

矢板工法で施工された寒冷地道路トンネルの温度特性について

Estimation of Temperatures of Road Tunnels in Cold Region Constructed by Conventional Method

北海道大学工学部土木工学科 ○学生員 国井宏幸(Hiroyuki Kunii)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 三上 隆(Takashi Mikami)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 蟹江俊仁(Shunji Kanie)

1. はじめに

矢板工法（在来工法）で施工された既設トンネルにおいては、さまざまな変化が現れている。特に北海道の厳しい気象条件においては、地山凍結による覆工コンクリートのひび割れなど、凍害を受ける危険が非常に大きい。

これを防ぐため、最近では覆工コンクリート表面に断熱材を施工する場合が多い。本研究では、断熱材の必要性の有無を判定するための準備として、トンネルー地山系の温度挙動を明らかにすることを目的とする。そこで、準定常（周期的）熱伝導理論¹⁾に基づき、トンネルー地山系の温度分布に影響を及ぼす地山、覆工コンクリート間の接触抵抗、熱伝達率、覆工コンクリート・地山の熱容量、覆工コンクリートの厚さをそれぞれ考慮した、実用的な温度分布の算定式を導出する。

2. 基礎方程式とその解

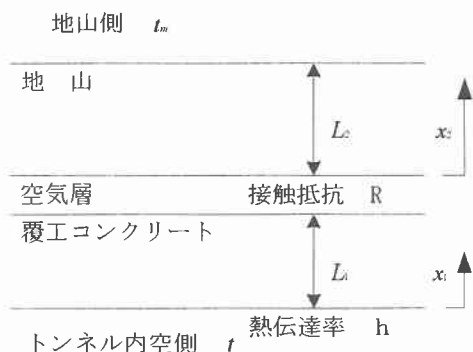


図-1 トンネルー地山系モデル

トンネルー地山系の温度挙動の解析を行うために、図-1に示すような、覆工コンクリート、地山の2つの要素からなる一次元モデルを考える。覆工コンクリート、地山の順に番号をつけ、長さ、熱伝導率、熱容量、温度をそれぞれ、 $L_n[m]$ 、 $\lambda_n[kcal/(m \cdot hr \cdot ^\circ C)]$ 、 $(\rho c)_n[kcal/(m^3 \cdot ^\circ C)]$ 、 $\theta_n[^\circ C]$ とする（ここで、 $n=1,2$ ）。なお、地山の長さは、半無限として扱ってもトンネルー地山系の温度分布に大きな影響を与えないので、 $L_2 \rightarrow \infty$ とする。

トンネル内空の温度 t は、基本的に日変化、あるいは年変化の周期変動と考えられる。しかし、日変化の変動は、トンネルー地山系の温度特性に与える影響が年変化に比べ小さく、ほとんど無視できるので、年変化のみを扱うとするとトンネル内空の温度は次のように与えられる。

$$t = t_m + \Delta\theta \sin(p\tau) \quad p = \frac{2\pi}{T} \quad \dots (1)$$

ここで、 $\Delta\theta$ ：トンネル内空温度の振幅、 t_m ：年平均気温、 T ：周期($365 \times 24hr$)である。

各要素の位置座標を x_n 、時間を τ と表せば各要素の熱伝導方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} = a_n \frac{\partial^2 \theta_n}{\partial x_n^2} \quad a_n = \frac{\lambda_n}{(\rho c)_n} \quad (n=1,2) \quad \dots (2)$$

ここで、 $a_n[m^2/hr]$ は、温度伝播率と呼ばれるものである。

上の系において、トンネル内空側と覆工コンクリート表面間の熱のやりとりは、熱伝達があるものとし、その熱伝達率を $h[kcal/(m^2 \cdot hr \cdot ^\circ C)]$ とする。また、連続であるので、系を流れる熱量は一定である。さらに、覆工コンクリートと地山との間の空隙を考慮し、その接触抵抗を $R[m^2 \cdot hr \cdot ^\circ C/kcal]$ とする。以上より、境界条件は次のように与えられる。

$$-\lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0} = h(t - \theta_1 \Big|_{x_1=0}) \quad \dots (3.a)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=L_1} = -\lambda_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0} \quad \dots (3.b)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0} = \frac{1}{R}(\theta_1 \Big|_{x_1=L_1} - \theta_2 \Big|_{x_2=0}) \quad \dots (3.c)$$

式(2)、(3)に対する解は、定常解 t_m および周期的変動成分 $\Delta\theta \sin(p\tau)$ に対する準定常解 $\theta_n(x, \tau)$ の和で与えられる。ここでは、準定常解 $\theta_n(x, \tau)$ を求めることにする。式(2)の一般解は次式で表される。

$$\theta_n = [A_n \exp(\frac{1+i}{a_n} \sqrt{\frac{p}{2}} x_n) + B_n \exp(-\frac{1+i}{a_n} \sqrt{\frac{p}{2}} x_n)] \exp(ip\tau) \quad (n=1,2) \quad \dots (4)$$

ここで、 A_n 、 B_n ($n=1,2$)は複素定数、 $i = \sqrt{-1}$ である。また、 $x_n \rightarrow \infty$ のとき、 θ_n は無限大にならないので、 $A_n = 0$ となる。 $q_n = \frac{1+i}{a_n} \sqrt{\frac{p}{2}}$ ($n=1,2$)なる諸量を用いると、式(4)

は

$$\theta_1 = [A \exp(q_1 x_1) + B \exp(-q_1 x_1)] \exp(ip\tau) \quad \dots (5.a)$$

$$\theta_2 = B \exp(-q_2 x_2) \exp(ip\tau) \quad \dots (5.b)$$

となる。

境界条件式(3)を式(5)に代入すると、

$$A(h - \lambda_1 q_1) + B(h + \lambda_1 q_1) = h \Delta\theta \quad \dots (6.a)$$

$$A \lambda_1 q_1 \exp(q_1 L_1) - B \lambda_1 q_1 \exp(-q_1 L_1) + B \lambda_2 q_2 = 0 \quad \dots (6.b)$$

$$A \exp(q_1 L_1) + B \exp(-q_1 L_1) - B(1 + R \lambda_2 q_2) = 0 \quad \dots (6.c)$$

上の連立方程式を解くことによりトンネルー地山系の解は次のように得られる。

<覆工コンクリートの温度分布>

$$\theta = h\Delta\theta_0 \left[v_1 \cos \left(p\tau + \frac{x_1}{a_1} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) + u_1 \sin \left(p\tau + \frac{x_1}{a_1} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) \right] \exp \left(\frac{x_1}{a_1} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) \\ + h\Delta\theta_0 \left[v_2 \cos \left(p\tau - \frac{x_1}{a_1} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) + u_2 \sin \left(p\tau - \frac{x_1}{a_1} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) \right] \exp \left(-\frac{x_1}{a_1} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) \quad \dots (7.a)$$

<地山の温度分布>

$$\theta_2 = h\Delta\theta_0 \left[v_3 \cos \left(p\tau - \frac{x_2}{a_2} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) + u_3 \sin \left(p\tau - \frac{x_2}{a_2} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) \right] \times \exp \left(-\frac{x_2}{a_2} \sqrt{\frac{p}{2}} \right) \quad \dots (7.b)$$

ここで

$$u_1 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2}{\alpha_1^2 + \beta_1^2}, \quad u_2 = \frac{\alpha_2 \alpha_3 + \beta_2 \beta_3}{\alpha_2^2 + \beta_2^2}, \quad u_3 = \frac{\alpha_3}{\alpha_3^2 + \beta_3^2} \\ v_1 = \frac{\alpha_2 \beta_1 - \alpha_1 \beta_2}{\alpha_1^2 + \beta_1^2}, \quad v_2 = \frac{\alpha_3 \beta_2 - \alpha_2 \beta_3}{\alpha_2^2 + \beta_2^2}, \quad v_3 = -\frac{\beta_3}{\alpha_3^2 + \beta_3^2} \quad \dots (8.a \sim f)$$

また、式(8)に現れる α_n , β_n ($n=1 \sim 3$) は $d_n = \frac{\lambda_n}{a_n} \sqrt{\frac{p}{2}}$ ($n=1, 2$),

$\varphi = \frac{L_1}{a_1} \sqrt{\frac{p}{2}}$ なる諸量を導入すると次のとおりである。

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} [(d_1 - d_2 + R d_1 d_2) \cos \varphi + R d_1 d_2 \sin \varphi] \\ \beta_1 &= \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} [R d_1 d_2 \cos \varphi - (d_1 - d_2 + R d_1 d_2) \sin \varphi] \\ \alpha_2 &= \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} [(d_1 + d_2 + R d_1 d_2) \cos \varphi - R d_1 d_2 \sin \varphi] \\ \beta_2 &= \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} [R d_1 d_2 \cos \varphi + (d_1 + d_2 + R d_1 d_2) \sin \varphi] \\ \alpha_3 &= \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} \{ R h d_1 d_2 + (h - d_1)(d_1 - d_2) \} \cos \varphi \\ &\quad + \{ R h d_1 d_2 - 2 R d_1^2 d_2 - d_1(d_1 - d_2) \} \sin \varphi \\ &\quad + \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} \{ [R h d_1 d_2 + (h + d_1)(d_1 + d_2)] \cos \varphi \\ &\quad - [R h d_1 d_2 + 2 R d_1^2 d_2 + d_1(d_1 + d_2)] \sin \varphi \} \\ \beta_3 &= \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} \{ [R h d_1 d_2 - 2 R d_1^2 d_2 - d_1(d_1 - d_2)] \cos \varphi \\ &\quad - [R h d_1 d_2 + (h - d_1)(d_1 - d_2)] \sin \varphi \} \\ &\quad + \frac{e^{-\varphi}}{2d_1} \{ [R h d_1 d_2 + 2 R d_1^2 d_2 + d_1(d_1 + d_2)] \cos \varphi \\ &\quad + [R h d_1 d_2 + (h + d_1)(d_1 + d_2)] \sin \varphi \} \end{aligned} \right. \quad \dots (9.a \sim f)$$

式(7)により、トンネルー地山系の任意の位置における温度状態を検討することができる。

3. 実用的な算定式の算出

既設トンネルにおける地山凍結の可能性の検討、および覆工コンクリート両面の温度の概略を知るために、覆工コンクリート表面の最大値 ($\text{Max}(\theta(0))$ と記す)、覆工コンクリート背面の最大値 ($\text{Max}(\theta(L_1))$) およびトンネル内空側の地山表面の最大値 ($\text{Max}(\theta_2(0))$) の近似式を算出する。

前章で求めた式は複雑であるため、実務者が簡便に設計が行えるように、四則演算程度の簡単な式で示すもの

とする。ここで、近似式を算出する際、式(9)に現れる指数関数、三角関数をマクローリン展開 (Maclaurin's expansion) により、次のように近似する。

$$\begin{cases} e^{\pm \varphi} \approx 1 \pm \varphi + \frac{1}{2} \varphi^2 \pm \frac{1}{6} \varphi^3 \\ \cos \varphi \approx 1 - \frac{1}{2} \varphi^2 \\ \sin \varphi \approx \varphi - \frac{1}{6} \varphi^3 \end{cases}$$

上式を代入することにより、温度算定式は以下となる。

$$\text{Max}(\theta(0)) = \Delta\theta_0 \sqrt{\frac{(1+D)^2 + D^2}{(1+C)^2 + C^2}} \quad \dots (10.a)$$

$$\text{Max}(\theta(L_1)) = \Delta\theta_0 \sqrt{\frac{(1+E)^2 + E^2}{(1+C)^2 + C^2}} \quad \dots (10.b)$$

$$\text{Max}(\theta_2(0)) = \frac{\Delta\theta_0}{\sqrt{(1+C)^2 + C^2}} \quad \dots (10.c)$$

ただし

$$\begin{cases} C = \left(R + \frac{1}{h} + \frac{L_1}{\lambda_1} \right) \sqrt{\lambda_2(\rho c)} \sqrt{\frac{p}{2}} \\ D = \left(R + \frac{L_1}{\lambda_1} \right) \sqrt{\lambda_2(\rho c)} \sqrt{\frac{p}{2}} \\ E = R \sqrt{\lambda_2(\rho c)} \sqrt{\frac{p}{2}} \end{cases} \quad \dots (11.a \sim c)$$

例えば、地山が凍結するかを検討するには、既設トンネルの諸量を入力し、地山表面温度 $\theta_2(0)$ が次式を満たすかどうかを判断すればよい。

$$\theta_2(0) = t_m - \text{max}(\theta_2(0)) \geq 0 \quad \dots (12)$$

4. 計算結果

ここでは、2.で求めた解析解と3.で求めた近似算定式を用いて、算定式の精度や地山ー覆工コンクリート間の空隙の接触抵抗、熱伝達率、熱容量の温度振幅に与える影響を検討する。なお、トンネルー地山系の標準諸元を以下のように設定し、特定のパラメータの影響を見るときは、そのパラメータのみを変化させ、ほかのそれには標準諸元を用いた。

$$\begin{aligned} \text{覆工コンクリート} : & \begin{cases} L_1 = 0.5[m] \\ \lambda_1 = 1.0[kcal/(m \cdot hr \cdot ^\circ c)] \\ (\rho c)_1 = 400[kcal/(m^3 \cdot ^\circ c)] \end{cases} \\ \text{地} \quad \quad \quad \text{山} : & \begin{cases} \lambda_2 = 1.0[kcal/(m \cdot hr \cdot ^\circ c)] \\ (\rho c)_2 = 500[kcal/(m^3 \cdot ^\circ c)] \end{cases} \end{aligned}$$

なお、トンネル内空温度の振幅を $\Delta\theta = 1.0$ 、熱伝達率を $h = 5.0[kcal/(m^2 \cdot hr \cdot ^\circ c)]$ 、地山ー覆工コンクリート間の空隙の接触抵抗を $R = 0.5[m^2 \cdot hr \cdot ^\circ c/kcal]$ とした。

4.1 温度近似算定式の精度

上で設定したパラメータ値をもとに、 $R = 0.0, 0.5$ と $h = 1.0, 5.0, 10.0$ に対する式(7)と近似式(10)による温度の最大値の比較を表-1に示す。なお、表のブロック内にある二つの数値のうち、上段は式(7)、下段は式(10)による結果である。

結果は、いずれの R , h に対しても良好である。また、これによれば、 R の値が大きくなるほど地山側 $\theta_2(0)$ のピーク温度の絶対値が小さくなり、逆に覆工コンクリート

の表面 $\theta(0)$ のそれが大きくなる。また、覆工コンクリート背面 $\theta(L)$ と $\theta(0)$ との温度差も大きくなる。さらに h が大きくなるにつれて、どのピーク温度も大きくなることがわかる。

表－1 略算式の精度

R	$Max(\theta(0))$	$Max(\theta(L))$	$Max(\theta_s(0))$
0	0.92	0.75	0.75
	0.92	0.75	0.75
0.5	0.93	0.77	0.62
	0.93	0.77	0.63
h	$Max(\theta(0))$	$Max(\theta(L))$	$Max(\theta_s(0))$
1.0	0.71	0.59	0.48
	0.73	0.60	0.49
5.0	0.93	0.77	0.62
	0.93	0.77	0.63
10.0	0.96	0.80	0.65
	0.97	0.80	0.65

4. 2 各パラメータのトンネル－地山系の温度履歴に与える影響

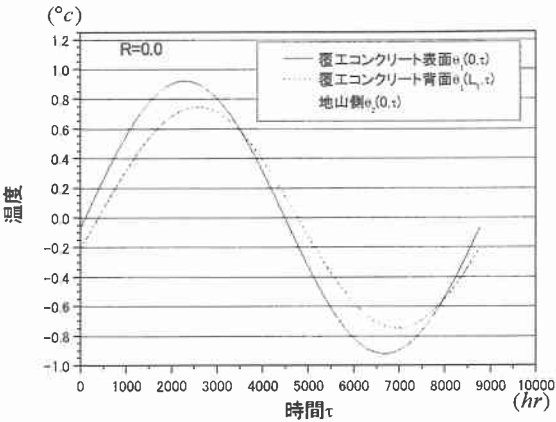
図－2 は、トンネル内空側の年周期変動 $\sin(p\tau)$ （ただし、年振幅 $\Delta\theta = 1.0$ ）に対する、覆工コンクリート表面温度 $\theta(0,\tau)$ と覆工コンクリート背面温度 $\theta(L,\tau)$ 及び地山側温度 $\theta_s(0,\tau)$ の時間変化を接触抵抗 R ，熱伝達率 h の変化について表したものである。これによると、4.1 でも述べたように、 R が増加することによって、覆工コンクリート表面の温度 $Max(\theta(0))$ の値は増加し、逆に地山表面の温度 $Max(\theta_s(0))$ の値は減少し、その位相も遅れることがわかる。

また熱伝達率 h については、その値が大きいほど、覆工コンクリート表面の温度分布は、トンネル内空温度に近い挙動を示し、逆に小さい値をとると、3 地点それぞれの振幅の絶対値は減少し、その位相は遅れることがわかる。

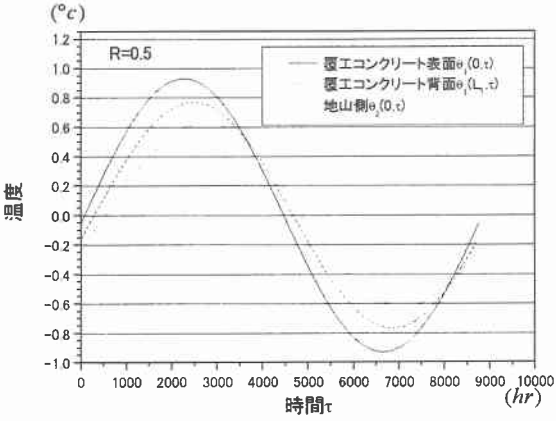
ここでは数値解を示さないが、覆工コンクリートの熱容量を $300 \leq (\rho c)_i \leq 500$ ，地山の熱容量を $450 \leq (\rho c)_s \leq 600$ と変化させ、それによる温度挙動の変化を検討した。前者のほうは、変化させても温度挙動にそれほど影響を及ぼさなかった。しかし後者のほうは、 $(\rho c)_s$ が大きくなれば覆工コンクリート背面の振幅の絶対値は小さくなり、その影響で地山側の振幅の絶対値も小さくなるという結果が得られた。すなわち、地山の熱容量が大きいほど、覆工コンクリート両面の温度差が大きくなり温度応力を生じることが理解できる。

4. 3 覆工コンクリート内の温度分布

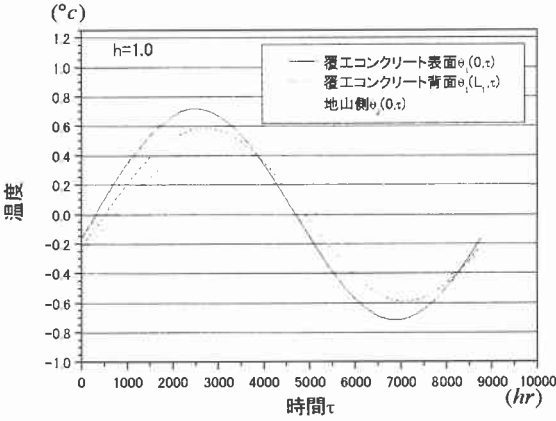
図－3 は、覆工コンクリート内部の温度分布について、その厚さ L を 0.5、0.6 m に変化させたときの分布形状を示したものである。ここで、他のパラメータは標準諸元を用いるものとし、時間 τ は覆工コンクリート表面温度



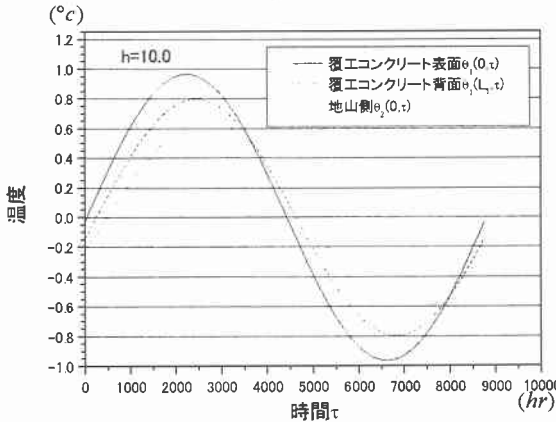
図－2(a) $R = 0.0$ に対する温度履歴



図－2(b) $R = 0.5$ に対する温度履歴



図－2(c) $h = 1.0$ に対する温度履歴



図－2(d) $h = 10.0$ に対する温度履歴

のピーク時の値をとるものとする。

図-3 によると、覆工コンクリート内部の温度分布はほぼ直線の形状を示すことがわかる。また、 L_1 が大きいほど、覆工コンクリート表面と背面との温度差が大きくなることが理解できる。

5. あとがき

本研究は、既設寒冷地道路トンネルにおける断熱材の必要性の有無を判定するため、準定常熱伝導解析に基づいて温度算定式を導出し、トンネルー地山系の温度挙動を示したものである。今後は、熱応力に着目した解析を行う予定である。

参考文献

1) 矢川元基, 宮崎則幸: 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析, サイエンス社 (1991)

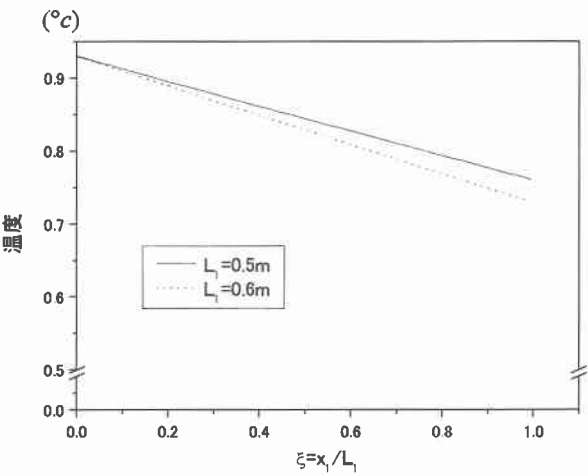


図-3 覆工コンクリート内部の温度分布