

有限要素法を用いた鉄筋コンクリート梁の疲労解析について

Fatigue Analysis of Reinforced Concrete Beam Using Finite Element Method

室蘭工業大学 ○学生員 田中誠一 (Seiichi Tanaka)
 室蘭工業大学 正員 菅田紀之 (Noriyuki Sugata)

1. はじめに

鉄筋コンクリート梁の疲労に関する研究は、主に実験によって行われている。しかしながら、実験による検討には多くの試験体が必要であり、また、多くの時間が必要とされるなどの問題がある。数値解析により検討を行うことができれば、それらの問題が解決される可能性がある。

鉄筋コンクリート部材の疲労を数値解析により検討した例としては、佐藤等によるせん断疲労問題に関する研究¹⁾があり、精度良い結果が得られている。しかしながら、材料非線形性を考慮した計算方法であり、計算時間を多く必要とするものと考えられる。そこで本研究では、2次元有限要素法を用いた線形計算を基本とした解析法の疲労解析への適用性について検討を行った。

2. 解析方法

2.1 概要

本解析プログラムは、載荷および除荷過程において、コンクリートおよび補強材の材料非線形性を考慮しない線形計算を基本としている。ただし、1回目の載荷時においては、コンクリートのひび割れ発生および圧縮破壊の判定を行い、繰返し計算をしている。繰返し載荷による材料の劣化に関しては、載荷時および除荷時の応力状態により損傷度を算定し、その損傷度等により材料の劣化を評価している。材料要素としては、コンクリートおよび鉄筋の他、付着特性を考慮するため付着要素も取り入れている。

2.2 損傷度の評価方法

繰返し載荷による鉄筋コンクリート梁の損傷度の評価には、マイナー則を適用した。これは、ある応力振幅の実繰返し回数 n とそれに対応する疲労寿命 N_f との比で損傷度が表され、このときの損傷度の増分 ΔM_f は、次式で表される。

$$\Delta M_f = \frac{n}{N_f} \quad (1)$$

本解析では、繰返し載荷過程において各サイクルの損傷度の増分(式(1))を累積した累積損傷度を疲労損傷度 M とし、次式で表した。

$$M = \sum \frac{1}{N_f} \quad (2)$$

疲労損傷度が $M=1$ となったとき、疲労破壊が生じるものとする。また、 N_f は各サイクルにおける応力振幅に対応する疲労寿命である。

2.3 コンクリート要素

(1) 損傷度の評価

コンクリートの疲労損傷度を求めるための疲労寿命の算定には、コンクリート標準示方書に示されている最大および最小応力比と疲労寿命の関係式²⁾を用いた。次にそれを示す。

$$\log N_f = 17 \left(1 - \frac{S_{\max} - S_{\min}}{1 - S_{\min}} \right) \quad (3)$$

式(3)を用い各サイクルの応力状態に対する疲労寿命を求めると、次式のようにになる。

$$N_f = 10^{17(1-S)} \quad (4)$$

ただし

$$S = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{1 - S_{\min}}$$

ここで、 $S_{\max}$ および $S_{\min}$ は最大および最小応力比である。式(4)で得られた疲労寿命を式(2)に代入して疲労損傷度を求める。

(2) 弾性係数の低減

図-1は、コンクリートの応力-ひずみ関係の実験

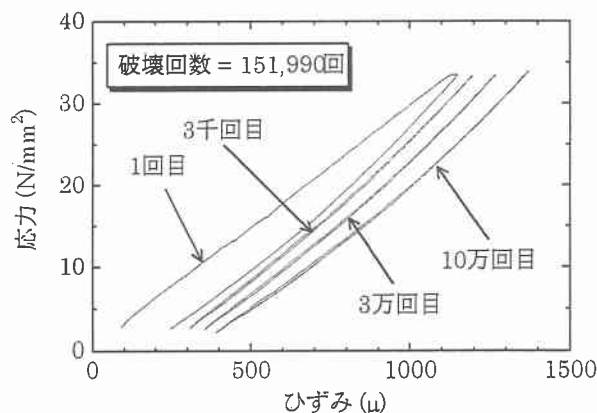


図-1 応力-ひずみ関係

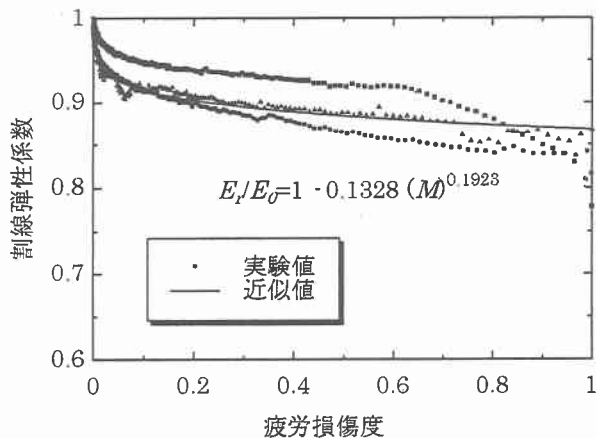


図-2 疲労損傷度と割線弾性係数の関係

結果を示したものである。これよりコンクリートの弾性係数は、荷重の繰返しとともに低下することがわかる。また、残留ひずみが増加することより、載荷時と除荷時において弾性係数が異なるということもわかる。図より材料の非線形性が確認できるが、本解析では線形材料を仮定し繰返し載荷による弾性係数の低下と載荷時および除荷時における弾性係数の変化をモデル化することにより、疲労劣化を表現した。

図-2は、疲労損傷度と除荷時の割線弾性係数の関係を示したものである。点で示しているものが実験結果であり、実線で示しているものが低減式である。この式は、実験結果における弾性係数の平均的な変化を近似したものであり、これを用い除荷時の弾性係数 E_r を算定した。

$$E_r = E_0 (1.0 - 0.1328 M^{0.1923}) \quad (5)$$

ここに、 E_0 は初期弾性係数、 M は疲労損傷度である。

疲労寿命と載荷時および除荷時における弾性係数の差の関係を示すと、図-3のようになる。両対数グラフで表すと直線関係が認められ、次の回帰式を得た。

$$\Delta E = 10^{(3.3504 - 0.89102 \log N_f)} \quad (6)$$

式(6)に式(4)を代入すると次式のようになり、各サイクルに対する応力状態から弾性係数の差を求めることができる。載荷時の弾性係数は式(5)から式(7)の値を除して算定する。

$$\Delta E = 10^{3.3504 - 0.89102 \{1.7(1-S)\}} \quad (7)$$

(3) ひび割れ判定基準

本解析では、各サイクルに対する最大および最小応力状態に、破壊包絡線として提案されている圧縮-引張領域における二羽モデル³⁾、引張-引張領域における青柳・山田モデル³⁾を適用し、最大および最小応力比を求めた。これを用い、式(2)および式(4)により損傷度を算定し、 $M \geq 1$ となった場合にひび割れ発生とし

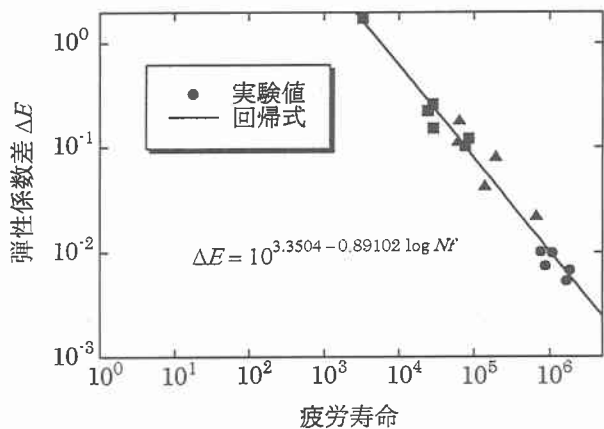


図-3 疲労寿命と弾性係数差の関係

ている。以下に、各領域における最大および最小応力比の算出式を示す。

(i) 圧縮-引張領域

$$\left. \begin{aligned} S_{max} &= \left(\frac{\sigma_{1max}}{f_t} \right)^3 + \left(\frac{\sigma'_{2max}}{f'_c} \right) \\ S_{min} &= \left(\frac{\sigma_{1min}}{f_t} \right)^3 + \left(\frac{\sigma'_{2min}}{f'_c} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(ii) 引張-引張領域

$$\left. \begin{aligned} S_{max} &= \left(\frac{\sigma_{1max}}{f_t} \right) + 0.3 \left(\frac{\sigma_{2max}}{\sigma_{1max}} \right) \\ S_{min} &= \left(\frac{\sigma_{1min}}{f_t} \right) + 0.3 \left(\frac{\sigma_{2min}}{\sigma_{1min}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(4) 圧縮破壊判定基準

圧縮-圧縮領域については、各サイクルにおける最大および最小応力状態での等価応力を求めた³⁾。この等価応力をそれぞれ最大および最小応力比とし、式(2)および式(4)により損傷度を算定し、 $M \geq 1$ となった場合に、圧縮破壊発生としている。以下に最大および最小応力状態における等価応力の算出式を示す。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{max,i} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sigma_{1max,i} + \sigma_{2max,i}) \\ \tau_{max,i} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sigma_{1max,i} - \sigma_{2max,i}) \\ \sigma_{min,i} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sigma_{1min,i} + \sigma_{2min,i}) \\ \tau_{min,i} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sigma_{1min,i} - \sigma_{2min,i}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{\max,i} &= \left[(a\sigma_{\max,i})^2 + (b\tau_{\max,i})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ S_{\min,i} &= \left[(a\sigma_{\min,i})^2 + (b\tau_{\min,i})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし

$$a = \frac{0.6}{f'_c}, \quad b = \frac{1.3}{f'_c}$$

ここで、 $\sigma_{\max,i}$ および $\sigma_{\min,i}$ は最大および最小平均応力、 $\tau_{\max,i}$ および $\tau_{\min,i}$ は最大および最小偏差応力である。

(5) ひび割れ発生後の構成則

ひび割れが発生した場合、ひび割れ方向に局所座標系をとり弾性マトリックス $[D]$ を次式のように表した。

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \quad (12)$$

ただし

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

ここで、 E は弾性係数、 ν はポアソン比、 β はせん断弾性係数の低減係数である。式(12)におけるせん断弾性係数は、ひび割れ面における相対変位等により荷重の繰返しによって低下するものと考えられる。しかしながら、これに関する研究例はなく、鉄筋コンクリート部材として 200 万回荷重が作用した場合、コンクリートのせん断耐力が 50% に低下するという研究結果があるのみである⁴⁾。これを基にして、本解析では次式のように 200 万回載荷時にせん断弾性係数が 50% まで低減するものとした。

$$\beta = 1 - 0.079352106 \log N \quad (13)$$

ここで、 N はサイクル数である。

2.4 鉄筋要素

鉄筋要素については、疲労破断のみを考慮するものとした。疲労損傷度を求めるための疲労寿命の算定には、コンクリート標準示方書に示されている疲労振幅強度と疲労寿命の関係式⁵⁾を用いた。次にそれを示す。

$$f_{sr} = 190 \left(1 - \frac{\sigma_{\min}}{f_u} \right) \frac{10^\alpha}{N_f^k} \quad (14)$$

ただし

$$\alpha = 0.81 - 0.003\phi, \quad k = 0.12$$

ここで、 f_u は引張強度、 ϕ は鉄筋直径である。式(14)

を用いて各サイクルに対応する疲労寿命を求め、コンクリート要素と同様に、損傷度を算定し破断の判定を行っている。鉄筋要素の疲労寿命は、式(14)より次式のようになる。

$$N_f = \left\{ 190 \left(1 - \frac{\sigma_{\min}}{f_u} \right) \frac{10^\alpha}{f_{sr}} \right\}^{\frac{1}{k}} \quad (15)$$

ただし

$$f_{sr} = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

2.5 付着要素

本解析では、繰返し載荷による鉄筋とコンクリートの付着特性の変化を、付着要素のせん断弾性係数の低下という形で表すこととした。付着要素の弾性マトリックス $[D]$ を次式のように定義した。

$$[D] = \begin{bmatrix} E_1 & \nu E_1 & 0 \\ \nu E_1 & E_1 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (16)$$

ただし

$$E_1 = \frac{E}{1-\nu^2}$$

ここで、 E はコンクリートの弾性係数である。式(16)におけるせん断弾性係数は、本研究室の付着疲労の試験結果から次式により低減することとした。

$$G = G_0(1 - 0.9M) \quad (17)$$

ここで、 G_0 は損傷前のせん断弾性係数、 M は疲労損傷度である。

付着要素の損傷度は、最大および最小応力状態におけるせん断応力を用いて次式により疲労寿命を算定し、コンクリート要素と同様に評価した。

$$N_f = 10^{10(1-S)} \quad (1)$$

8)

ただし

$$S = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{f_b - \tau_{\min}}$$

ここで、 f_b は付着強度である。

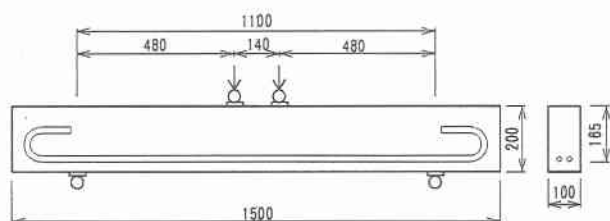
3. 数値計算と結果

3.1 数値解析

本解析手法の妥当性を確認する目的で、解析結果と上田等により提案されたせん断補強鉄筋を持たない鉄筋コンクリート梁のせん断疲労耐力予測式（以下、上田式⁶⁾）を比較することとした。

表－１ 強度および弾性係数

材料	強 度 (N/mm)	弾 性 係 数 (kN/mm)
コンクリート	30.5	18 (1 回目載荷時) 23 (以降)
鉄筋	550.0	200
付着要素	15.0	23



図－４ モデル化したはりの供試体

3.2 解析モデル

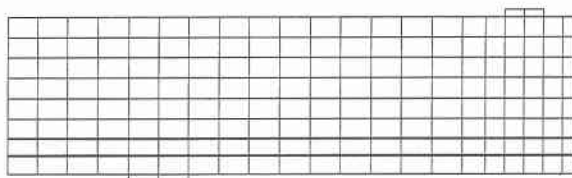
本解析のモデルとした鉄筋コンクリート梁の形状寸法は、図－４に示すとおりである。梁の断面寸法は100×200mm、長さは1500mmである。軸方向鉄筋にはD19を2本使用し、有効高さを165mmとしている。表－１にコンクリートの圧縮強度、鉄筋の引張強度および付着強度と各材料の弾性係数を示す。また、この供試体は左右対称構造であることより、左スパンのみを解析対象とした。解析における要素分割を図－５に示す。

3.3 解析結果

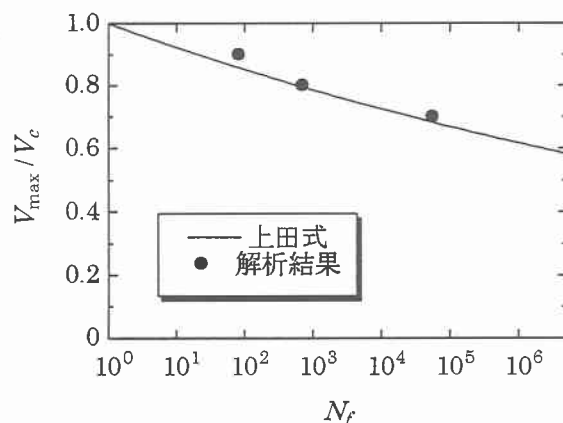
本解析法より求めたせん断耐力 V_c は、35.6kNであった。この値は、1回目の載荷時において梁が破壊した時のせん断力である。解析は最大せん断力 V_{max} をせん断耐力の70%、80%および90%として行った。また、最小せん断耐力は0とした。本解析で比較に用いた上田式を次に示す。

$$\log \left(\frac{V_{max}}{V_c} \right) = -0.036 \log N_f \quad (19)$$

図－６に解析結果および式(19)より求められる結果を比較して示した。 V_{max}/V_c が0.9の場合、上田式によって求まる疲労寿命が19回であるのに対して、解析結果では83回であり、約4倍になっている。しかしながら、 V_{max}/V_c が0.8および0.7の場合は、上田式と解析結果がほぼ等しくなっている。以上より、本解析法はせん断補強鉄筋のない鉄筋コンクリート梁の疲労解析に十分適用可能なものと考えられる。



図－５ 要素分割図



図－６ 解析結果と上田式の比較

4. まとめ

本研究では、有限要素法を用いた線形計算を基本とする疲労解析法を示し、その適用性について検討を行った。その結果、せん断補強鉄筋のない鉄筋コンクリートはりのせん断疲労問題への適用が十分可能であることがわかった。

参考文献

- 1) 水河洋介・佐藤靖彦・上田多門・角田興史雄：有限要素解析を用いた斜めひび割れ発生前におけるRCはりのせん断疲労強度の評価、土木学会北海道支部論文集、Vol.53(A)、pp.540-545、1997
- 2) コンクリート標準示方書【平成8年度版】設計編、土木学会、pp.22-23、1996
- 3) 岡村 甫・前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則、技報堂出版
- 4) H. Okamura, S. A. Farghaly and T. Ueda: Behaviors of Reinforced Concrete Beams with Stirrups Failing in Shear under Fatigue Loading, JSCE, No.308, pp109-122, 1981
- 5) コンクリート標準示方書【平成8年度版】設計編、土木学会、pp.35-36、1996
- 6) 上田多門・岡村甫・S.A.Farghaly・榎本松司：せん断補強鉄筋のないはりのせん断疲労強度、コンクリート工学、Vol.20、No.9、pp.89-98、1982