

独立して存在するリング水のサクシオンと保水量の関係

Relationship between the suction of isolated pendular ring and water retention

北見工業大学土木開発工学科 ○正 員 中尾隆志(Takashi Nakao)
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 藤田睦博(Mutsuhiro Fujita)

1. まえがき

著者らは球形モデル法を用いて比較的低含水であるような粒子間の接触部でリング水が独立して存在すると考えられる領域に対し、 $\theta-\phi$ を算定する方法を提案してきた¹⁾。本法は隣接する粒子が完全に接触する部分のみリング水が独立して存在するものとして解析がなされており、土柱法による吸水実験結果と比較してもほぼよく一致する結果を得ているが、詳細に検討を行ったところ、一部実験結果と符合しないことがわかった。

本報告では、著者らが提案している球形モデル法による $\theta-\phi$ 関係算定法のアルゴリズムを改良するため、2球間粒子モデルによる完全接触時のサクシオンと保水量の関係について数値シミュレーションにより検討を行ったものである。

2. 2球間モデルによるサクシオンと保水量の関係

2.1 球形モデル法の概要

本法は粒径分布と間隙率が既知であるとし、最初に任意の土粒子と各粒径を持つ粒子が何個接触しているか推定を行う。次に各接触部分に対し、2球間のサクシオンと保水量の計算が次節に述べる方法により行われる。各接触部の保水量を接触個数倍し、任意の粒子の全保水量が算定される。これら一連の計算はこの任意の粒子と接触している他の全粒子間でサクシオンが初めて0になるまで繰り返し計算がなされる。

2.2 2球間モデルによるサクシオンと保水量

図-1に示される座標系を用い、粒子と水の接触角 ξ を0と仮定すればリング水内と大気間の圧力差は次のLaplace方程式で表される。

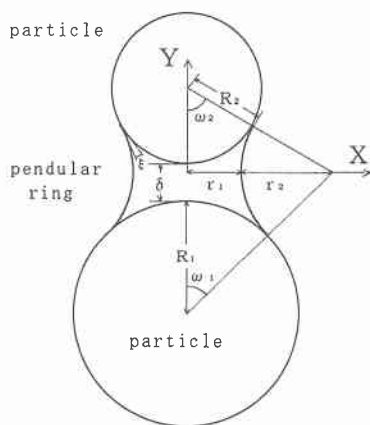


図-1 座標系

$$P_w - P_a = \sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \cdots (1)$$

ここに、 P_w 、 P_a ：それぞれリング水内の圧力と大気圧、 σ ：水と空気の表面張力、 r_1 、 r_2 ：リング水の曲率半径

構成される粒子の粒径範囲が $10^{-3} \text{ mm} \sim 1 \text{ mm}$ の範囲で δ が比較的小さい場合、 δ 間のポテンシャルエネルギー差に比べ、表面張力が卓越するので、重力効果を無視することができる²⁾。したがって、リング水の曲率半径は一定の値を持ち、次式で与えられる。

$$r_1 = R_1 \sin \omega_1 + r_2 (\sin \omega_1 - 1) \quad \cdots (2)$$

$$r_2 = \frac{(R_1 + \delta)(R_{12} + R_2 + \delta) + R_1 [R_1 - 2(R_{12} + \delta) \cos \omega_1]}{2[(R_2 - R_1) + (R_{12} + \delta) \cos \omega_1]} \quad \cdots (3)$$

ここに $R_{12} = R_1 + R_2$

式(1),(2),(3)より明らかに、 $P_w - P_a$ は R_1 、 R_2 および δ

により変化する。また、 r_1 はリング水内の圧力が大気圧より大きくさせるように作用し、逆に r_2 は小さくさせるように作用している。従って、 $r_1 < r_2$ であれば、リング水の圧力は正となり、 $r_1 > r_2$ であれば負となる。当然の事ながら、 $P_w - P_a$ が正であれば、リング水の一部は重力効果により排水され、負であれば保持されることになる。

粒径比 $R = \frac{R_2}{R_1}$ を定義し、 $\delta = 0$ で粒子が完全に接触し

ている場合のみを考えると式(1)~(3)は以下のように変形される。

$$\frac{(P_w - P_a)R_1}{\sigma} = \left(\frac{1}{\Gamma_1} - \frac{1}{\Gamma_2} \right) \quad \cdots (1a)$$

$$\Gamma_1 = \sin \omega_1 + \Gamma_2 (\sin \omega_1 - 1) \quad \cdots (2a)$$

$$\Gamma_2 = \frac{(1+R)(1-\cos \omega_1)}{(R-1) + (1+R) \cos \omega_1} \quad \cdots (3a)$$

一方、リング水が独立して存在する場合、リング水の保水量 (V_w) は図-1を参照してその幾何学的関係から式(4)より求められる。

$$\begin{aligned}
V_w = \pi r_2 \{ & (A^2 + r_2^2)(\cos \omega_1 + \cos \omega_2) \\
& - A r_2 [\sin \phi \cos(\omega_1 - \omega_2) + \pi - \phi] \} \\
& - \frac{\pi}{3} [r_2^3 (\cos^3 \omega_1 + \cos^3 \omega_2) \\
& + R_1^3 (2 + \cos \omega_1)(1 - \cos \omega_1)^2 \\
& + R_2^3 (2 + \cos \omega_2)(1 - \cos \omega_2)^2]
\end{aligned} \quad \cdots (4)$$

ここに, $A = r_1 + r_2$, $\phi = \omega_1 + \omega_2$, $\omega_2 = \sin^{-1} \left(\frac{r_1 + r_2}{R_2 + r_2} \right)$

3. 完全接触時のリング水の圧力変化と保水量

ω_1 によりリング水内の圧力がどのように変化するかを調べるため, R を 0.1~1.0 まで変化させ $P_w - P_a$ の計算を行った. 図-2 は式 (1 a) ~ (3 a) を用いて得られた $R=0.1, 1.0$ の場合の ω_1 とサクシヨンの関係を示している. 図面の関係上省略してあるが等球径である $R=1.0$ の場合と $R \neq 1.0$ 場合では明らかに圧力変化に大きな違いが見られた. $R=1.0$ の場合 ω_1 の増加と共にサクシオンは緩やかに減少し, 最終的には正圧となり, リング水は形成されないが, 異球径粒子同士の接触の場合, わずかな ω_1 の変化に対し圧力変化も増大している. また, $R \neq 1.0$ の場合に圧力がある漸近線を持つように正圧から負圧へ急変する現象が見られた. 著者らは何故このような現象が発生するのか未だ解明できていないが本研究では, 比較的低含水域の吸水過程を対象としているためこのような場合は, ω_1 の小さな領域を採用することとした. 図-3 は上記の規則に従い, サクシオンを形成することができる最大 ω_1 と R の関係を示している. R の増加と共に最大 ω_1 も急激に増加しており, $R=1.0$ の等球径の場合, は 53.13° となる. 最後に, 本規則を用いて, 得られたサクシオンと保水量の関係を図-4 に示す. なお, 保水量 V_w は比較のため, 半径 R_1 の粒子の体積で除して無次元化を行っている. 同一のサクシオンでも R により保水量に大きな違いがあることが分かる.

4. 結論

2つの粒子が完全に接触 ($\delta = 0$) しているとしてサクシオンと保水量の関係について数値シミュレーションにより解析を試みた. 本研究で得られたことを要約すると以下ようになる.

- 1) R が増加すると負圧を形成する ω_1 の範囲は増大する.
- 2) 同一のサクシオンでも R により保水量に大きな違いが見られた. R が大になると保水量も大となる.
- 3) $R=1.0$ と $R \neq 1.0$ の場合では圧力変化に大きな違いが見られた.

以上の知見をもとに現在, 著者の最終目的である低含水域における $\theta - \phi$ 関係推定のモデルを修正中である.

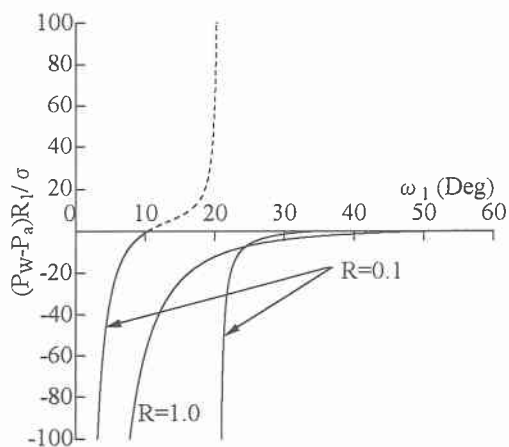


図-2 ω_1 とサクシヨンの関係

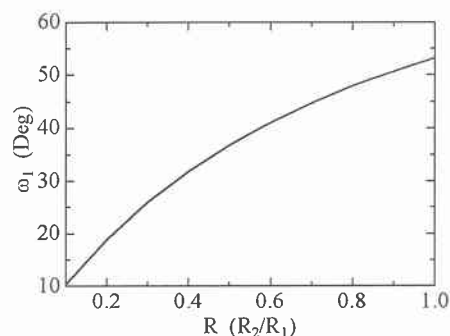


図-3 最大 ω_1 と R の関係

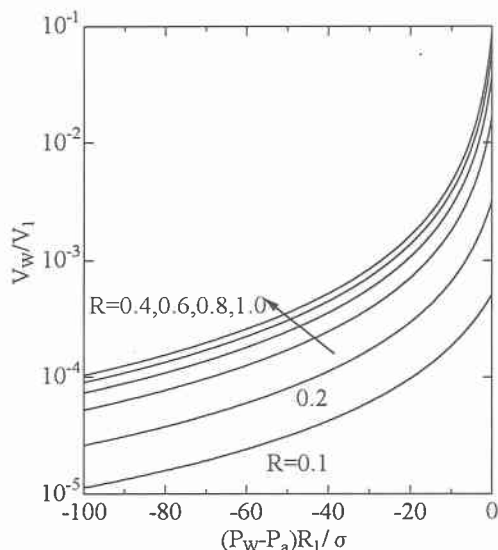


図-4 サクシオン形成時の保水量変化

参考文献

- 1) 中尾隆志, 藤田睦博: 球形モデル法による低含水域における $\theta - \phi$ 関係の推定, 土木学会北海道支部論文報告集, 第 56 号(B), pp.278-281, 2000.
- 2) Orr, F. M., Scriven, L. E. and Rivas A. P.: Pendular rings between solids, Meniscus properties and capillary force. J. Fluid Mech. 67, pp.723-742, 1975.