

2 次遅れ要素を用いた流出解析

Runoff Analysis Based on Second order Delay System

北海道大学工学部

○学生員

谷嶋清重

北海道大学工学研究科環境資源工学教授 フェロー

藤田睦博

1. はじめに

ルアイ・藤田ら¹⁾は制御系において飽和要素やヒステリシス要素などの非線形要素の動特性解析に用いられる等価周波数伝達関数の概念を拡張して、非線形分布定数系流出モデル(Saint-Venant 式とそれから派生する Duffusion Wave 式、Gravity Wave 式、Kinematic Wave 式)の等価周波数伝達関数を求めている。得られた等価周波数伝達関数は基礎式とした分布定数系流出モデルを周波数領域で集中化していると考えられる。ルアイ・藤田らの研究は斜面からの流出に分布定数系流出モデルを適用した結果を示している。しかし、これらの結果を実流域に適用しようとするとは不充分である。すなわち実流域における解析では数多くの斜面からの流出を河道で合成し、下流に流下させるプロセスが必要となる。

一方、W.Surakha and M.Fujita²⁾は山地流域を対象に斜面流出、河道流出に Kinematic Wave 式を適用し、降雨量と流域末端からの流出量間の周波数伝達関数を求めている。この結果はこれまで得られていなかった流域全体にわたる集中化モデルを導出したことを意味している。しかし、斜面や河道の数が多くなると得られた結果も複雑となる。彼らは理論的解析から2次遅れの周波数伝達関数を利用できることを示唆している。

本研究は実流域に2次遅れの周波数伝達関数を適用した結果について報告する。

2. 基礎理論の提示

ルアイ・藤田ら¹⁾は流出系がたとえ非線形であっても線形系と同様な取り扱いが可能であることを示してい

る。したがって流域への入力である降雨量 $r(t)$ と出力である流出量 $q(t)$ が既知であれば $r(t) \sim q(t)$ 間の周波数伝達関数 $Z(j\omega)$ は式(1)で与えられる。

$$Z(j\omega) = \frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} \quad (1)$$

$$Q(j\omega) = \int_0^\infty q(t)e^{j\omega t} dt \quad (2)$$

$$R(j\omega) = \int_0^\infty r(t)e^{j\omega t} dt \quad (3)$$

j : 虚数単位

線形系と相違点は $Z(j\omega)$ が平均降雨量 $\bar{r}$ の関数になっている。これについては原論分を参照されたい。一方、W.Surakha and M.Fujita²⁾が提唱している2次遅れを時間領域で記述すると式(4)となる。

$$f_1 \frac{d^2 q}{dt^2} + f_2 \frac{dq}{dt} + q = r \quad (4)$$

$$q(0) = 0 \quad \left[\frac{dq}{dt} \right]_{t=0} = 0 \quad (5)$$

f_1, f_2 は未知数である。

式(4)の周波数伝達関数 $Z_f(j\omega)$ は次式で与えられる。

$$Z_f(j\omega) = \frac{1}{1 - f_1 \omega^2 + j f_2 \omega} \quad (6)$$

式(6)が式(1)のベクトル軌跡を満足しているならば

$$f_1 = \frac{\text{Im}^2[Z] + \text{Re}^2[Z] - \text{Re}[Z]}{\omega^2 (\text{Im}^2[Z] + \text{Re}^2[Z])} \quad (7)$$

$$f_2 = -\frac{\text{Im}[Z]}{\omega (\text{Im}^2[Z] + \text{Re}^2[Z])} \quad (8)$$

を得られる。

ここで $\text{Re}[Z]$, $\text{Im}[Z]$ は $Z_f(j\omega)$ の実部と虚部を表し

ている。

これらの式をもとに実測資料と式の関係や河川の特
性値などとの関係を見ていく。

3. 実流域における解析

本節では、実流域における実測の降雨、流量資料を用
いて式(4)の係数 f_1, f_2 を同定する手法について述べ
る。図1は湧別川丸瀬布(流域面積 802.0 km^2) の計
算法を示している。

(A) は有効雨量と直接流出高を示している。直接流
出高とはハイドログラフの立ち上がり点と減水部第2
折点を結んで実測流量より求めた。有効雨量は一定の流
出率を乗じることより得た。

(B) は(A) のデータから計算された $Z(j\omega)$ のベク
トル軌跡を示している。高周波数成分を除くこのベクト
ル軌跡は式(6)のベクトル成分に類似している事がわか
る。

(C) (D) は次式で与えられる式(1)のゲイン、時間
遅れを示している。

$$G(\omega) = |Z(j\omega)| \quad (9)$$

$$T_L(\omega) = \angle Z(j\omega) / \omega \quad (10)$$

(E) (F) は式(7)、式(8)を用いて f_1, f_2 を計算し
た結果を示している。式(6)の $Z_f(j\omega)$ が式(1)の $Z(j\omega)$ を
完全に表現しているならば f_1, f_2 は周波数 ω に独立で
あり、(E) (F) の f_1, f_2 は一定値をとるはずである。
しかし(E) (F) は ω とともに変化し、 $Z_f(j\omega)$ は $Z(j\omega)$
を完全には表現していない。

(E) (F) を見ると、 $\omega > 0.2$ の高周波領域では大
きく変化しているが、 $\omega \leq 0.2$ の低周波領域ではその
変動が小さいのに気がつく。

(C) のゲインに示すように $\omega > 0.2$ の範囲では急
激に低下していて f_1, f_2 の同定にはほとんど影響を及
ぼさないと考えられる。

(G) は f_1, f_2 を求めて、
($f_1 = 50.7, f_2 = 18.9$)、式(4)に代入し(A)の有効雨量
を式(7)を用いた計算結果(太実線)と(A)の実測流量
から得られる直接流出量(細実線)を比較したもので
ある。

(H) は f_1, f_2 を求め($f_1 = 68.2$ 、

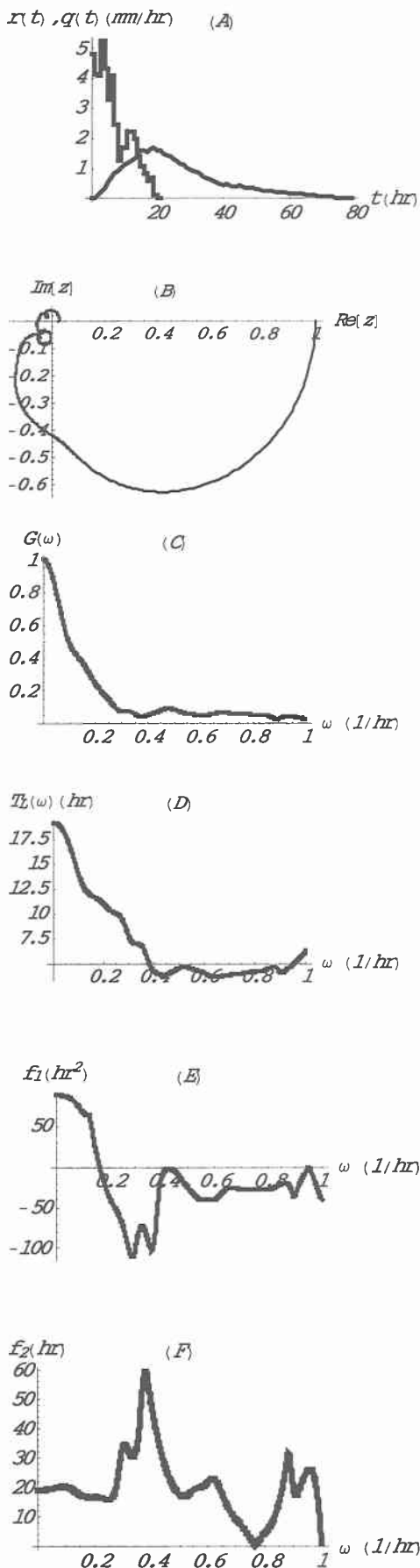


図1-1 1971/10/30 湧別川丸瀬布の計算結果

$f_2 = 20.4$)、(G)と同様に求めた結果と直接流出量を比較したものである。

これより $\omega \leq 0.2$ の範囲では ω を変化させるとそれに伴って f_1, f_2 も変化するが、計算された結果は(G)(H)から分かるように大きく違ってはこない。さらに f_1 は大きく変化してもあまり式(4)の計算結果には影響せず f_2 の変化の方が式(4)の計算結果に影響を与えている。よって、ここでは $\omega \leq 0.2$ の低周波領域のみを考えることとする。低周波領域の代表として $\omega = 0.1$ として計算する。

また、 f_2 は時間と同じ次元、 f_1 は時間の2乗の次元を持つものなので f_2 のほうが求めやすく実流域との関係が強く現れていると考え、 f_2 を求めていくことにする。

4. 実測資料と f_2 の関係

前節で f_2 は時間と同じ次元を持つと述べた。本節では実測資料においてはどの部分に当たるかを検討する。実測資料において時間次元で表されるものはたくさんあるが代表的な時間次元、降雨と流量のピークの時間差に注目して f_2 との関係を調べる。

前節で述べたように計算には有効雨量と直接流出量を用いるので、ここでも有効雨量と直接流出量のピークの時間差を考えることとする。この時間差を T_p とする。

北海道内の河川について、 T_p と f_2 の関係を調べた。その結果をいくつか図2に示す。図2中の直線は T_p と f_2 の分布の傾向を表すものである。

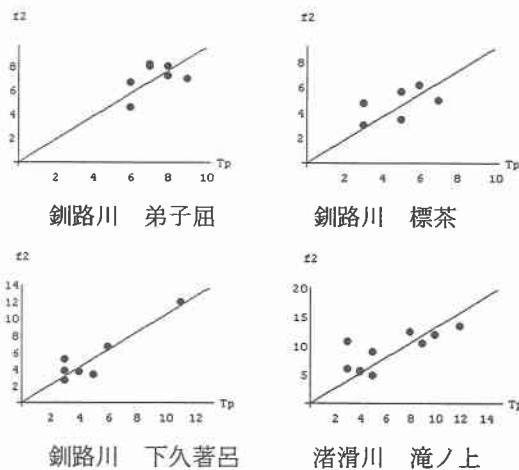
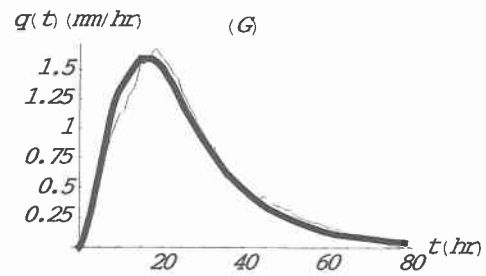
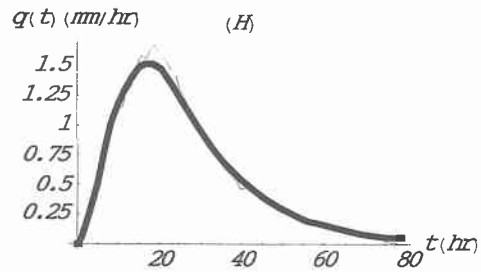


図2-1 T_p と $T_L(0)$ の関係



$$\omega = 0.1 \quad f_1 = 50.7 \quad f_2 = 18.9$$



$$\omega = 0.05 \quad f_1 = 68.2 \quad f_2 = 20.4$$

太線；計算結果 細線；直接流出量

図1-2 1971/10/30 湧別川 丸瀬布の計算結果
(流域面積 802.0 km²)

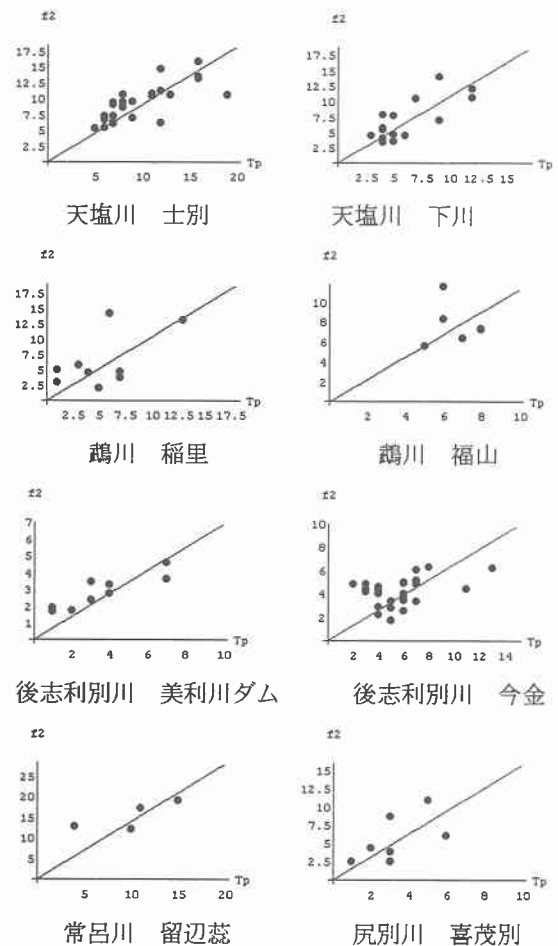


図2-2 T_p と $T_L(0)$ の関係

図2より次のような傾向がみられる。

$$f_2 = K \cdot T_p \tag{19}$$

北海道内の河川を調べた結果の K の値を表1に示す。
この計算結果を考えると $K \approx 1$ ではないかと推測される。

しかし、図3の K と流域面積の関係を見ると流出量は平均雨量や到達時間など他のパラメータもあって一概には言えないが流域面積が大きくなると K も若干大きくなる傾向が見受けられる。

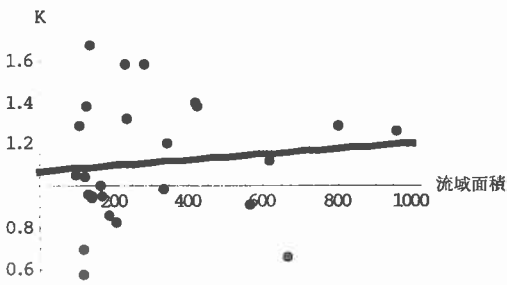


図3 K と流域面積との関係

5. まとめ

本論文は、2 次遅れの方程式の係数 f_2 が時間の次元を持っていることが分かっていることより、実測資料の時間次元との比較を行った。その結果、 f_2 は有効雨量と直接流出量のピークの時間差 T_p と密接な関係が有ることが分かった。

参考文献

1) Luai Hamouda and Mutuhiro Fujita :
Application of the Equivalent Frequency Response Method to nonlinear Runoff system -St.Venant Equations and Related models- :
土木学会論文集（投稿中）
2) W.Surakha and M.fujita :
Lumping Process of Kinematic Wave Model Based on Equivalent Frequency Transfer Function :
土木学会北海道支部論文報告集（第 57 号）2000 年

	K	流域面積 (km ²)
釧路川		
弟子屈	0.964	127.8
標茶	0.913	563.4
当別	1.677	137
下久著呂	1.054	96.6
北斗	1.287	104.3
雪裡	0.951	169.5
幌呂	1.381	127
下オソベツ	0.946	137.6
		流域面積
後志利別川	K	(km ²)
美利川	0.58	114
美利川ダム	0.692	115
花石	0.956	141.5
		流域面積
渚滑川	K	(km ²)
滝ノ上	1.323	233.3
立牛	1.004	163.1
		流域面積
尻別川	K	(km ²)
喜茂別	1.584	230.8
北電喜茂別		
測水所	1.203	342
		流域面積
常呂川	K	(km ²)
置戸	1.384	421.7
上常呂	0.662	664.4
留辺蕊	1.401	417.6
		流域面積
鶴川	K	(km ²)
稲里	1.044	122.7
福山	1.123	616.1
		流域面積
天塩川	K	(km ²)
岩尾内ダム	0.998	331.4
下川サナル	0.824	204.3
サロベツ橋	0.862	186.6
		流域面積
湧別川	K	(km ²)
丸瀬布	1.288	802
遠軽	1.268	958.1
対遠橋	1.585	280.4

表1 各流域のKの値と流域面積