

状態境界面の概念と載荷履歴を受けた粘土の降伏特性

The concept of the state boundary surface and the yielding characteristic of pre-strained clay

北海道大学大学院 正 員 ○福田 文彦 (Fumihiko Fukuda)
 同 フェロー 三田地 利之 (Toshiyuki Mitachi)
 同 正 員 澁谷 啓 (Satoru Shibuya)

1. 状態境界面の概念と粘土の異方性

Roscoe¹⁾は、非可逆な塑性ひずみの発生が卓越する弾-塑性状態にある粘土の間隙比(e)、平均有効応力($p'=\sigma_1'+\sigma_2'+\sigma_3'$)、および主応力差($q=\sigma_1'-\sigma_3'$)の間には一義的な関係が存在すると仮定した。次にこれらの関係を、 e, p', q を独立した座標軸とする三次元空間の中の曲面として表し、この曲面を状態境界面と名付けた。そして状態境界面の外部を粘土が到達できない状態、状態境界面上を弾-塑性状態、状態境界面の内部を可逆的な弾性ひずみの発生が卓越する弾性状態と仮定することにより、粘土の降伏挙動や非排水せん断中の有効応力経路、排水せん断中の e の変化などの統一的な解釈を試みた。

一方、数多くの研究成果から、異方載荷履歴を受けた粘土の降伏挙動が異方性を示すことは明らかである。それに対し、 e はひずみの第1不変量(体積ひずみ)に相当するパラメータであり、 p' および q はそれぞれ応力の第1および第2不変量に相当するパラメータであることから、状態境界面の概念によって異方載荷履歴を受けた粘土の降伏挙動に現れる異方性を解釈できないことは明らかである。そこで筆者らは再構成飽和粘土を試料とした一連の三軸圧縮試験と中空ねじり試験を行い、等方および異方載荷履歴を受けた粘土の降伏挙動について検討を行った。その結果、 e に代わるパラメータとして最小主応力(σ_3')軸を法線とする面の面積ひずみ($\bar{\omega}_3$)を考えることにより、状態境界面の概念によって、等方載荷履歴を受けた粘土の降伏挙動と異方載荷履歴を受けた粘土の異方的な降伏挙動を統一的に解釈できることが明らかになった。

2. 実験

(1) 試料

試料は予圧密法によって作成したNSF-CLAYである。この試料の物性値は $\rho_s=2.75\text{g/cm}^3$ 、 $LL=55\%$ 、 $I_p=23$ 、粘土分の含有率100%であり、予圧密応力(鉛直応力)150kPa、予圧密期間10日間、予圧密終了時の平均含水比は46.7%であった。

(2) 実験

表-1および図-1は行った実験をまとめたものであり、全ての実験が応力制御による排水せん断試験である。表-1(a)・図-1(a)のI試験は等方圧密、等方応力載荷・除荷、およびせん断の三つの載荷過程からなる三軸圧縮試験で

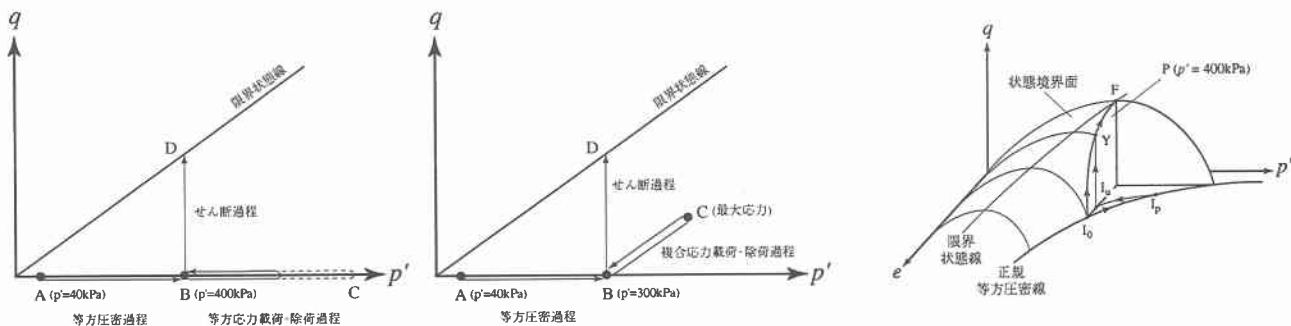
ある。表-1(b)のA試験は、等方圧密、 p' 一定条件の下で異方応力の載荷と除荷を行う異方応力載荷・除荷、およびせん断の三つの載荷過程からなる中空ねじり試験である。この試験では、異方応力載荷・除荷過程における供試体の鉛直軸に対する最大主応力(σ_1')軸のなす角度(α)が実験ごとに異なっているのに対し、せん断過程における α は実験にかかわらず一定であるため、異方応力載荷履歴を受けた粘土の異方降伏特性を調べることが可能である。なお、せん断過程と異方応力載荷・除荷過程間の σ_1' 軸の回転角を $\psi(\alpha_r-\alpha_p)$ 、 α_r :せん断過程の α 、 α_p :異方応力載荷・除荷過程の α と定義する。表-1(c)・図-1(b)にまとめたC試験は、等方圧密、 p' と q が同時に変化する有効応力経路に沿って載荷履歴を与える複合応力載荷・除荷、およびせん断の三つの載荷過程からなる三軸圧縮試験である。

1) I試験 この試験は三軸試験機を使用して行った。供試体寸法は高さ120mm、直径50mmである。表-1(a)の実験I-0は等方圧密(経路AB、図-1(a))とせん断(経路BD)の二つの載荷過程からなるのに対し、I-1~I-4は等方圧密(経路AB)、等方応力載荷・除荷(経路BCB)、およびせん断(経路BD)の三つの過程から構成される。等方圧密過程の圧密応力は400kPaであり、40kPaの初期等方応力状態から載荷速度 $\dot{p}=dp/dt=1.0\text{kPa/min}$ で載荷を行い、3t法によって圧密を打ち切った。等方応力載荷・除荷過程の最大載荷応力(p)は500~800kPaであり、排水条件の下で載・除荷を行っている。載・除荷速度($\dot{p}$)は $\pm 0.087\text{kPa/min}$ であり、除荷終了点の p' は等方圧密過程終了点の p' と同じ400kPaである。せん断過程の p' は400kPaで実験にかかわらず常に一定で、排水条件の下でせん断を行っており、せん断応力載荷速度($\dot{q}=dq/dt$)は 0.087kPa/min である。供試体には200kPaの背圧を加えており、予備実験の結果によれば等方応力載荷・除荷過程とせん断過程で発生した過剰間隙水圧の最大値は1kPa未満であった。

2) A試験 この試験は中空ねじり試験機を使用して行った。供試体寸法は高さ120mm、外半径50mm、内半径30mmである。表-1(b)の実験A-0は等方圧密とせん断の二つの載荷過程からなるのに対し、実験A-1~A-7は等方圧密、異方応力載荷・除荷、およびせん断の三つの過程から構成される。等方圧密過程の圧密応力は300kPaであり、40kPaの初期等方応力状態から $\dot{p}=1.0\text{kPa/min}$ で載荷を行い、3t法によって圧密を打ち切った。異方応力載荷・除荷過程において載荷する最大せん断応力

表-1 実験一覧

(a) I 試験					(b) A 試験						(c) C 試験			
Test No.	初期 間隙比	圧密応力 (点 B, 図-1(a)) (p' , kPa)	等方載荷 応力 (点 C, 図-1(a)) (p' , kPa)	過圧密比	Test No.	初期 間隙比	圧密 応力 (p' , kPa)	異方応力 載荷・除荷過程 (q (kPa), α_p (deg))	せん断 過程 (α_s (deg))	$\psi = \alpha_s - \alpha_p$ (deg)	Test No.	初期 間隙比	圧密 応力 (点 B, 図-1(b)) (p' , kPa)	複合応力載荷過程 の最大応力 (点 C, 図-1(b)) p' (kPa) q (kPa)
I-0	1.31	400	-----	1.00	A-0	1.32	300	-----	-----	-----	C-0	1.28	300	-----
I-1	1.31		500	1.25	A-1	1.30		45.0	45.0	0.0	C-1	1.30		350
I-2	1.31		600	1.50	A-2	1.32		33.8		11.2	C-2	1.31		350
I-3	1.28		700	1.75	A-3	1.32		22.5		22.5	C-3	1.29		400
I-4	1.31		800	2.00	A-4	1.29		11.3		33.7	C-4	1.34		400
					A-5	1.33		0.0		45.0				
					A-6	1.31		-22.5		67.5				
					A-7	1.31		-45.0		90.0				



(a) I 試験

(b) C 試験

図-2 状態境界面とI試験の 状態経路

($q = \sigma'_1 - \sigma'_3$)は実験にかかわらず 200kPa であり、各実験の α は各実験ごとに異なっている。排水条件の下で載・除荷を行っており、載・除荷速度($d(\sigma'_1/\sigma'_3)/dt$)は $\pm 0.00075/\text{min}$ である。また除荷終了点の q は等方圧密過程終了点と同じ 0kPa である。せん断過程の α は実験にかかわらず 45° で常に一定で、排水条件の下でせん断を行っており、せん断応力の載荷速度($d(\sigma'_1/\sigma'_3)/dt$)は $0.00075/\text{min}$ である。異方応力載荷・除荷過程とせん断過程の p' および σ'_2 の値はともに 300kPa で実験にかかわらず常に一定であり、供試体には 200kPa の背圧を加えている。また予備実験の結果によれば異方応力載荷・除荷過程とせん断過程で発生する過剰間隙水圧の最大値は 2kPa 未満であった。

3) C試験 この試験は三軸試験機を使用して行った。表-1(c)の実験C-0は等方圧密(経路AB, 図-1(b))とせん断(経路BD)の二つの載荷過程からなるのに対し、実験C-1～C-4は等方圧密(経路AB), p' と q が同時に変化する有効応力経路に沿って載荷履歴を与える複合応力載荷・除荷(経路BCB), およびせん断(経路BD)の三つの過程から構成される。

等方圧密過程の圧密応力は 300kPa であり、 40kPa の初期等方応力状態から $\dot{p} = 1.0\text{kPa}/\text{min}$ で載荷を行い、3t法によって圧密を打ち切った。複合応力載荷・除荷過程の有効応力経路と最大載荷応力(p および q)は表-1(b)・図-1(b)にまとめた通りであり、排水条件の下で載・除荷を行っ

ている。載・除荷速度($\sqrt{\dot{p}^2 + \dot{q}^2}$)は $\pm 0.087\text{kPa}/\text{min}$ であり、除荷終了点の p' は等方圧密過程終了点と同じ 300kPa である。せん断過程の p' は 300kPa で実験にかかわらず常に一定で、排水条件の下でせん断を行っており、 $\dot{q} = 0.087\text{kPa}/\text{min}$ でせん断応力を載荷した。また供試体には 200kPa の背圧を加えている。

3. 状態境界面の概念と等方圧縮履歴を受けた粘土の間隙比の変化

図-2は p' - q - e 空間内におけるI試験の状態経路を模式的に示したものである。点 I_0 は等方圧密過程終了点(B点, 図-1(a))、点 I_p は等方応力載荷過程終了点(C点)、点 I_b は除荷過程終了点(B点)に対応する状態点である。平面Pは $p' = 400\text{kPa}$ の平面であり、 p' が 400kPa に固定されているI試験のせん断過程(経路BD)の状態点はこの平面上のみを移動できることになる。ここで状態境界面の概念によって粘土の間隙比の変化が説明できると仮定すれば、実験I-0のせん断過程の状態点は状態境界面と平面Pの交線(曲線 I_0YF , 図-2)上を進むことになる。また実験I-1～I-4のせん断過程の状態経路は実験I-0の状態経路に必ず到達することになり(経路 I_0Y)、これらの状態経路が実験I-0の状態経路に到達した点(点Y)が降伏点であり、降伏後の状態経路は実験I-0の状態経路上を進むことになる(経路YF)。図-3はI試験のせん断過程における実際の q - e 関係を示したものであり、図-3の q - e 面は図-2のP面に相当

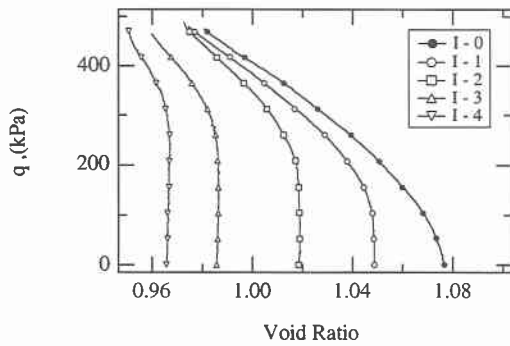


図-3 I試験のせん断過程における間隙比の変化

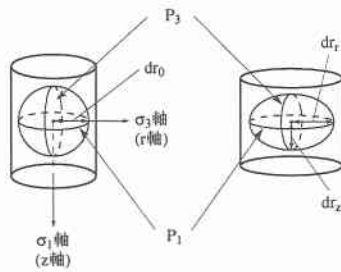


図-5 三軸供試体と面積ひずみ

する。図-3において実験I-1～I-4の状態経路が実験I-0の状態経路に到達することはなく、したがって降伏後の実験I-1～I-4の状態経路が実験I-0の状態経路上を進む挙動も認められない。

4. 面積ひずみと載荷履歴を受けた粘土の降伏挙動

(1) 面積ひずみ

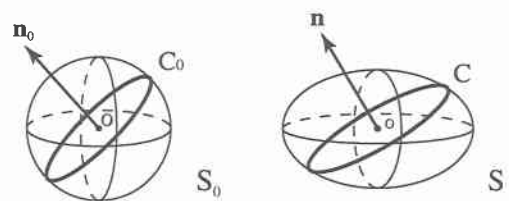
図-4はひずみ楕円体を利用して面積ひずみの概念とその特性を説明したものである。変形前の物体内に図-4に示す微小球 S_0 を設定したとすれば、変形によって微小球 S_0 は楕円体 S に変換され、 S_0 の中心 O を通る切断円 C_0 は S の中心 O を通る楕円 C に変換される。ここで面 C_0 あるいは面 C の面積ひずみを次のように定義する。

$$\omega = \frac{da_0 - da}{da_0} \quad (1)$$

ω は面 C_0 あるいは面 C の面積ひずみであり、 da は面 C の面積、 da_0 は面 C_0 の面積である。面積ひずみは、 S_0 から S への変換を定めるひずみテンソルの他に、図-4の法線ベクトル $\mathbf{n}_0$ あるいは $\mathbf{n}$ によって示される面 C_0 あるいは C の方向にも依存することは明らかであり、ひずみ誘導異方性を示すことになる。

図-5は変形前・後の三軸供試体を示した模式図である。変形が微小であり、図-5の z - r 座標系を利用してひずみを測定したとすれば、体積ひずみ(v)は

$$v = \frac{\pi dr_0^3 - \pi dr_z^2 dr_r}{\pi dr_0^3} \approx 1 - (1 - \varepsilon_z)(1 - \varepsilon_r)^2 \approx \varepsilon_z + 2\varepsilon_r \quad (2)$$



変形前

変形後

図-4 ひずみ楕円体と面積ひずみ

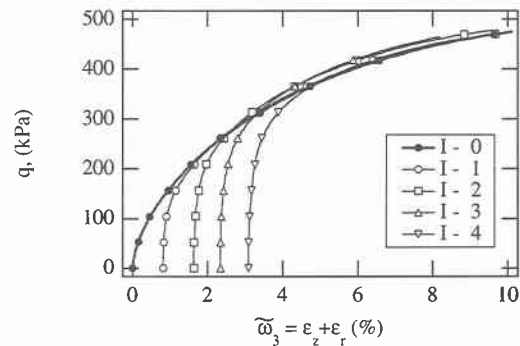


図-6 I試験のせん断過程における面積ひずみ($\tilde{\omega}_3$)挙動

によって求められる。 dr_0 は変形前の三軸供試体の内部に設定された微小球の半径であり、 dr_z は変形後の微小球の z 軸方向の半径、 dr_r は r 軸方向の半径であり、 ε_z および ε_r はそれぞれ z 軸方向および r 軸方向の直ひずみである。一方、 σ_1 '軸を法線とする面(P_1 , 図-5)の面積ひずみ($\tilde{\omega}_1$)は

$$\tilde{\omega}_1 \equiv \tilde{\varepsilon}_{22} + \tilde{\varepsilon}_{33} = 2\varepsilon_r \quad (3)$$

によって求められ、 σ_3 '軸を法線とする面(P_3)の面積ひずみ($\tilde{\omega}_3$)は

$$\tilde{\omega}_3 \equiv \tilde{\varepsilon}_{11} + \tilde{\varepsilon}_{22} = \varepsilon_z + \varepsilon_r \quad (4)$$

によって求められる。 $\tilde{\varepsilon}_{11}$ 、 $\tilde{\varepsilon}_{22}$ および $\tilde{\varepsilon}_{33}$ はそれぞれ σ_1' 、 σ_2' 、 σ_3' 軸方向の直ひずみであり、三軸圧縮試験では $\tilde{\varepsilon}_{11}$ と ε_z が一致し、また $\tilde{\varepsilon}_{22}$ および $\tilde{\varepsilon}_{33}$ と ε_r が一致する。

(2) 等方圧縮履歴を受けた粘土の面積ひずみ挙動

図-6はI試験のせん断過程の q - $\tilde{\omega}_3$ 関係を示したものである。横軸 $\tilde{\omega}_3$ の無ひずみ($\tilde{\omega}_3=0\%$)点は等方圧密過程終了点(点B, 図-1(a))であり、実験I-1～I-4の初期ひずみは等方応力載荷・除荷過程で生じた非可逆ひずみに相当する。図-6において実験I-1～I-4の各々の経路は実験I-0の経路に到達しており、また到達後の経路と実験I-0の経路はほぼ一致している。

(3) 異方応力載荷履歴を受けた粘土の面積ひずみ挙動

図-7はA試験のせん断過程の q - $\tilde{\omega}_3$ 関係を示したものである。A試験では異方応力載荷・除荷過程とせん断過程の σ_1' 軸方向(α)が異なるが、図-7横軸の $\tilde{\omega}_3$ はせん断過程の σ_3' 軸を法線とする面の面積ひずみであり、その無

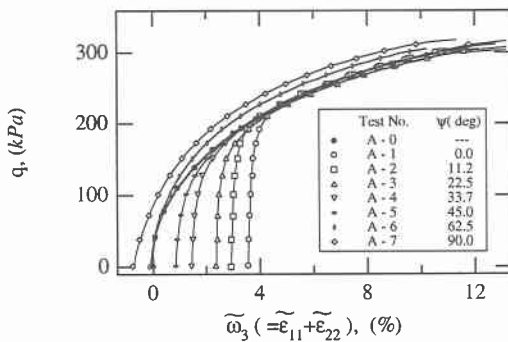


図-7 A試験のせん断過程における面積ひずみ($\tilde{\omega}_3$)挙動

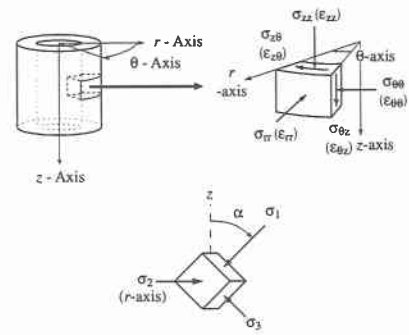


図-8 中空ねじり試験の応力とひずみ

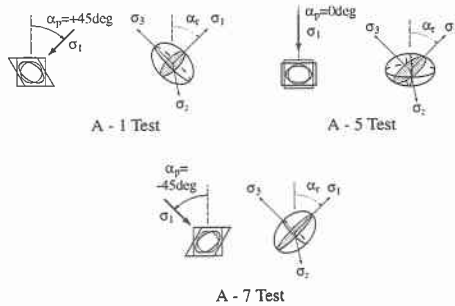


図-9 A試験のせん断過程開始点のひずみ楕円体と面積ひずみ($\tilde{\omega}_3$)

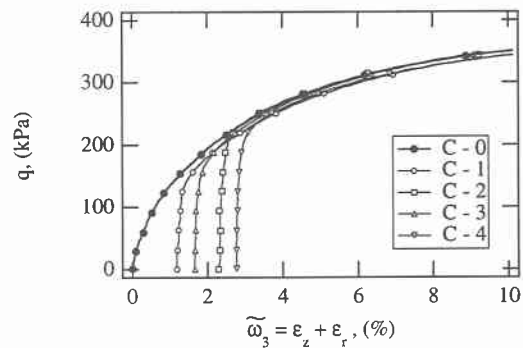


図-10 C試験のせん断過程における面積ひずみ($\tilde{\omega}_3$)挙動

ひずみ点は等方圧密過程終了点である。中空ねじり試験の応力とひずみは図-8に示す円柱座標系 $z-r-\theta$ により測定されるが、2階のテンソルの座標変換公式である

$$\begin{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{11} & \tilde{\epsilon}_{13} \\ \tilde{\epsilon}_{31} & \tilde{\epsilon}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_r & \sin \alpha_r \\ -\sin \alpha_r & \cos \alpha_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{rr} & \epsilon_{r\theta} \\ \epsilon_{\theta r} & \epsilon_{\theta\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_r & -\sin \alpha_r \\ \sin \alpha_r & \cos \alpha_r \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\epsilon}_{22} = \epsilon_2 = \epsilon_{rr}$$

(5)

によってせん断過程の三主応力軸を座標軸としてひずみを測定した場合のひずみ成分($\tilde{\epsilon}_{ij}$, $i, j=1, 2, 3$)を得ることが可能であり、式-5から得られた $\tilde{\epsilon}_{11}$ と $\tilde{\epsilon}_{22}$ を式-4に代入することによって、せん断過程の σ_3 軸を法線とする面の面積ひずみである $\tilde{\omega}_3$ の値が得られる。

図-9はせん断過程開始点における各々の試験の供試体の変形状態とひずみ楕円体を示した模式図である。表-1(b)に示したとおり、異方応力・除荷過程の α の値は実験ごとに異なるのに対し、せん断過程の α の値は実験に関わらず同一である。したがって、せん断過程開始点のひずみ楕円体は α_r の値に応じて異なった方向を向くのに対し、せん断過程の σ_3 軸の向きは実験にかかわらず同一であり、せん断過程開始点の $\tilde{\omega}_3$ の値は異方応力・除荷過程とせん断過程の間の主軸回転角(ψ)に依存することになる。

図-7において異方応力履歴を受けた粘土の $q-\tilde{\omega}_3$ 経路は実験A-0の状態経路に到達しており、到達後の経路と実験A-0の経路はほぼ一致している。

(4) 複合载荷履歴を受けた粘土の面積ひずみ挙動

図-10は p' と q が複合するような载荷履歴を与えたC試験のせん断過程における $q-\tilde{\omega}_3$ 関係を示したものであり、横軸 $\tilde{\omega}_3$ の無ひずみ点は等方圧密過程終了点である。複合载荷履歴を与えた実験C-1～C-4の経路は実験C-0の経路に到達し、到達後の経路と実験C-0の経路はほぼ一致する。

5. 結論

再構成飽和粘土を試料とした一連の三軸圧縮試験と中空ねじり試験を行い、等方応力履歴、異方応力履歴、および等方応力と異方応力の複合した载荷履歴を受けた粘土の降伏挙動について検討を行った。その結果、 $e-p'-q$ 空間内に定義された状態境界面によって粘土の降伏挙動を解釈することはできないのに対し、 σ_3 軸を法線とする面の面積ひずみ($\tilde{\omega}_3$)と p' および q を座標軸とする空間内に定義された状態境界面によって、等方応力履歴を受けた粘土の降伏挙動と異方応力履歴を受けた粘土の異方降伏挙動を統一的に解釈できることが明らかになった。

参考文献

- 1) Roscoe, K. H., Schofield, M. A. & Wroth, C. P.: On the yielding of soils., Géotechnique, Vol.8, No.1, pp.22-53, 1958.