

北海道地方における二段タンク型貯留関数モデルによる流出解析

Runoff analysis by the two series tank model coupled with a storage routing model in Hokkaido

北海学園大学大学院

北海学園大学工学部

北海道河川防災研究センター

北海道工業大学工学部

○学生員

正 員

フェロー

フェロー

高坂 佳祐(Keisuke Kousaka)

嵯峨 浩(Hiroshi Saga)

星 清(Kiyoshi Hoshi)

橋本 識秀(Norihide Hashimoto)

1. はじめに

流出解析のモデルとして、主に貯留関数法が採用されている。降雨流出現象の非線形性を比較的単純な構造式で表現し、洪水の再現計算を簡便で迅速に行うことができるためである。しかし、貯留関数法では流出率によって求められた有効雨量を用いるが、一般に流出率を洪水時の現場で即座に求めるのは困難である。また、同一流域であっても、一度同定したパラメータが他の洪水例では適応性がよくないといった現象も生じている。そこで、観測雨量、観測流量を直接扱うモデルが有効であり、タンクモデルがよく知られている。だが、タンクモデルは未知パラメータの数が多く、その同定には多大な経験を要する。本研究は、損失機構を有する貯留関数¹⁾を用いた二段タンクモデルによって、北海道内の未知パラメータの総合化を図ったものである。

2. 流出解析モデル

本研究では、図-1 のような損失機構を有する直列二段タンクモデルを採用する。従来のタンクモデルの側方流出孔の高さは貯留関数法の貯留効果で表され、(1)、(2)式はそれぞれ上段、下段タンクの支配方程式である。

$$\begin{cases} \frac{dS_1}{dt} = r - q_1 - b_1 \\ S_1 = k_1 q_1^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \\ b_1 = \alpha_1 q_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{dS_2}{dt} = b_1 - q_2 - b_2 - q_0 \\ S_2 = k_4 q_2 + k_5 \frac{dq_2}{dt} \\ b_2 = \alpha_2 q_2 \\ q_0 = Q_B \exp(-\lambda t) \end{cases} \quad (2)$$

$$q = q_1 + q_2 \quad (3)$$

ここに、 S_1 ・ S_2 : 貯留高 (mm)、 r : 観測雨量 (mm/hr)、 q_1 ・ q_2 : 流出高(mm/hr)、 b_1 ・ b_2 : 浸透量(mm)、 q_0 : 基底流出高(mm/hr)、 k_1 ・ k_2 ・ k_4 ・ k_5 : 貯留係数、 α_1 ・ α_2 : 損失係数、 p_1 ・ p_2 : 貯留指数、 λ : 減水係数、 Q_B : 初期流出高(mm/hr)

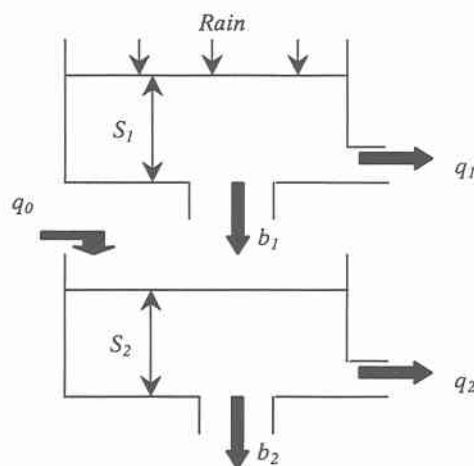


図-1 二段タンク型貯留関数モデル

(1)式の貯留方程式は *Kinematic wave* 法を集中化し、表面流がマニング則に従うと仮定した場合のモデル²⁾であり、 $p_1=0.6$ 、 $p_2=0.4648$ に近似できる。(2)式はダルシー則に従う場合のモデルで、 b_2 は蒸発散や初期損失などの総損失を表している。 q_0 は解析期間内の総流出量 Σq が総流入量 Σr を上回る場合の対応策³⁾であり、強制入力項として与え、連続性を保っている。

k_1 、 k_2 については、星ら⁴⁾が提案した結果より、次式を用いることにする。

$$\begin{cases} k_1 = c_1 A^{0.24} \\ k_2 = c_2 k_1^2 (\bar{r})^{-0.2648} \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 A : 流域面積(km²)、 $\bar{r}$: 平均雨量強度(mm/hr)、 c_1 ・ c_2 : 未知パラメータ

k_1 は流域特性に、 k_2 は流域特性と降雨特性の双方に依存していることから、その影響を排除し未知パラメータを独立に評価するためである。同様に下段タンクにおいては次式のようなになる。

$$\begin{cases} k_4 = c_4 A^{0.4} \\ k_5 = c_5 k_4^2 \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 c_4 ・ c_5 : 未知パラメータ

以上から、この二段タンクにおいて求めるべき未知パラメータの数は c_1 、 c_2 、 $c_3(=\alpha_1)$ 、 c_4 、 c_5 、 $c_6(=\alpha_2)$ の計6個である。

3. 下段タンクにおけるモデル定数の関係

無降雨期間が長くなると上段タンクは空となり、下段タンクの流出量 q_2 が河川を維持する流量となる。この時に、上段タンクからの浸透量 $b_1=0$ 、基底流量 $q_0=0$ となる。これを(2)式に代入すると以下ようになる。

$$k_5 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + k_4 \frac{dq_2}{dt} + (1 + \alpha_2) q_2 = 0 \quad (6)$$

無降雨期間の減水曲線⁵⁾は(2)式の q_0 で表現される。

$$\lambda^2 - \frac{k_4}{k_5} \lambda + \frac{1 + \alpha_2}{k_5} = 0 \quad (7)$$

$$\therefore \frac{1 + \alpha_2}{k_5} = \lambda \left(\frac{k_4}{k_5} - \lambda \right)$$

λ は流域毎の固有の値であり、複数の既往の洪水データから求めることができる。従って、定数 k_4 、 k_5 が求まると未知パラメータ α_2 も一義的に求めることができる。しかし、本研究では洪水を対象にしていることから、もう一工夫する必要がある。洪水時には上段タンクから浸透量 b_1 および基底流出成分 q_0 の供給があり、次式のようになる。

$$k_5 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + k_4 \frac{dq_2}{dt} + (1 + \alpha_2) q_2 = \alpha_1 q_1 + q_0 \quad (8)$$

今、減水時を考えて、図-2 のように時間軸と流出量の関数形を仮定する。

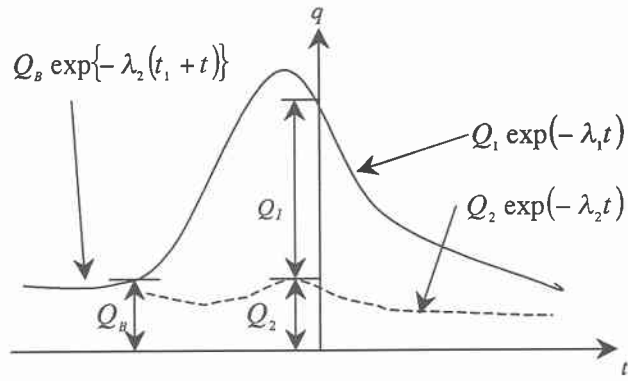


図-2 ハイドログラフ概念図

図-2 の記号を用いて(8)式から次式が得られる。

$$\frac{1 + \alpha_2}{k_5} = \lambda_2 \left(\frac{k_4}{k_5} - \lambda_2 \right) + \frac{\alpha_1}{k_5} \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right) e^{-\Delta \lambda} + \frac{1}{k_5} \left(\frac{Q_0}{Q_2} \right) e^{-\lambda_2 t_1} \quad (9)$$

ここで、 $\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ である。

洪水時には(9)式における右辺の第2項、第3項を考慮する必要があるが、これらを計算に組み込むことは不可能である。そのため、(7)式を次式のように n 倍して、これらの項を考慮することで簡略化する。

$$\frac{1 + \alpha_2}{k_5} = n \lambda \left(\frac{k_4}{k_5} - \lambda \right) \quad (10)$$

若干の計算の後、 n は次式で与えられる。

$$n = 1 + \frac{1}{\lambda_2 (k_4 - k_5 \lambda_2)} \left\{ \alpha_1 \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right) e^{-\Delta \lambda} + \left(\frac{Q_0}{Q_2} \right) e^{-\lambda_2 t_1} \right\} \quad (11)$$

(11)式から、 n は1より大きく、 Q_1 、 Q_0 が大きくなると増大することがわかる。つまり洪水規模が大きくなると、また先行降雨の影響を強く受けると n は増大する。解析結果では n は2~5の整数値で十分な精度であることが確認されている。 n を総合化するため、本研究の解析結果から n と総雨量 Σr との関係をグラフにしたのが図-3である。際立った特徴は見られないが、全体的な評価として、 $n=2$ は Σr が50~150(mm)の間に集中しているのがわかる。 Σr が150(mm)を越すと $n=2$ ではほとんど収束せず、200(mm)を超えると $n=4$ または5の場合に収束するのがほとんどである。以上から雨量が多い場合では、 n を大きくとった方が収束率が高くなるといえる。以上のように、 n を決定することにより未知パラメータを1つ減らすことができ、最終的に同定すべきパラメータは $c_1 \sim c_5$ の5つである。

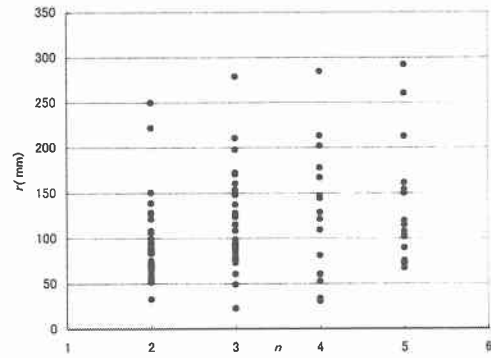


図-3 n の分布図

4. 支配方程式の数値計算法

上段タンクの支配方程式(1)式を用いて流出高を求めるには、次の変数変換を行う。

$$y_1 = q_1^{p_2}, y_2 = \frac{d}{dt} (q_1^{p_2}) \quad (12)$$

この結果、次のようなシステム方程式を得る。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

ここで、

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} y_1^{\frac{p_1}{p_2}-1} y_2 - \frac{1 + \alpha_1}{k_2} y_1^{\frac{1}{p_2}} \\ a_2 = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} y_1^{\frac{p_1}{p_2}-1} \\ d_2 = \frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) y_1^{\frac{p_1}{p_2}-1} + \frac{1 + \alpha_1}{k_2} \left(\frac{1}{p_2} - 1 \right) y_1^{\frac{1}{p_2}} + \frac{r}{k_2} \end{cases}$$

下段タンクの変数変換とシステム方程式を次式に示す。

$$y_3 = q_2, y_4 = \frac{d}{dt}(q_2) \tag{14}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d_4 \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\begin{cases} a_3 = n\lambda \left(\lambda - \frac{k_4}{k_5} \right) \\ a_4 = -\frac{k_4}{k_5} \\ d_4 = (b_1 + q_0) \frac{1}{k_5} \end{cases} \tag{16}$$

(13)、(15)式は(1)式を線形化した結果得られたものであり、漸化式を使ってこれらの方程式を解くことができる。

5. 未知パラメータの最適化

本研究では、未知パラメータの同定手法として感度係数を用いたニュートン法を採用した。この解析における最適化手法については、参考文献 6)を参照されたい。この手法によりモデル定数を最適化し、許容誤差 ε を次式で求め $\varepsilon = 20\%$ 以内で最小値をとった場合を収束とした。

$$\varepsilon > \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_i^* - q_i)^2}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i^*} \tag{17}$$

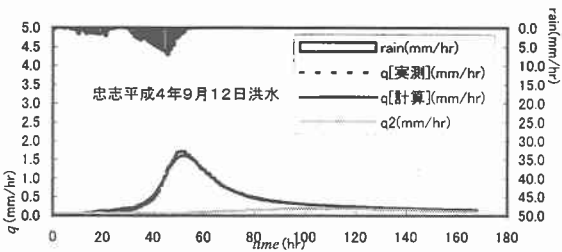
ここに、 ε ：許容誤差、 N ：流量標本数、 q_i^* ：実測流量系列、 q_i ：計算流量系列

6. 実測データへの適用

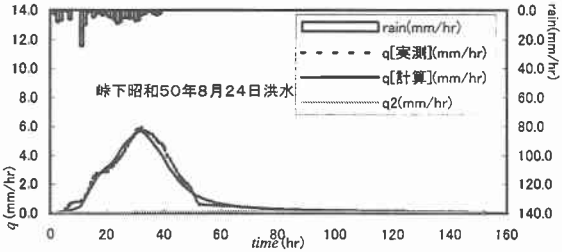
北海道内の一級河川において、昭和 36 年から平成 10 年までに観測された 850 例の洪水のデータを元に計算を行った。許容誤差内で収束した洪水例は表―1 のように、566 例あり、収束率は 66.6% である。しかし水系別に比較すると、収束率が 90% を超えた湧別川と常呂川をはじめ、道東から道北にかけて位置する水系では、非常に高い収束率となった。一方で道央に流れる石狩川では収束率が極端に低い結果となったが、原因としてはこの地域は道内でも開発が進んでいる地域であるため、人為的な要素が関係しているのではないかと考えられる。図―4、5 は道内の最大および最小級の面積をもつ流域での洪水例である。この図のように流域面積や降雨量によって精度が左右されることはない。以上からこのモデルのあらゆる水系に対する適合性を示すことができる。今回の計算で求められた結果を元にパラメータの総合化を図るため、各パラメータの特性について考察する。

7. パラメータの総合化

5 つのパラメータ間の相関係数を求めたものが、表―2 である。この表から、パラメータ間の相関係数は非常



図―4 大流域での少雨量の場合のグラフ



図―5 小流域での多雨量の場合のグラフ

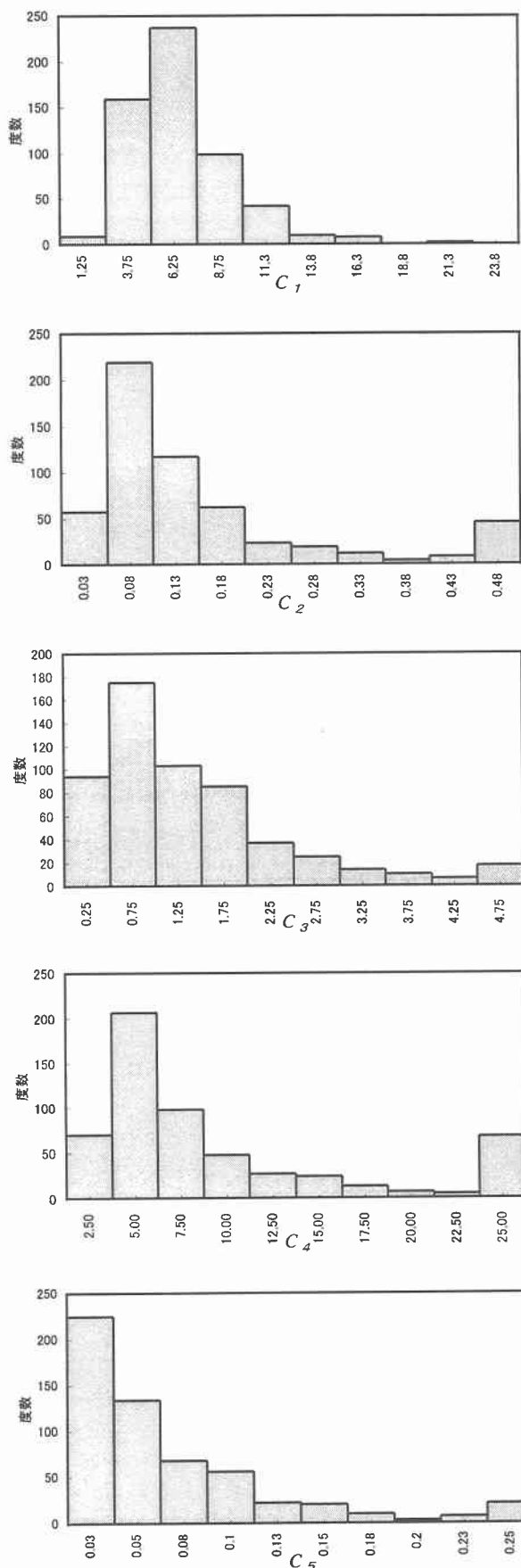
表―1 流域別収束率

水系	データ数	収束数	収束率(%)
湧別川	37	36	97.30
常呂川	41	38	92.68
網走川	53	47	88.68
渚滑川	49	40	81.63
天塩川	154	120	77.92
釧路川	62	45	72.58
沙流川	85	54	63.53
釧路川	62	39	62.90
十勝川	131	78	59.54
留萌川	32	16	50.00
後志利別川	62	28	45.16
石狩川	82	25	30.49
合計	850	566	66.59

表―2 各パラメータ間の相関

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
c_1	1.000	-0.261	0.230	0.318	-0.006
c_2	-0.261	1.000	0.011	-0.039	-0.012
c_3	0.230	0.011	1.000	-0.006	-0.010
c_4	0.318	-0.039	-0.006	1.000	0.161
c_5	-0.006	-0.012	-0.010	0.161	1.000

に小さく、各パラメータは独立していると思われてよいと考えられる。つまり、このモデルのパラメータは降雨規模や流域規模に依存されず、各パラメータ間で流出に及ぼす影響を独立に評価できることを示している。これはまた、(4)、(5)式の妥当性を示していると考えられる。図―6 は、道内水系全ての $c_1 \sim c_5$ の度数分布図である。この図から見られるように、ほとんどの値が最頻値を中心に集中しているのがわかる。しかし、少数だが値の分布が右よりに偏っている例もある。これは水系毎に、分布形状が多少異なっているためである。水系毎の分布を示す指標として各水系のパラメータの平均値を求めたものが表―3 である。この表から見られるように、水系毎で、パラメータの平均値が異なっている。この点について、地質という面から検討する。北海道の地質は大きく



図—6 各パラメータの度数分布図

表—3 水系別のパラメータの平均値

水系	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
網走川	16.43	0.09	4.01	128.87	0.07
釧路川	18.26	0.12	3.29	80.39	0.09
湧別川	8.56	1.43	1.83	11.43	0.08
常呂川	10.48	0.53	2.78	20.76	0.11
渚滑川	9.91	0.48	3.58	11.08	0.15
天塩川	8.54	0.28	2.05	15.09	0.11
釧路川	10.91	0.32	10.10	12.40	0.16
十勝川	11.06	0.58	3.14	15.79	0.14
沙流川	9.42	0.19	1.35	9.18	0.25
留萌川	9.15	0.30	0.50	30.56	0.13
石狩川	8.65	0.90	3.59	33.77	4.80
後志利別川	5.75	1.51	1.67	9.69	0.08
全平均値	10.60	0.48	3.17	29.22	0.33

東部、中央部、西部に分類される。表—3 の太線による分割は、この地質により地域をグループ分けしたものである。グループ内でのパラメータの度数分布は比較的似ており、他のグループとは異なっている。平均値に関しても同様のことがいえる。特に網走川水系と釧路川水系は特徴的で非常に似ており、他の水系とは大きく異なっている。この2水系は、雌阿寒岳から知床半島にかけて火山灰層に覆われ浸透性の高い地域に位置しているためだと考えられる。図—6 の c_4 において大きく右側に分布している例のほとんどがこの2水系のものである。このように高い精度を求める必要がある場合には、地質という条件を考慮する必要がある。しかし、先に述べたように総合的にみた場合のパラメータの分布はほぼ最頻値を中心に集中している。以上から、この最頻値を用いても精度が十分保たれると判断し、この2段タンクモデルのパラメータを総合化したい。総合化した結果は次式ようになる。

$$\begin{cases} k_1 = 6.25A^{0.24} \\ k_2 = 0.08k_1^2 \left(\frac{r}{r}\right)^{-0.2648} \\ \alpha_1 = 0.75 \end{cases} \quad \begin{cases} k_4 = 5.00A^{0.4} \\ k_5 = 0.03k_4^2 \end{cases} \quad (18)$$

参考文献

- 1) 田中、藤田、清水：損失機構を含む貯留関数法に関する研究、北海道支部論文報告集、第 53 号(B)、pp.54-59、1997.
- 2) 星、山岡：雨水流法と貯留関数法の相互関係、第 26 回水理講演会論文集、pp.273-278、1982.
- 3) 佐藤、嵯峨、馬場、星：損失機構を含む貯留関数法を応用したタンクモデルの提案、第 54 回年講演概要集、第 2 部、pp.634-635、1999.
- 4) 佐々木、星、井出：損失項を含む総合化貯留関数法の開発、北海道開発局開発土木研究所研究報告書、2000.
- 5) 吉川、砂田、グエン：洪水流量逓減曲線の特徴を考慮した流出モデルに関する研究、土木学会論文報告集、第 283 号、pp.23-32、1979.
- 6) 若手水文学研究会：現場のための水文学、北海道開発局開発土木研究所、1994.