

非定常流下の直線水路における砂州計算について

Study on the numerical simulation of sand bars in the straight channel under unsteady flow

北海道開発土木研究所 ○正員 横山 洋 (Hiroshi Yokoyama)
正員 渡邊 康玄 (Yasuharu Watanabe)

1. 序論

実河川では水理量に応じて様々な形状、スケールの河床波が発生する。これら砂州等の河床波は、河川を蛇行させる主たる原因の1つであり、河道の変遷や河岸侵食にも大きな影響を及ぼす。砂州に関する研究は岸・黒木¹⁾をはじめとして現在までに様々なものが行われており、河床形態と河道の水理諸元の関係について多くの検討がなされてきた。しかし非定常流れの場合、河床形状は定常流とは異なる形状を示すことが実験により明らかにされている²⁾。その予測には定常流の場合と異なり、河床の変遷履歴も考慮しなくてはならない。

近年ダムからの計画的放流による人工洪水の検討など、平滑化された流況を改善しようとする動きが見られてきており、非定常流れの流況と河床形状の把握は重要性を増してきている。

本研究は非定常流れの河床変動計算において、様々な計算条件が流れに及ぼす影響を考察する。また、渡邊らの行った実験結果について再現計算を行い、計算モデルの適用性を検証するものである。

2. 基礎方程式と境界条件

流れの基礎式には、非定常項を含む2次元浅水方程式を用いた。移流項は1次精度風上差分で扱っている。

渦動粘性係数 ν_t は、以下の式(1)で表す。

$$\nu_t = \frac{\kappa}{6} U_* h \quad (1)$$

ここで κ :カルマン定数(=0.4), U_* :摩擦速度, h :水深である。

流砂量式は主流方向には芦田・道上の式、横断方向には長谷川の式を用いる。

$$q_s = 17\tau_*^{1.5} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \right) \sqrt{sgd^3} \quad (2)$$

$$q_n = -q_s \left(\frac{h}{r_s} N_* + \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \quad (3)$$

ここで τ_* :無次元掃流力, τ_{*c} :限界無次元掃流力, s :砂の水中比重(=1.65), d :砂の粒径, r_s :流線の曲率半径, h :水深, N_* :Engelundの定数(=7.0), μ_s , μ_k :砂の静止及び動摩擦係数($\mu_s \mu_k = 0.5$), η :河床高である。砂の粒径は実験の平均値($d=0.76\text{mm}$)を用いた。無次元掃流力は岩垣の式により算出している。また流線の曲率はShimizu and Itakura⁴⁾による以下の式で与えている。

$$\frac{1}{r_s} = \frac{1}{(\sqrt{u^2 + v^2})^3} \left[u \left(u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (4)$$

上下流端の境界条件として、周期境界条件と下流を自由端にした場合の2種類で計算を実施し、比較検証を行う。周期境界条件は定常流れで収束解を求める場合に用いる方法であり、本来非定常流れには適合しない方法である。しかしここでは、周期境界条件が河床形状に及ぼす影響を把握することを目的に計算を行っている。

本計算では初期水深による無次元水深のハイドログラフに従い、代表水深 h_m を次のように定める。

$$h_m = h_0 \times D_0 \quad (5)$$

ここで h_0 :初期水深, D_0 :初期水深 h_0 で無次元化した水深($D_0 = h/h_0$)。また代表流速 u_m は h_m 及び C_f を用いて式(6)で表す。

$$u_m = \frac{1}{n_m} h_m^{2/3} i^{1/2} \quad (6)$$

$$\text{但し } C_f = \frac{gn_m^2}{h_m^{1/3}} \quad (7)$$

代表流量 Q_m は水路幅を B として以下の式で表される。

$$Q_m = u_m h_m B \quad (8)$$

周期境界条件では、上流端及び下流端に代表流速と代表水深を与えている。また下流端が自由端の場合では上流端には代表流量、下流端には等流条件を与えている。

計算メッシュは、全てのケースで流下方向に0.1m、横断方向に0.03mになるように分割した。流れに微小擾乱を与えるため、全ケースとも初期条件として上流端に近い河岸付近の1メッシュに高さ1mmのマウンドを設定している。流砂量の境界条件は、全ケースともに上下流端で動的平衡条件を満たすようにしている。

3. 境界条件と計算結果の検証

検証計算は、渡邊らの実験水路幅及び河床材料に合わせて行った。なお実験は全長50m、幅は30cmの水路で行っており、河床材料平均粒径0.76mm、初期河床は平坦で勾配1/180である。

表-1 計算条件

	境界条件及び 初期条件	区間 長	ハイドロ 継続時間	Δt (sec)
Case1	周期境界条件	10m	2 時間	0.01
Case2	周期境界条件	10m	2 時間	0.02
Case3	周期境界条件	10m	2 時間	0.005
Case4	周期境界 初期河床微小擾乱	10m	2 時間	0.01
Case5	周期境界条件	10m	4 時間	0.01
Case6	上流：流量 下流：等流条件	20m	2 時間	0.01

非定常流の計算結果に影響を及ぼす因子として、ハイドログラフの形状、境界条件、時間刻み Δt が考えられる。ここでは式(9)で表される無次元水深ハイドログラフを与え、ハイドログラフ継続時間、時間刻みを変化させた場合の計算結果を比較する。

$$D_0 = \begin{cases} 1.0 + 4.0 \times \tau & (\tau \leq 0.5) \\ 1.0 + 4.0 \times (1.0 - \tau) & (\tau \geq 0.5) \end{cases} \quad (9)$$

ここで D_0 ：初期水深 h_0 で無次元化した水深 ($D_0 = h/h_0$)、 τ ：ハイドログラフの継続時間 T で無次元化した時間 ($\tau = t/T$) である。

本論で設定した計算条件の一覧を表-1 に示す。Case4 では河床がより変動しやすくなる条件設定を期待して、初期条件として乱数を用いて計算領域全メッシュの河床形状に砂の粒径規模の凹凸を与えた。

底面摩擦係数 C_f は、渡邊らの実験結果から得られた次の式(10)で与えている³⁾。

$$C_f = 0.0076 \left(\frac{h}{d_m} \right)^{0.069} \quad (10)$$

ここで、 d_m ：平均粒径 ($=0.76\text{mm}$)、 h ：各時刻の代表水深である。

続いて計算結果の検証を行う。まず河床波の波高について検討する。本研究では、計算領域内の河床高の最大値と最小値の差を $\Delta z_{\max}$ と定義する。図-1 は各ケースにおける $\Delta z_{\max}$ を示したものである。計算値のピークはいずれのケースとも 60 分過ぎである。 $\Delta z_{\max}$ は、Case4 以外は計算開始後約 45 分間はほとんど変化しておらず、その後ほぼ同じ値をとりながら急増している。一方河床全体に初期に凹凸を与えた Case4 では、計算開始直後から $\Delta z_{\max}$ が増加しており、予想通りの結果となった。すなわち初期条件として河床高全体に粒径オーダーの擾乱を与えると、通水直後から河床変動が生じやすいといえる。また計算の時間刻みが流れに及ぼす影響を考察するため、Case1, 2, 3 を比較する。3 ケースとも 90 分過ぎまでは $\Delta z_{\max}$ の値はほぼ同じである。その後、 $\Delta t=0.01$ である Case1 はやや減少傾向、 $\Delta t=0.02$ である Case2, 3 はやや増加傾向である。以上より、ハイドログラフの減水期を

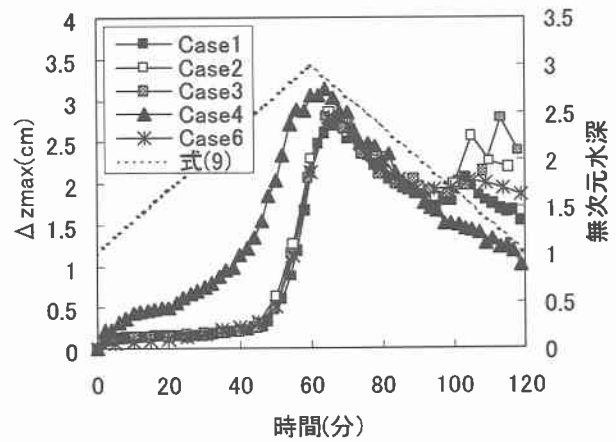


図-1 $\Delta z_{\max}$ の時間変化の比較

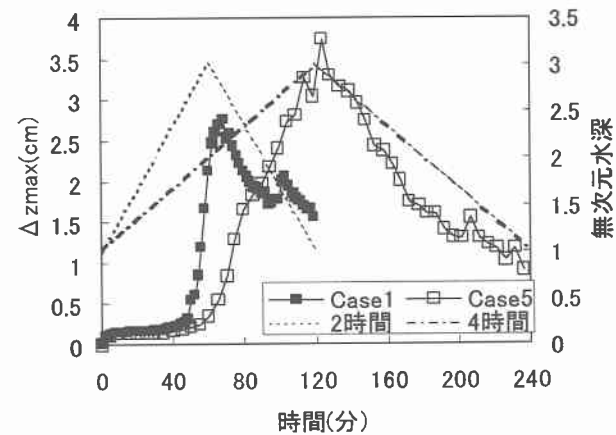


図-2 ハイドロ継続時間による $\Delta z_{\max}$ の違い

除いて Δt による計算結果の違いは少ないといえる。なお減水期で値の傾向が異なる原因は不明である。またハイドログラフの継続時間が計算にどの程度影響するかを考察する。図-2 はハイドログラフ継続時間 2 時間の Case1 と 4 時間の Case6 を比較したものである。Case6 においても、通水開始後 45 分間は $\Delta z_{\max}$ はほとんど増加していない。このことから非定常計算においてはハイドログラフの継続時間に関係なく、河床波が本格的に形成されるまでにはある程度時間が必要であるといえる。

次いで河床形状について検討する。図-3 は Case1, 4, 6 の水位ピーク時及び計算終了時の河床変動コンターを示したものである。なお図示した区間は Case1, 4 については計算区間中央の 4m, Case6 は計算区間の下流側半分にあたる 10m である。周期境界条件である Case1, 4 では周期的な河床形状が発生し、その平均波長は計算時間を通じほぼ同じである。中西ら⁵⁾は周期境界条件の場合、砂州の波長は川幅、水深に関係なく水路長により決定することを示しており、本計算でも同様のことがいえる。また下流が自由端である Case6 では計算が進むにつれ、様々な波長の河床波が生じている。また計算終了時には、Case1, 4 に比べより明瞭な砂州が現れている。なお渡邊らの実験結果³⁾によると、水深 2.5cm (無次元水深

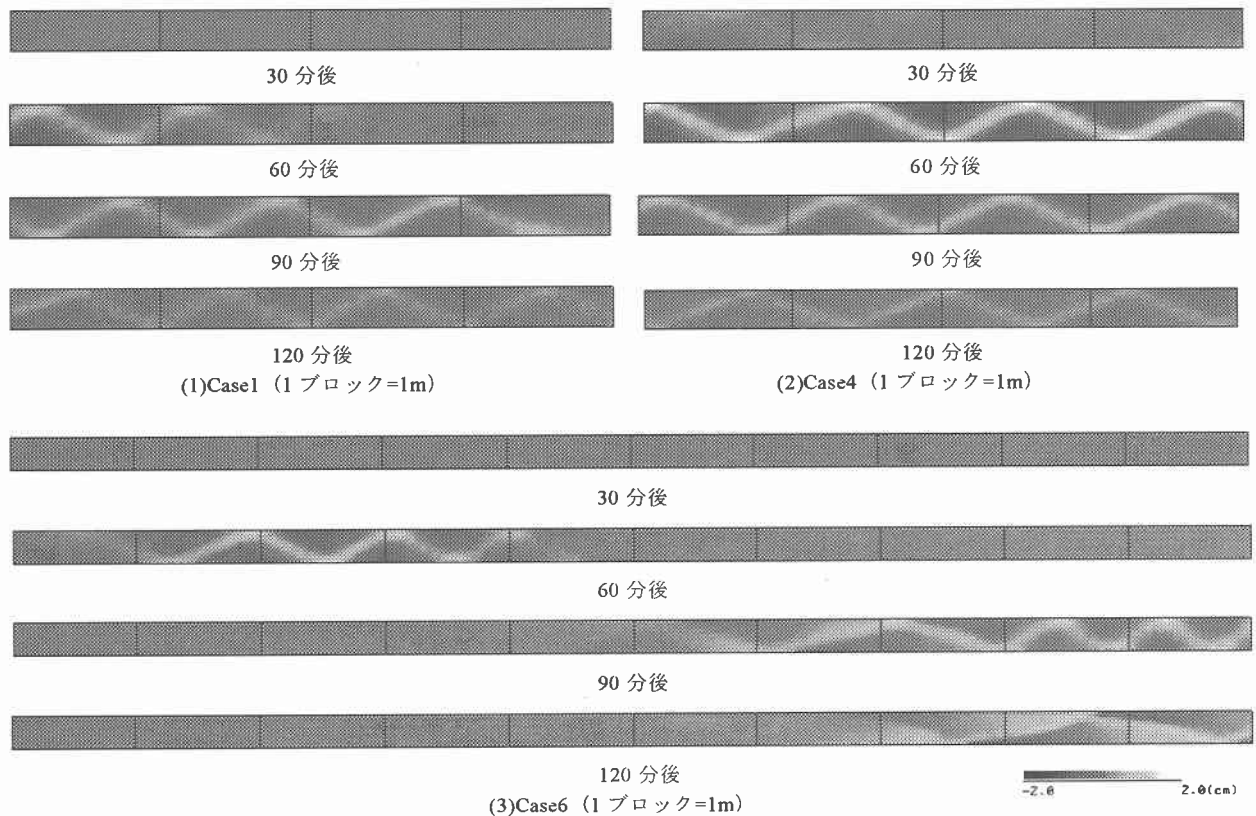


図-3 式(6)によるハイドログラフ通水時の河床コンター

$D_0=2.45$ ）程度以下で交互砂州が形成されている．式(9)で与えられるハイドログラフでは通水開始時及び終了時は交互砂州形成領域，ピーク時前後は砂州非発生領域に入っている．

定常流の場合，十分時間が経過して収束した解を求めればよい．計算途中での河床変動のプロセスは重要ではない．しかし非定常流ではその時刻以前の河床形状の変遷履歴が無視できないため，計算開始時から河床形状を正確に再現できるモデルが必要である．非定常流での河床変動計算では下流を自由端にし，十分な計算区間を設定することが適切な河床形状を計算するために必要であると考えられる．

4. 渡邊らの非定常流実験再現計算

次いで，下流を自由端として渡邊らの実験の再現計算を行う．無次元水深によるハイドログラフは，次の式で与えている³⁾．

$$D_0 = \left\{ \frac{\delta(\tau + \alpha)^2}{\tau^2 + \beta} - \gamma \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (11)$$

ここで D_0 : 初期水深 h_0 で無次元化した水深 ($D_0 = h/h_0$)， τ : ハイドログラフの継続時間 T (=8 時間) で無次元化した時間 ($\tau = t/T$)， $\alpha = 0.522$ ， $\beta = 0.131$ ， $\gamma = 1.15$ ， $\delta = 1.03$ である．計算の時間刻み $\Delta t = 0.01$ 秒，計算区間は 20m である．

続いて計算結果と実験値を比較する．図-4 は実験の波

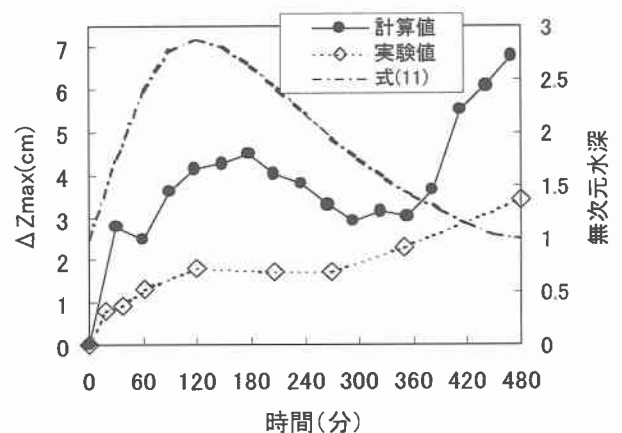


図-4 渡邊らの非定常流実験と再現計算の比較

高と計算の Δz_{max} を比較したものである．計算値は全体的に実験の波高を上回っている．また計算値はハイドログラフのピーク値を過ぎた 180 分で極大値をとっている．その後一度減少あるいは横ばいになるが，360 分を過ぎると Δz_{max} は再び増加している．

図-5 は下流側 10m における河床コンターを示したものである．また図-6 は砂州の無次元化波数 λ について，実験値と計算値を比較したものである．なお λ の定義は以下のとおりである．

$$\lambda = \frac{2\pi B}{L} \quad (12)$$

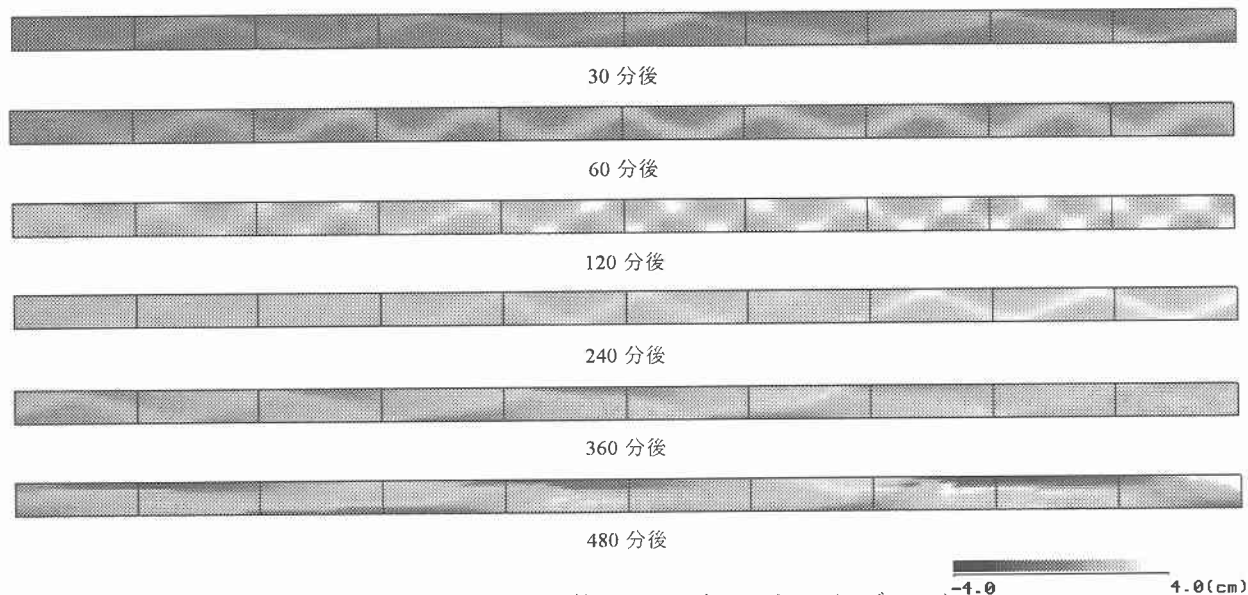


図-5 渡邊らの非定常流再現計算による河床コンター (1 ブロック=1m)

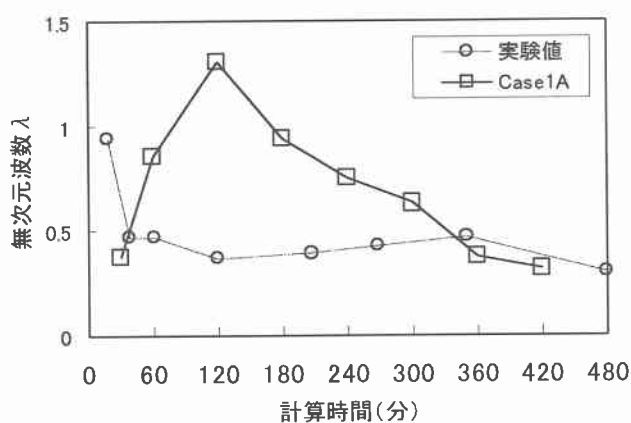


図-6 無次元波数の比較

B : 水路幅の $1/2(=0.15\text{m})$, L : 蛇行波長である。

図-5 を見ると、計算開始後 30 分で交互砂州が現れたが 60 分では消滅しており、計算の進行に伴い様々な波長の河床形状が発生している。300 分を過ぎたあたりから再度交互砂州が発生し、水位が低下するとともに波長が長くなっている。なお通水終了時は砂州が不明瞭になっている。図-6 の無次元波数を見ると、実験では通水開始直後 $\lambda=1.0$ であり、その後 λ は 0.5 付近でほぼ一定値をとっている。一方計算では、ハイドログラフのピークである 120 分で λ が実験値と最も離れた値をとっている。その後 360 分から 420 分までは λ は実験値とほぼ同じ値になっている。

計算結果は部分的に実験値と近い値となる時間帯もあった。しかし河床変化の定量的変化を再現するには至っていない。これらの課題を解決するには、計算開始時の河床変遷を追跡できる計算条件をさらに検討することが必要である。また計算区間をさらに延長することも下流が自由端の場合は計算結果に大きく影響することが予測できる。

5. 結論

本研究の結論を以下にまとめる。

- (1)適切な計算条件設定について、単純なハイドログラフを与えることで検証した。非定常流の場合、周期境界条件を設定すると河床形状の波長が水理量に関係なく、計算区間長が支配する現象が確認できた。そのため下流を自由端とし、計算区間を十分長く設定することが非定常流において適切な計算条件と考えられる。
- (2)渡邊らの非定常流実験の再現計算を行った。計算結果は部分的には実験値と適合するものの、実験値を定量的に再現するには至っていない。また計算精度向上には、計算初期の河床形状の再現性を高めることが必要と考えられる。

今後は計算開始直後の再現性に注目して、計算モデルの精度向上を目指す。

参考文献

- 1)黒木幹男・岸力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文集，第 342 号，pp.87-96，1984。
- 2)三輪浩，池田香織，谷和憲：正弦波状流量変化による交互砂州の発達・変形過程，土木学会第 55 回年次学術講演会概要集第 2 部，pp.540-541，2000
- 3)渡邊康玄，Tubino, M., Zollezi, G：掃流砂により形成される交互砂州の非定常流下での挙動，北海道開発土木研究所月報，No.576，pp.4-12，2001。
- 4)Shimizu, Y. and Itakura, T.: Calculation of flow and bed deformation with a general non-orthogonal coordinate system, Proc. of XXIV IAHR Congress, Madrid, Spain, C-2, pp.41-48, 1991。
- 5)中西哲，松山洋平，黒木幹男，板倉忠興：水路長が交互砂州形状に与える影響の研究，第 56 回年次学術講演会概要集(2)，pp.174-175，2001