

2重フーリエ解析による複列砂州の形成に関する数値計算の考察

A study on numerical computation of braided bars by double Fourier analysis

北海道大学土木工学科

○学生員 青木輝之(teruyuki aoki)

北海道大学工学部大学院助教授

正員 清水康行(yasuyuki shimizu)

北海道大学大学院工学研究科

学生員 倉林弘志(hiroshi kurabayashi)

1. はじめに

複列砂州のように複雑な河床形状の特性を分析する場合、その河床形状のモードを調べることが重要である。

砂州のモードとは、ある河床形状に対して任意の長さを見たとき横断方向に向かっていくつの高低の波ができているのか、ということである。高低の波が1つだとモード1、2つだとモード2といえる。

単列砂州のように単純な形状の場合、そのモードは見た目だけで凡そ判断できるが、複列砂州の場合、モードを見た目だけで判断すると恣意性が介入してしまい、一般性が失われることが懸念される。この意味においても、2重フーリエ解析によるモードの判定はより一般性を有するものであると言える。

また、数値計算結果と実験結果を比較する場合も、お互いのモード特性を比較することにより、数値計算結果の妥当性や欠点をより合理的に議論することが可能である。

本研究の目的は既往の実験と同じ条件で河床変動の数値計算を実施し、計算結果得られる河床形状に対して2重フーリエ解析を行い、実験結果と比較することにより、数値計算結果の特性を検討しようとするものである。

2. 解析方法

2重フーリエ変換を行うことで、河床形状をいろいろな波数の波の線形和として近似できる。この時の各波数の振幅成分を調べることで、どのような波数の波が卓越しているかが明らかになる。

藤田ら¹⁾による実験の中で網状化したケース、Run c-3とRun c-8の2つについて同じ条件で数値計算を実施し、時間を追って得られる河床形状の計算結果に対して2重フーリエ解析を実施し、複列砂州の形成過程も含めてその特性を解析する。なお、数値計算手法はKurabayashiら²⁾による。

解析する河床の形の流下方向(s)の1波長の長さを L 、横断方向(n)に関しては図-1に示すように流路の半分でデータを両側に折り返し、そのときの長さを基本波長 Y とする。

平均水深を H 、河床面の平均河床面との差を η （下向きを正）とすると、 η を H でわった無次元河床高 η は次式

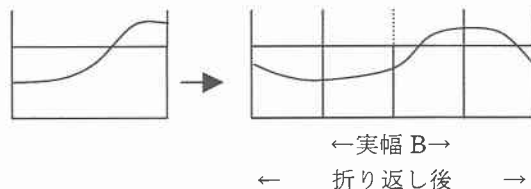


図-1 横断河床形状と折り返し考慮後の形状

であらわされる。

$$\eta = \frac{1}{2} \sum_j \left\{ a_{0j} \cos\left(\frac{2j\pi}{L}s\right) + b_{0j} \sin\left(\frac{2j\pi}{L}s\right) \right\} + \frac{1}{2} \sum_i \left\{ a_{i0} \cos\left(\frac{2i\pi}{Y}n\right) + c_{i0} \sin\left(\frac{2i\pi}{Y}n\right) \right\} + \sum_{ij} \left\{ a_{ij} \cos\left(\frac{2i\pi}{Y}n\right) \cos\left(\frac{2j\pi}{L}s\right) + b_{ij} \cos\left(\frac{2i\pi}{Y}n\right) \sin\left(\frac{2j\pi}{L}s\right) + c_{ij} \sin\left(\frac{2i\pi}{Y}n\right) \cos\left(\frac{2j\pi}{L}s\right) + d_{ij} \sin\left(\frac{2i\pi}{Y}n\right) \sin\left(\frac{2j\pi}{L}s\right) \right\}$$

ただし、 i は横断方向の計算点、 j は流下方向の計算点、 a, b, c, d は係数である。また、上式中の係数 a, b, c, d から、

$$\alpha(i, j) = \begin{cases} \sqrt{a_{ij}^2 + b_{ij}^2} & \text{ただし } i \text{ は偶数} \\ \sqrt{c_{ij}^2 + d_{ij}^2} & \text{ただし } j \text{ は奇数} \end{cases}$$

により振幅成分 α が求まる。

3. 解析結果

藤田ら¹⁾の実験結果によれば、「Run c-3では、通水開始から20分までにモード6～7の規則的なうろこ状砂州が約40分後にモード3～4の砂州に変化した。途中モード2の形態が現れかけたが最終的には1本の蛇行主流路を大きな砂州上の浮州を分断する小流路ができて網状流路と判断された。また、Run c-8では通水

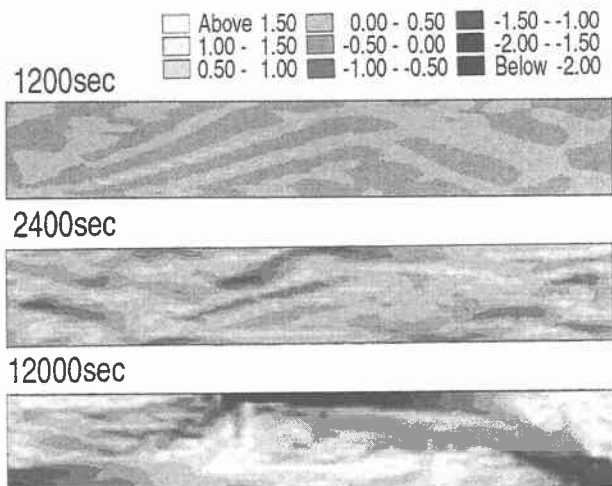


図-2 RUN c-3 の数値計算結果

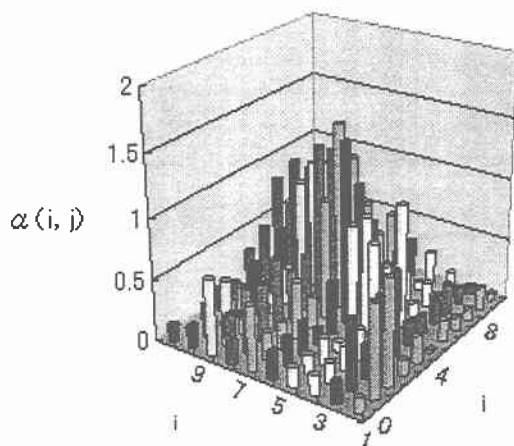


図-3 RUN c-3 20分後の波数成分の分布

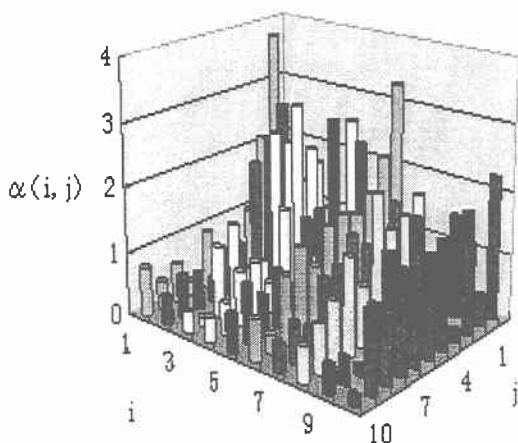


図-4 RUN c-3 40分後の波数成分の分布

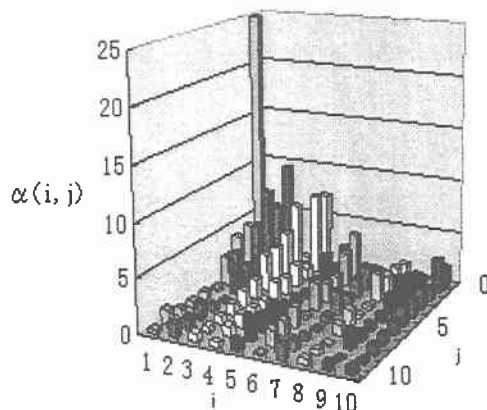


図-5 RUN c-3 200分後の波数成分の分布

開始5分までにモード8～9のうろこ状砂州が砂面全面を覆い、10分でモード5～7、25分でモード3、55分過ぎにはモード2の類似したものも現れて網状化した。」とある。

図-2はRUN c-3の実験条件と同じくして数値計算を実施し得られたある時間後の河床形状である。ただし単位はcmである。この河床形状に対して2重フーリエ解析を実施した結果、それぞれ次のような結果が得られた。

図-3から図-5は、RUN c-3の数値計算結果に対して経過時間ごとに二重フーリエ解析を行った結果の波数成分 $\alpha(i, j)$ である。

数値計算開始から20分後の分布特性をあらわしている図-3を見ると、流下方向に6～7波長、横断方向にも6波長くらいの波の成分が現れるが卓越しているというほどでもなく、むしろいろいろな成分の波が全体にわたり存在するという状況である。

RUN c-3、40分後の図-4を見ると砂州の基本波長の $\alpha(1,1)$ の波が一番大きく、それに続いて流下方向に3波長分、横断方向に2～3波長分の波の成分が大き

く現れた。モード2もしくはモード3と判断できるだろう。

図-5のようにRUN c-3の通水停止時間に近い時間の計算結果を解析したところ、 $\alpha(1,1)$ に相当する波が卓越している。そして横断方向に2波長分の成分が次に大きく現れ、その次に4波長分の成分の値が大きく現れた。流下方向には基本波長分の成分が多くモード2と判断できる。

計算開始から40分以降60分、100分、140分、180分後の結果をそれぞれ解析したところ大きい値の成分が高周波成分の波から徐々に低周波成分の波に移っていく様子が見られた。これは藤田ら¹⁾、Tubino³⁾によって言われているように、初期段階の高次モードの砂州から時間とともに低次モードに変化していく様子をよく表しているといえる。

次の図-6はRUN c-8の実験条件と同じくして数値計算を実施し得られたある時間後の河床形状である。ただし単位はcmである。

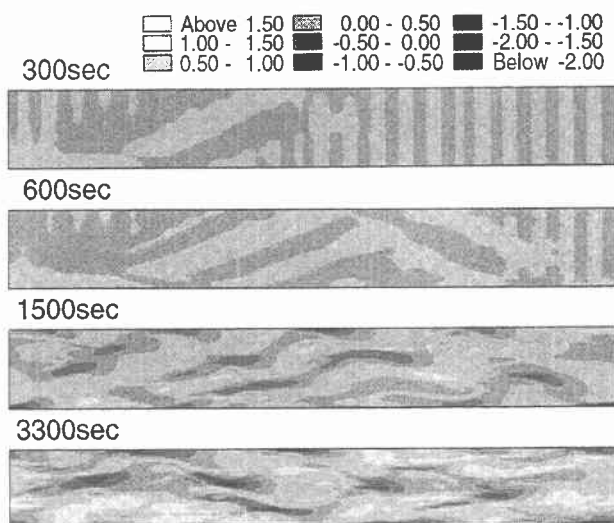


図-6 RUN c - 8の数値計算結果

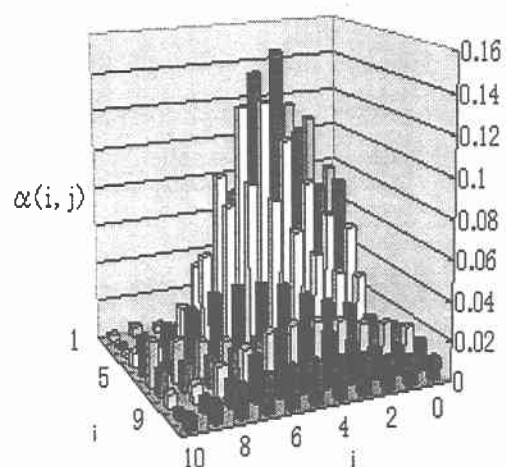


図-7 RUN c - 8 5分後の波数成分の分布

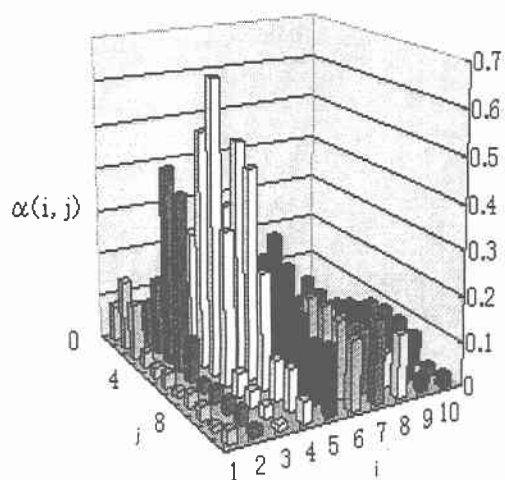


図-8 RUN c - 8 10分後の波数成分の分布

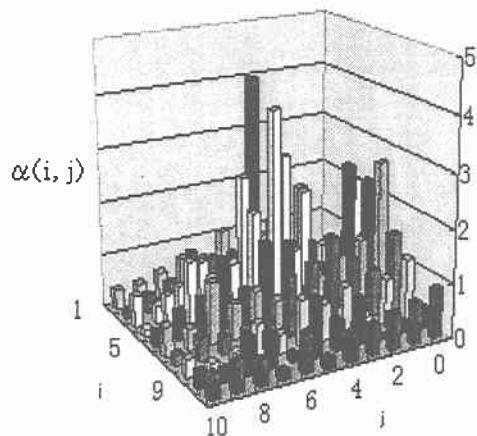


図-9 RUN c - 8 25分後の波数成分の分布

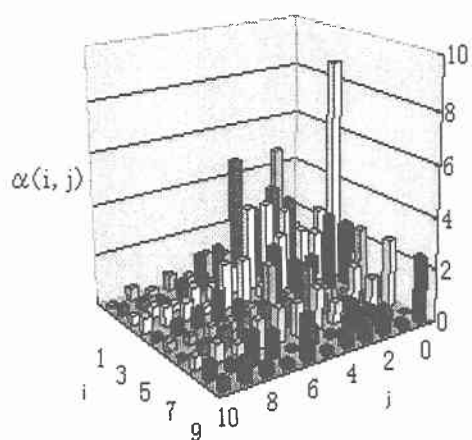


図-10 RUN c - 8 55分後の波数成分の分布

図-7から図-10はRUN c - 8の数値計算結果を前と同じく経過時間ごとに解析した結果である。

図-7によれば、実験では通水開始から5分でモード8～9のうろこ状砂州が砂面全体を覆うとあるが、数値計

算ではそのような形は見られず実験結果と合致していない。しかしながらこれ以降の図-8, 9, 10は実験結果とだいぶ近い結果が出ている。また、開始から55分後では $\alpha(4,0)$ の値が一番大きく、次に横断方向に2

～3波長の成分が多く現れており、最終的に網状化したこの実験結果に近い特性が計算されている。

4. おわりに

解析の結果、数値計算の多くのケースで藤田ら¹⁾によって言われているような波数の振幅成分が大きくなっていった。このことより数値計算結果が実験結果によく当てはまっていると言える。

長谷川⁴⁾の研究によれば交互砂州、単列砂州では、ある決まった波数の成分が卓越して他の値が小さくなるとされている。

しかしながら、複列砂州のような河床形状では、他に比べて大きい成分があるがその他の値もある程度存在しているのでモードの判定の際に難しい部分も残る。

本研究の解析方法によりモードの判定、卓越している波が客観的に判断でき実験結果の解析にも役立つ。

参考文献

- 1) 藤田祐一郎・赤松英樹・村本嘉雄：複列砂州と網状流路の形成過程に関する実験，京都大学防災研究所年報，第29号B-2，1986
- 2) H.Kurabayashi, Y.shimizu : Calculation and Visualization of Beal configuration in Braided Rivers, Proceedings of the 6th Asian Symposium on Visualisation, Pusan, Korea, pp.332-334, 2001.5.
- 3) Walter Bertoldi, Marco Tubino, and Zolezzi: LABORATORY MEASUREMENTS ON CHANNEL BIFURCATION : Proceedings of 2nd IAHR Symposium on River Coastal and Estuarine Morphodynamics, Obihiro, Japan, pp.723-732, 2001.9.
- 4) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究，北海道大学学位論文，1983