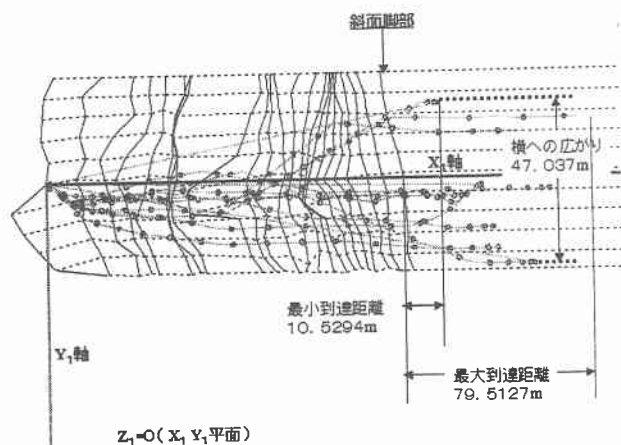


図9 実斜面でのシミュレーションにおける到達距離と横への広がり

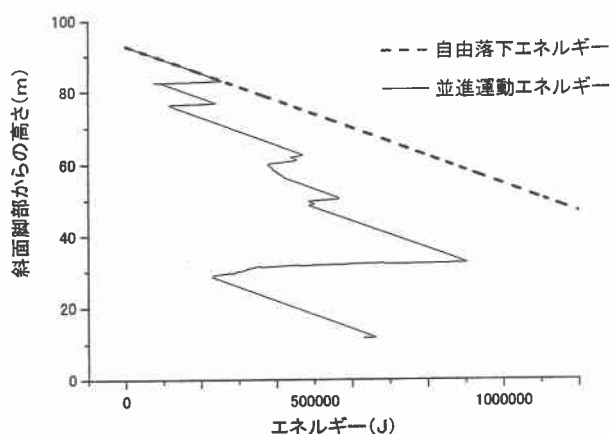


図10 落下高さと同進運動エネルギーの計算例

距離10.5m、斜面下部での横への広がり47.0mの範囲であるという結果が得られた。落石による危険範囲の推定に役立つ可能性が高い。図10は斜面上部から斜面脚部へ落下する落石の自由落下エネルギーと同進運動エネルギーを示している。斜面脚部に向かうにつれ、各エネルギーが増加していくことが示されている。エネルギー基準による防護工の選定に役立つと考えられる。

7. まとめ

(1) 異なる9つの座標系を用いることで、落石の並進運動と回転運動を正確に計算できる三次元シミュレーション法を開発した。

(2) 実斜面を用いた計算結果から到達距離、横への広がり等三次元的な落下挙動を推定できることを示した。

参考文献

- 1) 氏平増之・細谷昭悟・鈴木新吾：三次元落石シミュレーションの試み、北海道応用地学合同論文集、No.8、1997。
- 2) 榎谷 浩・福田尚晃・堤下克彦：斜面上の落石の運動解析手法の開発、構造工学論文集、Vol.43A、1997。