

Ensemble Stress for Dilute Particles (ESDP)の開発

The transport of suspension phase in the fluid

北海道大学工学研究科 ○学生員 奥村 悠樹 (Yuhki Okumura)
 北海道大学工学研究科 正 員 渡部 靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

海域環境の変化を評価、推測するにあたり、浮遊砂や海底砂の輸送機構を解明することは最も重要な問題のひとつである。この問題に関してはこれまでにあらゆる実験的、観測的考察が加えられ、漂砂や底質輸送に関する幾つかの実用的なモデルが構築されてきた。また近年では、これらのモデルを利用した数値解析や、二流体モデル、有限要素法、個別要素法などの手法を用いたシミュレーションが盛んに行われており、流体中の漂砂の特性などが明らかにされつつある¹⁾。中でも特に、個別要素法をベースとした二相流モデルによるシミュレーション²⁾³⁾などが海岸工学の分野でも多く行われており、その成果が挙げられている。しかしながら、個別要素法自体が個々の構成粒子をラグランジュ的に解いていくため、計算負荷の規制上、少粒子に対するシミュレーションとなってしまうため、多粒子が関与した実際の海底砂の輸送機構をシミュレートするには、将来的にもきわめて困難な課題を抱えているといえる。また、比較的低濃度な混相流においては、流体の運動方程式が支配的となり、流体の乱流表現が主要な問題となってくる。一般的な解法として、オイラー形の流体のナビエーストックス運動方程式と、ラグランジュ形の粒子の運動方程式を同時に解く方法(two-way Coupling)が用いられているが、こちらでも計算負荷の規制上、計算格子スケールがKolmogorovのミクロスケールよりはるかに大きくなってしまいうという問題が生じる。そこで、この手法にLarge Eddy Simulationを結びつけ、格子スケールより小さな乱れを考慮した解析が成されている⁴⁾⁵⁾。しかし、いずれの研究においても手法がtwo-way Couplingでありながら、計算上では個々の粒子の運動方程式を個別に解き、粒子の存在が流体に及ぼす影響を、ナビエーストックス式の右辺に粒子と流体の相互干渉項として追加している程度に留まっている。これらの手法では、粒子数に制限がかかり多粒子への拡張が困難と考えられだけでなく、流体と粒子の力学的相互作用が的確に表現できていないと考えられる。

そこで本研究においては、新たなシミュレーション方法として、ナビエーストックス方程式自体にフィルタリングを行い、粒子が存在することによる流体への力学的寄与を考慮した基礎方程式を導き、また、粒子の運動方程式においては、粒子の層を各計算メッシュに均一に分布する要素として考え、この要素をオイラー的に計算していくことを可能としたEnsemble Stress for Dilute particle (以下,ESDP)を開発し、初

期段階として、水槽内での粒子群の沈降の様子をシミュレートし、結果の検証をおこなった。

2. 数値計算法

水の密度(ρ_w)水深(h)、水深 h より求めた長波の波速(C)を用いて、全ての変数が無次元化されたNavier-Stokes式は以下のように表せる。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu_0 \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \dots \dots \dots (1)$$

$\mathbf{u}$ はオイラー系表示の無次元流速ベクトル、 p は無次元圧力、 ν_0 は無次元動粘性係数、 $\mathbf{g}$ は外力である。

ESDPでは、以下のフィルター操作により、流体内粒子と格子スケール以下の流体運動を評価する。

$$\overline{f(\mathbf{x}, t)} = \int_{\infty} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') H(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_f, t) f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' \dots (2)$$

このフィルター操作により粒子と流体の力学的相互作用が表現可能となる。ここで $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ はガウジアンフィルターを想定し、 $H(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_f, t)$ は粒子識別フィルター($\mathbf{x}' = \mathbf{x}_f$ のとき流体内を示す)を想定し計算をおこなった⁴⁾⁶⁾。

今、solid粒子が十分に小さく、粒子の存在するコントロールボリューム内での粒子の体積率も十分に小さいと仮定する。この仮定により $H(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_f, t)$ の変動成分である $\tilde{h}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_f, t)$ に関する体積積分項は十分に小さくなり、空間平均成分 $\overline{H}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_f, t) \cong 1$ に関する項の積分値と比べて無視することができる。しかしながら、粒子の体積率が小さくとも、粒子数、あるいは粒子占有体積の空間勾配が大きくなるようなとき(海底面近傍の浮遊砂を扱う場合など)は変動成分に関する項が十分な値を持つと考えられるので注意が必要となる。

粒子がコントロールボリューム内において十分均等に分布し、その勾配が小さい場合を仮定する。この仮定と(2)式によるフィルター操作から、(1)式は、(3)式のように近似される(X方向成分のみ表記)。(3)式において、左辺5~7項は乱流のSGS Stress項であり、渡部ら(1998)⁶⁾と同様、繰り込み群理論による非線形SGSモデルによる3次元LESを適用することが可能

である。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{uu}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{uv}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{uw}}{\partial z} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\tau}_{13}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \int G(x, x') \delta(x, x') p_x dx^2 \\ & \quad - \int G(x, x') \delta(x, x') (\tau_{11} + \tau_{12} + \tau_{13}) \cdots \cdots (3) \end{aligned}$$

また、右辺 2～4 項は流体の粘性応力項である。右辺 5 項目は粒子周りの圧力差に関する項であり、多粒子存在時にはコントロールボリューム内の流体外領域の占有による流体の仮想的な密度低下の寄与を表し、鉛直方向には一般的に浮力と考えられる。X 方向および Y 方向には、小粒子の場合この項は十分に無視可能であり、Z 方向についても、浮力が粒子径 d の 3 乗に比例することから考えると、この仮定の下では値が非常に小さくなり無視しても問題ない。右辺最終項は、粒子界面に働くせん断力項の面積積分を表している。この項はストークスの抵抗則で知られる、

$$F_d = 3\pi\mu d (\bar{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}}_p) \cdots \cdots (4)$$

により表現することができる。ここで、 $\bar{\mathbf{u}}$ は粒子から十分離れた位置での流速、 $\tilde{\mathbf{u}}_p$ は粒子速度を表す。これらより、(3)式に条件をくわえることで、状況に即した流体運動方程式を導くことができる。

続いて粒子の運動方程式について、あるコントロールボリュームを考えると、連続式は、

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p \tilde{u}_p}{\partial x} + \frac{\partial \rho_p \tilde{v}_p}{\partial y} + \frac{\partial \rho_p \tilde{w}_p}{\partial z} = 0 \cdots \cdots (5)$$

コントロールボリューム内に N 個の粒子が均一に存在すると考えると、

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N \tilde{u}_p}{\partial x} + \frac{\partial N \tilde{v}_p}{\partial y} + \frac{\partial N \tilde{w}_p}{\partial z} = 0 \cdots \cdots (6)$$

ここで $\tilde{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i$ は f のアンサンブル平均を表す、

運動方程式は、(X 方向成分のみ表記)

$$\frac{du_p}{dt} + au_p = au_f + b \frac{du_f}{dt} \quad (a, b \text{ は定数}) \cdots \cdots (7)$$

左辺第 1 項をアンサンブル平均し、上式を 2 相流モデル的に展開をしていくと、X 方向成分の粒子の運動方程式は、粒子が一様にコントロールボリューム内に分布しているという仮定のもと、(9)式ようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{D\tilde{u}_p}{Dt} + a\tilde{u}_p + \frac{1}{N} \left(\frac{\partial N\tilde{u}_p'^2}{\partial x} + \frac{\partial N\tilde{u}_p'\tilde{v}_p'}{\partial y} + \frac{\partial N\tilde{u}_p'\tilde{w}_p'}{\partial z} \right) = a\tilde{u}_f + b \frac{d\tilde{u}_f}{dt} \\ & \cdots \cdots \cdots (8) \end{aligned}$$

(8)式 3～5 項の応力項は、混合理論をベースに粒子近傍の乱れを考慮し、以下の様な拡散モデルを適用する。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_p'^2 &= -\varepsilon_p \frac{\partial \tilde{u}_p}{\partial x} \\ \tilde{u}_p' \tilde{v}_p' &= -\varepsilon_p \frac{\partial \tilde{u}_p}{\partial y} \cdots \cdots \cdots (9) \\ \tilde{u}_p' \tilde{w}_p' &= -\varepsilon_p \frac{\partial \tilde{u}_p}{\partial z} \end{aligned}$$

ここで ε_p は拡散係数を表す。

これより、粒子の運動方程式は以下に表せる。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = a(\tilde{\mathbf{u}}_f - \tilde{\mathbf{u}}_p) + b \frac{d\mathbf{u}_f}{dt} + \frac{1}{N} \nabla(N\varepsilon_p \nabla \tilde{\mathbf{u}}_p) \cdots (10)$$

本手法においては、(3)、(10)式を支配方程式として計算を行う。実際の計算では、粒子の移動は流体運動から受ける影響が強いと見なし、流速場計算後、粒子速度、粒子数を計算する。粒子の運動方程式には、流体計算と同様に離散し、分離解法を適用して計算を行った。また、計算の高速化を考え、圧力のポアソン方程式の収束計算を Multi-grid 法によって行った。

3. シミュレーション結果と検証

3. 1 計算条件

計算は、図-1 に示すような立方体型の水槽を想定して行った。初期状態として、水槽上端に静水面をとり、計算領域上部領域の幾つかのコントロールボリュームに、微粒子を均一に含ませた静止状態を設定し、それらの微粒子層が沈降していく様子をシミュレートした。計算に用いた諸条件については、表-1 にまとめた。水槽の境界条件は、底面、壁面とも No-Slip 条件を採用した。

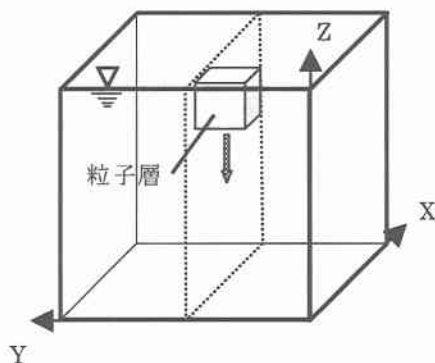


図-1 計算領域及び座標系

表-1 計算条件

d / h	Re	dt	dx, dy, dz
2.5×10^{-4}	7.92×10^{-5}	1.0×10^{-3}	5.0×10^{-3}

3. 2 計算結果

本計算手法によるシミュレーション結果を図-2、図-3、図-4に示す。これらの図は、図-1における破線部分の断面の流速分布を表した図である。図-2は各コントロールボリューム断面内における、粒子の鉛直流速分布を表す。また、図-3は図-2と同時刻における流体の鉛直流速成分を表す。そして、図-4は同じく別の図と同時刻における流体の水平方向流速分布をあらわす。

図-2、3の比較から、粒子の通過後少し遅れて流体の鉛直方向流速の発達していることが確認できる。このことは、実流体においても想像できる現象といえる。そして、図-4より、値は非常に小さいが、粒子の通過によって流体の水平流速が、左右対称に発達してい

くことが確認できる。これは、粒子の通過に伴い流体が多少左右に押し流されたためと考えられる。また、ここには記載していないが、断面奥行き方向流速 v に関しては、値を出力するための断面領域を、ちょうど y 軸の中心としたためか、ほとんど値をもたなかった。これらのことより、本手法による、粒子-流体運動のシミュレート信頼性が確認できる。

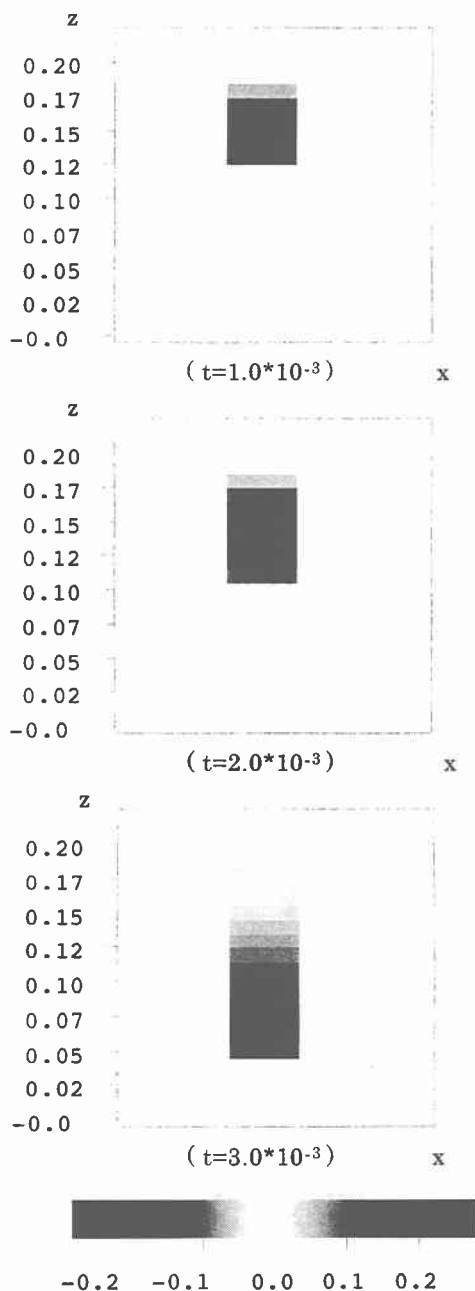


図-2 粒子の鉛直速度分布

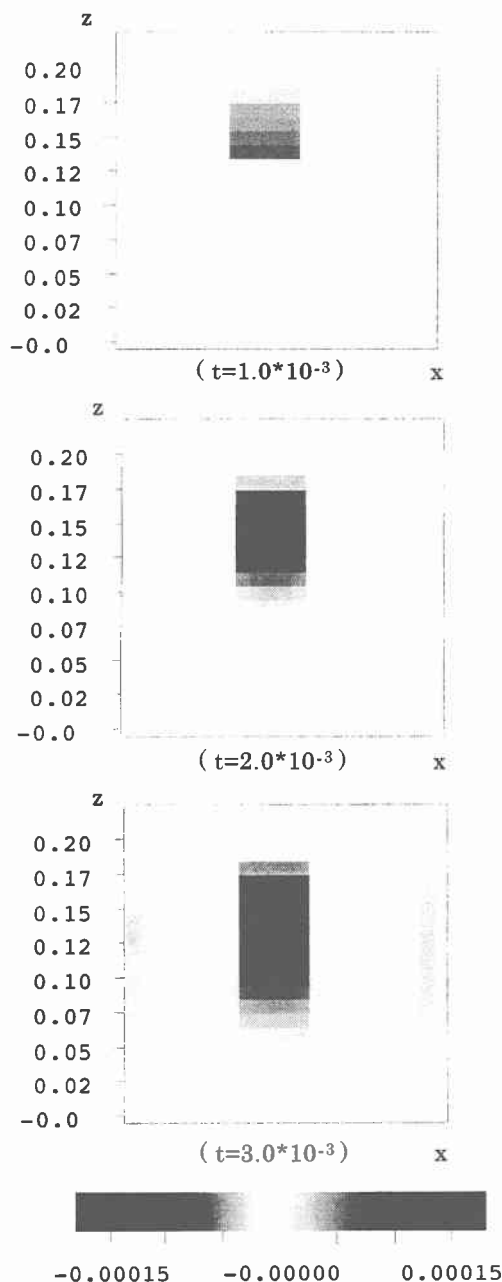


図-3 流体の鉛直速流速分布

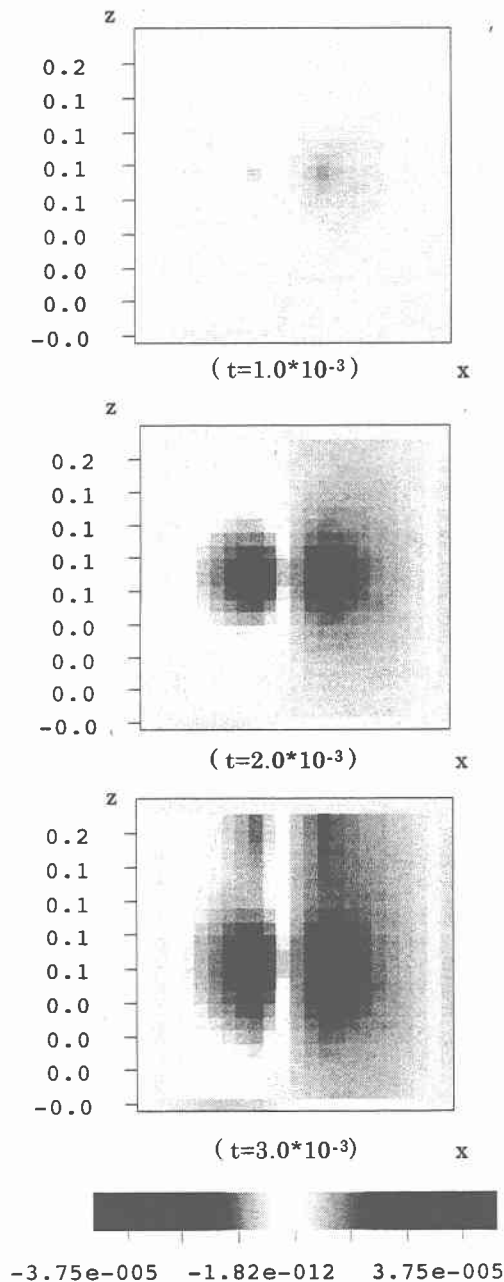


図-4 流体の水平流速分布

3. 2 検証

計算結果の検証を行うために、本手法で求めた、あるコントロールボリューム内の粒子のオイラー鉛直流速を、ストークスの抵抗則に基づいた、流体内の単一粒子流下速度の式(11)から求まる流速と比較した。その結果が図-5 である。粒子がコントロールボリューム内を通過し、粒子降下速度が安定した値をシミュレーションより求まる鉛直流速とすると、本手法により求めた値は、式(11)より求まる値とほとんど同じ値をとる。このことから、本手法により求まる粒子群の流速の妥当性が確認できたといえる。

$$w_0 = (\rho_p - 1)gd^2 / 18\nu \quad \dots \dots \dots (11)$$

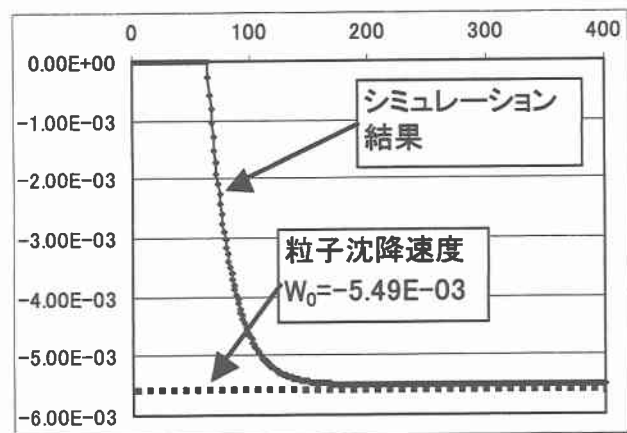


図-5 粒子流下速度の比較

4. 結論

個層を考慮したナビエーストークス方程式自体にフィルタリングを行い、粒子が存在することによる流体への力学的寄与を考慮した基礎方程式を導き、新たなシミュレーション方法(ESDP)を提案し、それを用いた初歩的な解析をおこない、求まった結果の妥当性を検証した。

今後は、このモデルを用いて、複雑な流れ場における粒子軌道のシミュレートをおこない、その特性を解明していきたい。また、本手法をもとに、多粒子にも対応しうる基礎方程式の構築も視野に入れた研究を進めていきたい。

参考文献

- 1) Md.Azharul, 浅野敏之：1周期内で部分的に波の作用を受ける浪打帯の漂砂の特性, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.491-495、2001.
- 2) 後藤仁志, 林稔, 酒井哲郎：個液二相流 MPS 法による波・底泥相互干渉の数値解析, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.491-495、2001.
- 3) 牛島省, 棚津家久：流体-粒子間相互作用を考慮した振動流中の不均一粒子群の3次元並列計算, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.491-495、2001.
- 4) Marc Boivin, Olivier Simonin, Kyle D.Squires : On the prediction of gas-solid flows with two-way coupling using large eddy simulation, Physic of fluids, Vol,12, pp.2080-2090、2000.
- 5) Qunzhen Wang, Kyle D.Squires, Olivier Simonin : Large eddy simulation of turbulent gas-solid flows in a vertical channel and evaluation of second-order models : Int. J. HEAT AND FLUID FLOW, Vol,19, pp.505-511、1998.
- 6) 渡部靖憲：砕波の3次元 Large Eddy Simulation, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.491-495、2001.