

海水域における波動場と Grease Ice についての基礎的研究

Study on interaction between wave motion and grease ice in the sea ice area

北見工業大学土木開発工学科 ○学生員 奥村慎也 (Shinya Okumura)
 北見工業大学土木開発工学科 正 員 佐藤幸雄 (Yukio Sato)
 北見工業大学土木開発工学科 榎本浩之 (Hiroyuki Enomoto)

1. はじめに

現在、極海域沿岸地域での石油・天然ガスなどの地下資源開発において、陸上域だけでなく海岸、海洋上での開発が盛んに行われるようになってきた。このような海域での海洋事故による海洋汚染が起こった場合の汚染の把握方法については、人工衛星による追跡が有効であると考えられる。しかし、海水種類の識別、海水下波動場における運動予測が困難な場合が多い。これら問題に関して海水と波動場の相互干渉の解明による海水下の流況予測が重要な課題の一つとなっている。

海水の種類の中で、海水域の生成過程で現れる Grease ice においては、基礎的研究が多く未解明な部分が多い。この Grease ice は水表面の細かな動揺を抑え、波高の減衰作用、また、波長の増減に大きく関連していることが知られている。

Grease ice を、海表面近傍に層を成す粘性流体で考えた場合の波の伝播に関する分散関係式について、Keller¹⁾の研究がある。上層を非圧縮粘性流体、下層を非粘性の非圧縮流体と仮定し、波動場における分散関係式を導き出している。彼らの研究では、波数が自由開海水における波数よりも小さくなっており、Grease ice 中での波長は増加するという結果が得られている。

また、実験的研究では、深海波における Grease ice を伝播する分散関係式についての実験に、Newyear and Martin^{2), 3)}によるものがある。実験では、実際に Grease ice を生成し周波数と波数に関する関係についての研究がされており、周波数 1.0(Hz)~1.6(Hz)の波において波数が自由開海水における波数よりも小さくなるという結果が得られている。

本論では、浅水波領域における Grease Ice を伝播する分散関係式について、実験と理論解析の比較について述べる。はじめに、浅水波領域を仮定した波動場における層厚が薄い Grease ice を伝播する波の波数について実験を行う。

ここで、一般的に Grease ice は生成が困難なため実際の Grease ice の粘性に近い模型氷を使用した。つぎに、Keller¹⁾の粘性2層流モデルに、考えられる物理的応力、境界層を導入し分散関係式を導き実験との比較検討を行う。その結果、浅水波領域における波数について深海波を対象とした Newyear and Martin らとは異なる結果が得られた。

2. 模型氷による実験

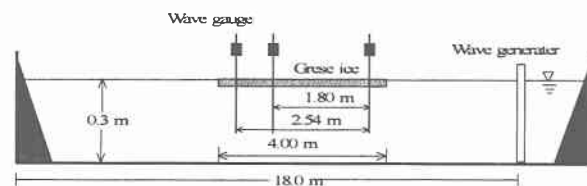
模擬氷実験は図-1に示すとおり、長さ 21m、幅 0.25m、深さ 0.6mの二次元造波水路を使用して行った。まず Grease ice 層下近傍の流れ構造を知るために模擬氷としてポリプロピレン球を使用し、Grease ice 層下近傍に KMnO_4 の染料を使用し流れの状況を調べる。このポリプロピレン

球は直径 3mm、比重 0.98 のプラスチックの球である。

つぎに、波長の測定に使用した模擬氷は、流動パラフィンとワセリンの混合物で、動粘性係数は Newyear and Martin ら (1999) の実験で得られた粘性率に合わせている。

これら模型氷は、水路中央に 4m の長さで配置し、模型氷が移動するのを防ぐために波の透過側に薄いスポンジで波形に影響を与えないように固定している。模型氷厚の影響を検討するため、氷厚が 3cm、1cm で実験を行っている。模型氷内の波数の測定には容量式波高計を使用し、2本の波高計を波が通過するときの波速を、2つの波高計で計測された波形の位相差より測定し、模型氷内平均波数を算定する。入射波の周波数および波高計間隔は、表-1のとおりで、水深は 0.3m とし、各氷厚において各周波数に対する実験を計 6 回行った。

図-1. 実験装置



Experiment	粘性率 (N s/m ²)	模擬氷厚さ(m)	周波数 f (hz)	波高計間隔 (m)
1	24.68	0.01	2.0, 1.75, 1.5, 1.25	2.54
			1.0, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6	1.80
2	24.68	0.03	2.0, 1.75, 1.5, 1.25	2.54
			1.0, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6	1.80

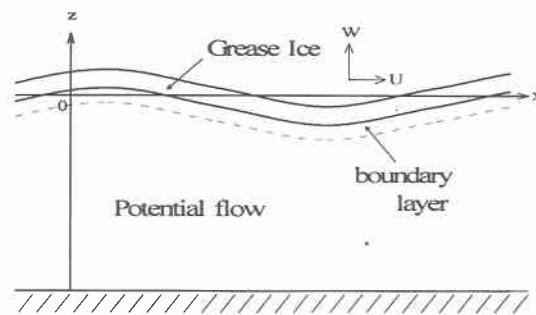
表-1. 実験条件

粘性率の調整はストークスの法則による落球試験により行う。

3. 分散関係式

Keller¹⁾が Grease ice (上層) を粘性流体により覆っている2層流モデルとして得た分散関係式に、表面張力、境界層概念による界面での剪断力を考慮した分散関係式を導く。座標系を図-2のように定義する。

図-2. 座標系の定義



3. 1 基礎方程式

○基本方程式（上層：Grease ice）

上層においては、線形化された Navier-Stokes の運動方程式より導かれた Lamb (1932) の粘性流体に関する方程式、連続の式を使用する。

Grease ice 層内の水平、鉛直流速成分は次式のように定義される

$$U = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (3.5)$$

$$W = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3.6)$$

ここで、速度ポテンシャルを Φ 、流れ関数を Ψ とする。ただし、

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \nu \nabla^2 \Psi \quad (3.7)$$

を満足しなければならない。

速度ポテンシャルと流れ関数を以下のように仮定する。

$$\Phi_g = (Ae^{-kz} + Be^{kz})e^{i(kx - \omega t)} = \varphi_{g(z)} e^{i(kx - \omega t)} \quad (3.8)$$

$$\Psi_g = (Ce^{-\alpha z} + De^{\alpha z})e^{i(kx - \omega t)} = \psi_{g(z)} e^{i(kx - \omega t)} \quad (3.9)$$

ここで、 A, B, C および D は任意の定数で、 α は以下の式で定義される。

$$\alpha^2 = k^2 - \frac{i\omega}{\nu} \quad (3.10)$$

上層での各流速成分および圧力は

$$\begin{aligned} U_g &= u_{g(z)} e^{i(kx - \omega t)} \\ &= [ik(Ae^{-kz} + Be^{kz}) - \alpha(Ce^{-\alpha z} - De^{\alpha z})] e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} W_g &= w_{g(z)} e^{i(kx - \omega t)} \\ &= [-k(Ae^{-kz} - Be^{kz}) - ik(Ce^{-\alpha z} + De^{\alpha z})] e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} P_g &= p_{g(z)} e^{i(kx - \omega t)} \\ &= i\omega \rho (Ae^{-kz} + Be^{kz}) e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

となる。

○基礎方程式（下層：Sea water）

下層においては、線形化されたポテンシャル理論を使用し、底面境界条件には

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -(h + H) \quad (3.14)$$

を使用する。

下層における各流速成分および圧力は

$$\begin{aligned} U &= u_{(z)} e^{i(k_0 x - \omega t)} \\ &= ikE \cosh k(z + h + H) e^{i(k_0 x - \omega t)} \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} W &= w_{(z)} e^{i(k_0 x - \omega t)} \\ &= kE \sinh k(z + h + H) e^{i(k_0 x - \omega t)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} P &= p_{(z)} e^{i(k_0 x - \omega t)} \\ &= i\rho_0 \omega E \cosh k(z + h + H) e^{i(k_0 x - \omega t)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

ただし、

$$E = \frac{2A}{e^{-k(h+\delta+H)}}$$

3. 2 境界条件

○自由表面境界条件

・運動学的条件

$$\frac{\partial \eta_g}{\partial t} = W_{g(0)} \quad (3.18)$$

・力学的条件

$$\mu_g \left(\frac{\partial w_{g(0)}}{\partial x} + \frac{\partial u_{g(0)}}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.19)$$

$$2\nu_g \frac{\partial w_{g(0)}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} p_{g(0)} + \left(g - \frac{1}{\rho} T_1 k^2 \right) a = 0 \quad (3.20)$$

ここで、自由表面における水面変位を

$$\eta_g = a e^{i(kx - \omega t)} \quad (3.21)$$

○界面境界条件

・運動学的条件

$$\frac{\partial \eta_b}{\partial t} = W_{g(-h)} \quad (3.22)$$

$$W_{g(-h)} = W_{(-h)} \quad (3.23)$$

・力学的条件

$$\begin{aligned} \nu_g \left(\frac{\partial w_{g(-h)}}{\partial x} + \frac{\partial u_{g(-h)}}{\partial z} \right) \\ - \frac{\rho_0}{\rho} \nu_b \left(\frac{\partial w_{b(-h)}}{\partial x} + \frac{\partial u_{b(-h)}}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{\rho} \tau \end{aligned} \quad (3.24)$$

ここで、 τ は境界面における剪断応力で、 δ は境界層厚とすると、剪断応力はつぎのようになる

$$\tau = \mu_b \frac{2}{\delta} u_{b(-h-\delta)} \quad (3.25)$$

とする。

$$\begin{aligned} 2 \left(\nu_g - \frac{\rho_0}{\rho} \nu_b \right) \frac{\partial w_{g(-h)}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} (p_{g(-h)} - p_{b(-h)}) \\ + \left[\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) g - \frac{1}{\rho} T_1 k^2 \right] b = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

ここで、界面における水面変位を

$$\eta_b = b e^{i(kx - \omega t)} \quad (3.27)$$

4. 行列式

式 (3.11) - (3.13)、式 (3.15) - (3.17) を境界条件式 (3.18) - (3.26) に代入し A, B, C, D に関する 4 つの連立方程式を得る。

$$2ik^2(A - B) - (\alpha^2 + k^2)(C + D) = 0 \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} (2\nu_g k^2 - i\omega)(A + B) + 2i\nu_g k\alpha(C - D) \\ + \frac{k}{i\omega} \left(g - \frac{1}{\rho} T_1 k^2 \right) (A - B + iC + iD) = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}
& \left(v_g - \frac{\rho_0}{\rho} v_b \right) \left[-ik^2 (Ae^{kh} - Be^{-kh}) + k^2 (Ce^{ah} + De^{-ah}) \right] \\
& + v_g \left[-ik^2 (Ae^{kh} - Be^{-kh}) + \alpha^2 (Ce^{ah} + De^{-ah}) \right] \\
& - \frac{\rho_0}{\rho} \left[ik^2 \sinh k(\delta + H) + \frac{2}{\delta} ik \cosh kH \right] \frac{2A}{e^{-k(h+\delta+H)}} \\
& = 0
\end{aligned}
\tag{4.3}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ 2k^2 \left(v_g - \frac{\rho_0}{\rho} v_b \right) - i\omega \right\} (Ae^{kh} + Be^{-kh}) \\
& + 2ik\alpha \left(v_g - \frac{\rho_0}{\rho} v_b \right) (Ce^{ah} - De^{-ah}) \\
& + \frac{\rho_0}{\rho} i\omega (Ee^{kh} + Fe^{-kh}) \\
& + \frac{k}{i\omega} \left\{ \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) g - \frac{1}{\rho} T_1 k^2 \right\} \\
& \cdot (Ae^{kh} - Be^{-kh} + iCe^{ah} + iDe^{-ah}) \\
& = 0
\end{aligned}
\tag{4.4}$$

・無次元化

各変量について長さ水深 H と速度 $(g/H)^{1/2}$ で無次元化を行う。

$$\begin{aligned}
k &= \hat{k} \hat{H}, h = \hat{h} / \hat{H}, \delta = \delta / \hat{H}, \rho_0 = \hat{\rho} / \hat{\rho}, T = \hat{T} / \hat{\rho} \hat{g} \hat{H}^2 \\
\omega &= \hat{\omega} (\hat{H} / \hat{g})^{1/2}, \hat{\alpha} = (\hat{k}^2 - i\hat{\omega} / \hat{v})^{1/2}, \hat{v}_{g,b} = \sqrt{\hat{g} \hat{H}^3} / R_{g,b}
\end{aligned}
\tag{4.7}$$

行列式は以下ようになる

$$\begin{vmatrix}
2ik^2 & 2ik^2 \\
-ik^2 \left(f_1 + \frac{1}{R_g} \right) e^{kh} - \frac{2i\rho_0 k}{R_b e^{-k(h+\delta+H)}} f_2 & ik^2 \left(f_1 + \frac{1}{R_g} \right) e^{ah} \\
(2f_1 k^2 - i\omega - q) e^{kh} & (2f_1 k^2 - i\omega - q) e^{ah} \\
-\left(\alpha^2 + k^2 \right) & -\left(\alpha^2 + k^2 \right) \\
-\left(\alpha^2 + k^2 \right) e^{ah} & -\left(\alpha^2 + k^2 \right) e^{-ah} \\
\left(k^2 f_1 e^{ah} + \frac{\alpha^2}{R_g} \right) e^{ah} & \left(k^2 f_1 e^{ah} + \frac{\alpha^2}{R_g} \right) e^{-ah} \\
(2ik\alpha f_1 - iq) e^{ah} & (2ik\alpha f_1 - iq) e^{-ah}
\end{vmatrix}
\tag{4.6}$$

ここで、

$$f_1 = \left(\frac{1}{R_g} - \frac{\rho_0}{R_b} \right), \quad f_2 = k \sinh k(\delta + 1) + \frac{2}{\delta} \cosh k$$

以上の行列式について、Newton-Raphson Method を使用し行列式を解くことにより各周波数に対する波数を得る。

5. 結果

ポリプロピレン球を用いた波長の測定実験では、流動パラフィンとワセリンの混合物を用いた場合ほど、明瞭な差異は見られなかった。

模擬氷下の流れ構造を図-3に示す。流れの構造を調べるために染料を流したところ、模擬氷直下において水平流

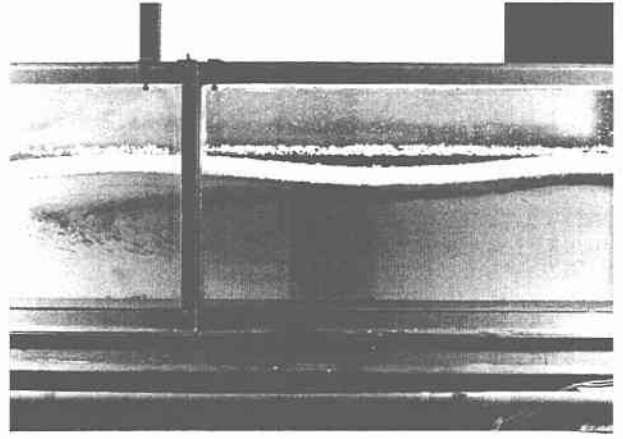


図-3. Grease ice 下層の流況

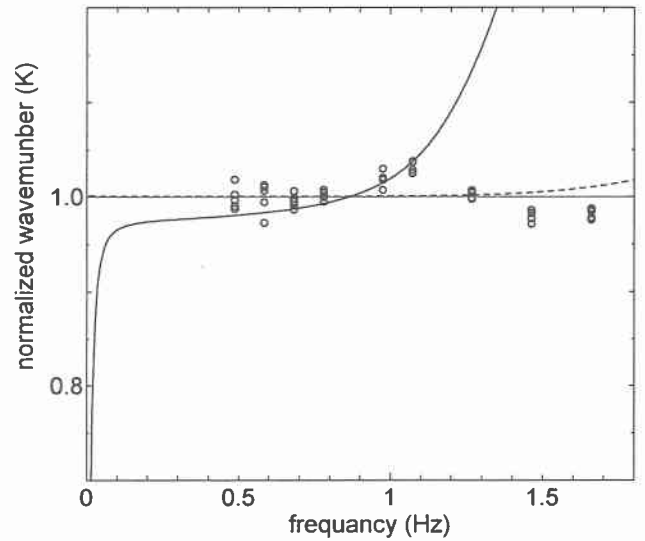


Figure 4. Comparison of laboratory to model predictions for experiment 1; On the panel the dashed curve shows the Keller model; the solid curve shows the modified model. Ice thickness 0.01m.

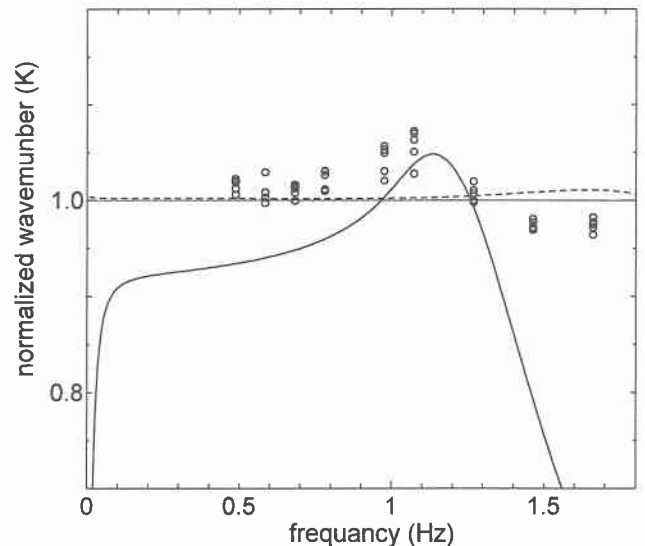


Figure 5. Comparison of laboratory to model predictions for experiment 2; On the panel the dashed curve shows the Keller model; the solid curve shows the modified model. Ice thickness 0.03m.

境界層内で質量輸送が存在することが確認された。また、流動パラフィンとワセリンの混合物においても同様の層が見られた。

つぎに、流動パラフィンとワセリンの混合物による波長の実験結果および分散関係式により得られたグラフを図-4と図-5に示す。図-4と図-5は Grease ice 厚さ $h=0.03\text{m}$ 、 $h=0.01\text{m}$ の実験で $k=1$ は非粘性流体の波の分散関係式を示す。ここで、波数はつぎのように定義する、

$$k = \hat{k} / \hat{k}_0 \quad (5.1)$$

k : 無次元波数、 $\hat{k}$: 実験による波数、 $\hat{k}_0$: 開海水の波数

図-4の、氷厚 1cm の実験では、全体的に開海水の波数に比べ変化は小さいが周波数 1.0(Hz)付近で波数が増加しているのに対しその他の周波数では波数が減少している傾向が見られる。

図-5の、氷厚 3cm の実験においては、周波数 1.1(Hz)付近を最高に周波数 1.25(Hz)以下のところで波数が開海水より増加しているのが見られる。一方、周波数 1.4(Hz)以上の所では波数は減少している。各グラフとも、周波数 1.0(Hz)付近で波数が増加しているのが見られる。

各実験を比べた場合、氷厚が厚い方が波数が増加する傾向が強い。これを波長で考えた場合、最大で 5% 減少していることになる。また、周波数 1.2 (Hz) 以上において、波数の減少に大きな差異は見られない。

実験 1, 2 にフィットする分散関係式を見つけるために、各パラメータ ($\delta, Rg, Rb, Ten1, ten2$) を変化させ一番フィットする際のパラメータを決定する。計算に使用したパラメータを表 2 に載せる。また、破線は Keller らの解析による曲線で、実線は Keller らのモデルに表面張力、界面での剪断力を考慮した本研究のモデルの曲線である。

層厚が 1 cm の場合では、周波数 1.25 (Hz) 以下において Keller モデルがほとんど変動していないのに対し表面張力、境界層を考慮したモデルでは良い一致を示しているが、周波数 1.3 (Hz) 以上においては、実験値の波数が減少するのに対し曲線は単調に増加しているためこの領域での適応は両モデルとも難しいと考えられる。

層厚が 3 cm の場合では、表面張力、境界層を考慮したモデルで周波数 1.3 (Hz) 以下において定量的には難しいが、定性的には表現できている。しかし、両モデルとも周波数 1.4 (Hz) 以上においての適合性は悪い。

表-2. 計算パラメータ

Experiment	δ	Rg	Rb	Ten1	Ten2
1	0.02	50	5000	0.010	-
2	0.05	30	1500	0.009	0.001

6. 結論

本論では、従来の研究ではなされていなかった、Grease Ice の氷厚が薄い場合、また、周波数の小さい場合の実験を行い以下のような結果を得た。

Grease ice の流れ構造について、Grease ice 直下において境界層内で質量輸送が存在することが観測された。この層は Grease Ice 層直下の剪断応力に影響を及ぼすものと考えられる。これは、ポリプロピレン球の粒子自体に結合力が

無く粘性流体のように水平方向の拘束力が働かなかったためと思われる。

氷厚の違いによる波数への影響は、周波数 1 (hz) 以下において顕著に現れることが解った。これは、粘性のおよぼす影響力が氷厚に比例して現れていることによると考えられる。また、周波数 1.25 (hz) 以上で波数の減少にそれほど差異がないのは、波の伝播がある程度の距離を進んだところで完全にゼロになってしまうことによるものと考えられ、氷厚の影響による波の減衰よりも、入射波波長と Grease ice 内の波の伝播距離との関係に大きく依存するものと考えられる。

理論曲線式において、Keller モデルでは効果が現れなかった Grease Ice 層が非情に薄く、周波数が小さい領域について、表面張力、境界層を考慮することによりこれら領域において適応できることが解った。

参考文献

- 1) Keller, J. (1998), "Gravity waves on ice-covered water", J. Geophys. Res., 103, 7663-7669
- 2) Newyear, K. and S. Martin. (1999), "Comparison of laboratory data with a viscous two-layer model of wave propagation in grease ice", J. Geophys. Res., 104, 7837-7840
- 3) Newyear, K. and S. Martin. (1997), "A comparison of theory and laboratory measurements of wave propagation and attenuation in grease ice", J. Geophys. Res., 102, 25,091-25,099