

固定床を含む河床変動計算法

Numerical calculation of bed variation including non-erodible layers

北海道大学工学部 ○学生員 旭 一岳 (Kazutake Asahi)

北海道大学大学院 正 員 清水康行 (Yasuyuki Shimizu)

1. はじめに

現在、数多くの流砂量式の提案により、河床変動計算モデルは1次元から3次元まで様々なモデルとして、ほぼ確立されてきており、数値計算法の発達に伴い、それらのモデルは、河川計画¹⁾における将来河床形状の予測などにおいて有効に活用されている。しかしながら、これらのモデルは、移動床を対象としたモデルであるため、床止め工や露岩区間などの固定床を含んだ河床の流砂の算定および河床形状の将来予測²⁾は正確に行うことができない。実際、床止め工などの河川構造物の周辺で生じやすい局所的洗掘は、その構造物の安全性を脅かす原因となっており、河川計画上の重要な問題となっている。

そこで、本研究では1次元河床変動計算モデルを用いて、河床に存在する固定部が、河床変動におよぼす影響を考慮した数値計算モデルの開発を目指すこととする。

本文では、Struiksmas³⁾によって提案された、固定床上の流砂量を移動床の流砂量に補正係数を設けて算定する方法を紹介し、それを用いて狭窄部・露岩区間を含む石狩川を大まかなフルード相似則で相似した諸定数を基に計算水路を想定し、均一粒径の掃流砂量を用いて河床変動計算を行った。本モデルは、均一砂・掃流砂量で河床変動を行なっているため、実河川への適用には不十分ではあるが、石狩川をモデルとした単純な計算水路では、固定部をうまく考慮したモデルとして有効であると思われる。

2. 基礎式

河床の変化速度に対して流れの変化速度が非常に速いため、一般にこの種の問題は河川流を準定常流として扱う場合が多い。本研究においてもこの立場から流れを準定常流として扱い、また、対象とする現象が流下方向の変化を扱っているため、流れの基礎式は以下に示す1次元定常流の運動方程式とする。

$$\frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \right) + i_e = 0 \quad (1)$$

ここに、 Q は流量、 A は流積、 z_b は河床高、 h は水深、 α はエネルギー補正係数、 i_e はエネルギー勾配、 x は流下方向距離である。 i_e は、 Manning式を用いて以下のように表される。

$$i_e = \frac{n^2 Q^2}{b^2 h^{10/3}} \quad (2)$$

ただし、 n は Manningの粗度係数である。また、移動床上の流砂式には、Mayer-Peter・Müllerの式を用いた。

$$q_b = \beta (\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3} \quad (3)$$

ここに、 q_b は単位幅掃流砂量、 β は係数(Mayer-Peter・Müllerの式では $\beta = 8$)、 τ_* は無次元掃流力、 τ_{*c} は無次元限界掃流力、 s は河床砂の水中比重、 g は重力加速度、 d は砂粒子の粒径である。 τ_* および τ_{*c} は次式より求められる。

$$\tau_* = \frac{hi_e}{sd} \quad (4)$$

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd} \quad (5)$$

ここに、 u_{*c} は限界摩擦速度であり、岩垣の式で求める。

Struiksmas¹⁾は、固定床上での流砂量は、移動床の流砂量より少なくなること注目し、移動床の流砂量の値に次式のように滑らかに0から1の間の値をとるような補正係数を設けることで、固定床の流砂量を求めた。

$$q'_b = \phi q_b \quad (6)$$

$$\phi = \sin \left(\frac{\pi \delta}{2 \delta_a} \right); \quad \delta \leq \delta_a \quad (7)$$

$$\phi = 1; \quad \delta > \delta_a \quad (8)$$

ここで、 q'_b は固定床の流砂量であり、 δ は河床面から固定物までの距離、 δ_a は掃流砂が河床下の固定物の影響を受けなくなる境界の厚さ、即ち、 δ が δ_a より大きい場合には $q'_b = q_b$ となるような厚さである。

図-1は δ および δ_a の定義を図示したものである。図中の z_b は河床高を、また、 z_* は固定物の高さを表している。河床高の時間的変化は、流砂連続の式により計算する。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial (q'_b B)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

ただし、 t は時間、 λ は河床材料の空隙率、 B は河幅である。

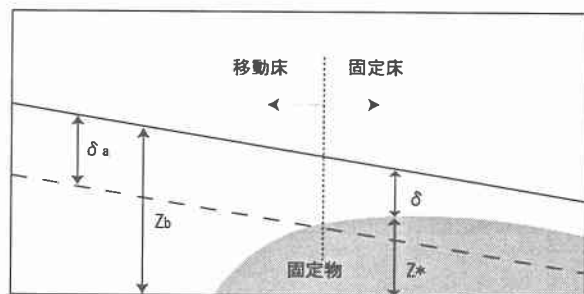


図-1 流砂量補正のための変数定義図

3. 計算条件

1次元河床変動計算法については、さまざまなものが提案されているが、本研究では、流れを常流とし、遷移のない条件で扱っているため、上記の微分方程式を空間的には後進差分・時間的には前進差分として計算を行った。

● 差分の安定条件

微分方程式を差分法を用いて近似解を求めようとする場合、次に示す安定条件を満足しなければならない。本研究では、黒木ら⁴⁾と同様に次式で表される Courant-Friedrichs-Lewy (C.F.L) 条件によって決定される。

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \left(\frac{dt}{dx} \right)_s \quad (10)$$

ここで、 $(dx/dt)_s$ は河床変動の伝播速度であり、(1)式と(9)式および、以下の h と z_b について全微分の式を用いて特性曲線法より求められる。

$$dh = \frac{\partial h}{\partial x} dx + \frac{\partial h}{\partial t} dt \quad (11)$$

$$dz_b = \frac{\partial z_b}{\partial x} dx + \frac{\partial z_b}{\partial t} dt \quad (12)$$

この結果、固定床上での河床変動の伝播速度は次式となる。

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_z = -\frac{1}{(1-\lambda)(1-F_r^2)} \left(\phi \frac{\partial q_b}{\partial h} - \frac{q_b}{\delta_a} \frac{d\phi}{d(\delta/\delta_a)} \frac{\delta}{\delta_a} \frac{d\delta_a}{dh} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \frac{q_b}{\delta_a} \frac{d\phi}{d(\delta/\delta_a)} \quad (13)$$

同様に移動床上での伝播速度を求めると、次式のようになる。

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_z = -\frac{1}{(1-\lambda)(1-F_r^2)} \left(\frac{\partial q_b}{\partial h} \right) \quad (14)$$

ここで、(13) 式と (14) 式を比較すると、明らかに (13) 式の方が大きな値をとっていることが分かる。つまり、これは固定床上の伝播速度の方が移動床上よりも速くなっていることを示している。また、固定床上の伝播速度は、 δ の値によって変化するため、各時間ごとに伝播速度を計算し Δt を変化させるなどして、常に C.F.L の条件を満たすようにして計算しなければならない。極端な場合として固定部が河床上に露出すると伝播速度は無限大となり、理論的には計算不能となるため、砂粒子が通過できる範囲の仮想的な薄い移動層を設けるなどの工夫が必要となる。

4. 計算結果

石狩川には河口から約 130km-150km の区間に神居古澤と呼ばれる山間狭窄部があり、そこは河床および河岸は岩盤が露出した固定床となっている。そこで、本研究では、清水²⁾が行なった石狩川の 1 次元河床変動計算のデータを基に大まかにフルード相似則で近似した計算水路を想定し、定常状態として河床変動計算を行なった。水路は、延長 11.5m、幅 0.2m、勾配 1/500、の直線水路で粒径 0.5mm の均一砂からなっているものとし、移動床水路の中央部には縦断方向に延長 2m の固定部を設け、下流から 4m から 8m の区間で狭窄部を設けた状態を初期状態としている。また、通水流量は $Q = 10.0 \ell/s$ で一定とした。

狭窄部では、河床低下さらには、固定部の前後での洗掘が想定される。しかし、固定部は河床低下せず、通水中は常に一定の位置を保つ結果となるはずである。そこで、この特性を再現可能かどうかを従来のモデルと比較検討するために、従来のモデルによる方法（以下、これを「方法-I」と呼ぶ）、と上記の Struiksm¹⁾による方法（以下、これを「方法-II」と呼ぶ）の 2 種類で計算を行った。

● [方法-I] と [方法-II] による計算結果の比較

図-2 と図-3 は、それぞれ上記の [方法-I] および [方法-II] による計算結果である。ここで、図-3 の [方法-II] による計算においては前述のように固定物が露出した場合には計算不能となるため、仮想的に固定物の上に厚さ 1mm の移動層を設けて計算を行った。また、計算に用いた Δx は、両者ともに 10cm とし、 Δt はそれぞれ計算のタイムステップ毎にすべての計算点で [方法-I] では (14) 式を、[方法-II] では (15) 式を満たすようにしながら計算を行った。

水路幅が上述のように水路下端から 4m から 8m の区間で狭窄区間としているために起こる河床低下は両者ともに良好に再現されているが、固定床の影響を考慮していない [方法-I] の計算法では、固定物を挟るように河床が低下する様子が窺え、低下しないはずの固定部の存在する位置で河床が低下するという計算結果となり、合理的な河床変動の再現とはいえない結果となっている。しかし、[方法-II] による固定床が河床変動へ与える影響を考慮した計算結果図-3 では、[方法-I] と同様に河床低下の様子は窺えるが、河床低下は固定部の上で止まり流砂が常に固定床上を流れている様子をうまく再現できている結果といえる。また、固定床前後で生じやすい洗掘状態もうまく再現できている。これは、Struiksm³⁾によって提案された、移動床上

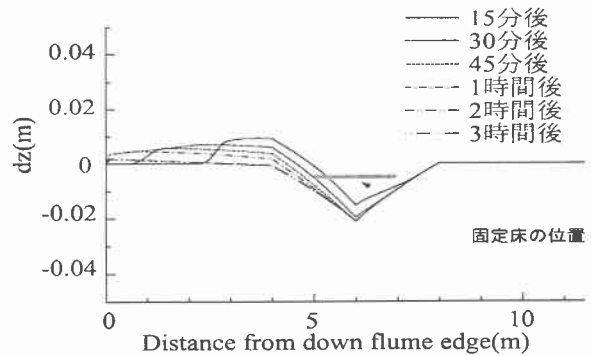


図-2 固定物を考慮しなかった計算結果

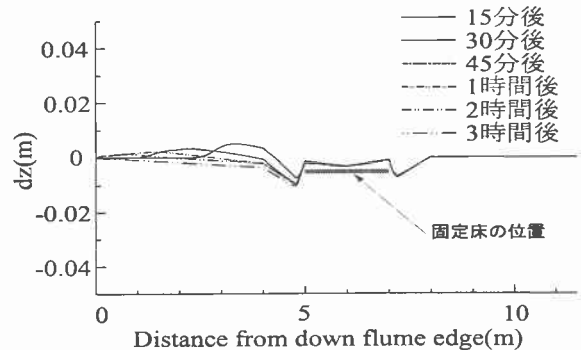


図-3 固定物を考慮した計算結果

の流砂量に補正係数を設けて固定床上の流砂量を算定する方法が、固定床を含む河床変動を扱う上で有効であることを示唆するものである。

5. おわりに

本研究では、固定床を含む河床における河床変動計算モデルの開発を目指し、Struiksm³⁾によって提案された、移動床上の流砂量に補正係数を設けて固定床上の流砂量を算定する手法を用いて、石狩川を想定した狭窄区間で固定床が存在する場合の 1 次元河床変動計算モデルの検討を行った。計算は均一砂・掃流砂によるシュミレーションではあるが、計算結果は今後実河川への適用に十分なものであった。この方法の提案は、河川計画などを行なう場合において河床変動計算をより精度よく行なうためには非常に有効であると思われる。しかし、本研究は計算上での 1 つのモデルの提案にすぎず、また、補正係数の設け方や各パラメータには検討の余地が十分にあるため、固定床の存在する実河川における様々なケースに適用できるモデルの構築を今後の課題としていきたい。

参考文献

- 1) 坊野聡子, 清水康行, 黒木幹男, 藤田睦博, 吉田一義: ダムを含む河川の流砂と河床変動に関する研究, 土木学会論文集, No.656/II-52, pp.61-72, 2000.8.
- 2) 清水康行: 沖積河川の縦断形と河床材料分布形の形成について, 土木学会論文集, No.521/II-32, pp.69-78, 1995.8.
- 3) Struiksm, N: Mathematical Modelling of bed-load transport over non-erodible layers, *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp.89-98, 1999.9.
- 4) 黒木幹男, 岸力, 清水康行: 河床変動の数値計算法に関する研究, 第 17 回自然災害総合シンポジウム論文集, 1980.