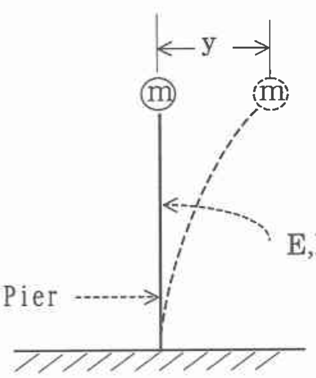
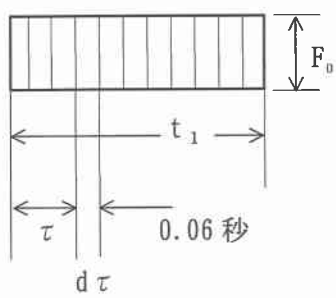
固有振動数の増加と動的外力作用の増加

Increase of natural frequency also producing increase Of impulsive load action.

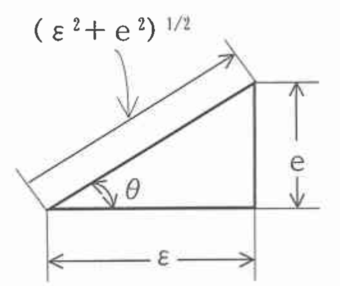
正会員　今 井 芳 雄 (Yosio Imai)



Fixed



動的外力



e と ε の θ

1．前書き

Pier に支えられた質量 m が動的外力 F_0 は 0.06 秒間の作用をうけた後の変位を求める。それは $m\cdot\ddot{y}+ky=0$ の微分方程式の解，$y=y_0\cos wt+v_0\cdot w^{-1}\cdot \sin wt$ から進める。式は time，$t=0$ でその時の変位 y_0，初速 v_0 ならば t 秒後の変位 y を示す。$y_0=0$ であれば第２項だけでよい動的外力を受けるのだからニュートンの運動第２法則，

$F\times t=m\cdot v$ である。この式から

$$v=F\times t\times m^{-1}$$

$F=F_0=\mathrm{constant}$，微小時間$=d\tau$，

得た v を dv とおけば

$$F_0\cdot d\tau=m\times dv$$

$$\therefore\ dv=F_0\cdot d\tau\times m^{-1}$$

τ 秒間作用した後作用の始めから t 秒後の変位

$$y(t)=F_0\cdot d\tau\cdot m^{-1}\times w^{-1}\cdot \sin w(t-\tau)$$

$$=F_0\cdot d\tau\cdot m^{-1}\times w^{-1}\cdot \sin\{wt-w\tau\}$$

$= F_0 \cdot d\tau \cdot m^{-1} \times w^{-1} \{ sinwt \cdot cosw\tau$

$- coswt \cdot sinw\tau \}$

$d\tau$をoからt_1まで積分するtは自変数τに対し常数である。

$= (mw)^{-1} \times F_0 \, [sinwt \cdot \int_0^{t_1} cosw\tau \; d\tau -$

$coswt \int_0^{t_1} sinw\tau \cdot d\tau]$

$= (m \cdot w)^{-1} \times F_0 \, [sinwt \times (w^{-1} \cdot \underbrace{sinwt_1}_{\varepsilon}) -$

$coswt \cdot w^{-1} \underbrace{(1 - coswt_1)}_{e}]$

$(\varepsilon^2 + e^2)^{1/2}$を作れば$\varepsilon$，eを2辺とする直角三角形の斜辺となる。

$\varepsilon \times (\varepsilon^2 + e^2)^{-1/2} = \cos\theta$

$e \times (\varepsilon^2 + e^2)^{-1/2} = \sin\theta$

従って $y(t) = m^{-1} \cdot w^{-2} \times F_0 \times (\varepsilon^2 + e^2)^{1/2}$

$\times [sinwt \cdot \cos\theta - coswt \cdot \sin\theta]$

ここで $(\varepsilon^2 + e^2)^{1/2} = \varepsilon \cdot (\cos\theta)^{-1}$

$\therefore y(t) = m^{-1} \cdot w^{-2} \times \varepsilon (\cos\theta)^{-1} \times [sinw \cdot$

$(t - \theta)]$

θを求めるため $\tan\theta = e \times \varepsilon^{-1} =$

$(1 - coswt_1)(sincot_1)^{-1}$

$w = 6 (radian \cdot sec^{-1})$

$t_1 = 0.06 sec$ならば

$w^{-2} = 6^{-2} = 0.0278$

$\varepsilon = siwt_1 = 0.3522$

$(\cos\theta)^{-1} = (0.984)^{-1}$

$\sin(wt_1 - \theta) = \sin(0.36 - 0.18) = 0.18$

$F_0 \times m^{-1} \times w^{-2} [\varepsilon (\cos)^{-1} \times \{ \sin \times (wt_1 - \theta) \}] = F_0 \times m^{-1} \times 0.00179$

$\tan\theta = e \times \varepsilon^{-1} = (1 - coswt_1) \times (sinwt_1)^{-1}$

$= \{ 1 - \cos(6 \times 0.06) \} \{ \sin(0.36) \}^{-1}$

$= 0.182 \qquad \therefore \theta = 0.18$ radian

変位 $y(t) \equiv S_D$ とおけば加速度$\equiv w^2 \cdot S_D = S_A$

$t = t_1 = 0.06$秒としS_D，S_Aの係数

表－1　　$w = radian \cdot sec^{-1}$

w	$w^{-2} [\varepsilon (\cos\theta)^{-1} \times \{ \sin(wt_1 - \theta) \}] = S_D$
3	0.001794
6	0.001790
8	0.001766
18	0.001595
31	0.001337
40	0.001086
50	0.000794
62.137	0.000475

w	$[\varepsilon \cdot (1-\cos\theta)^{-1} \times \{\sin(wt_1-\theta)\}] = S_A$
3	0.01615
6	0.0644
8	0.1130
18	0.5167
31	1.285
40	1.7371
50	1.985
62.137	1.834

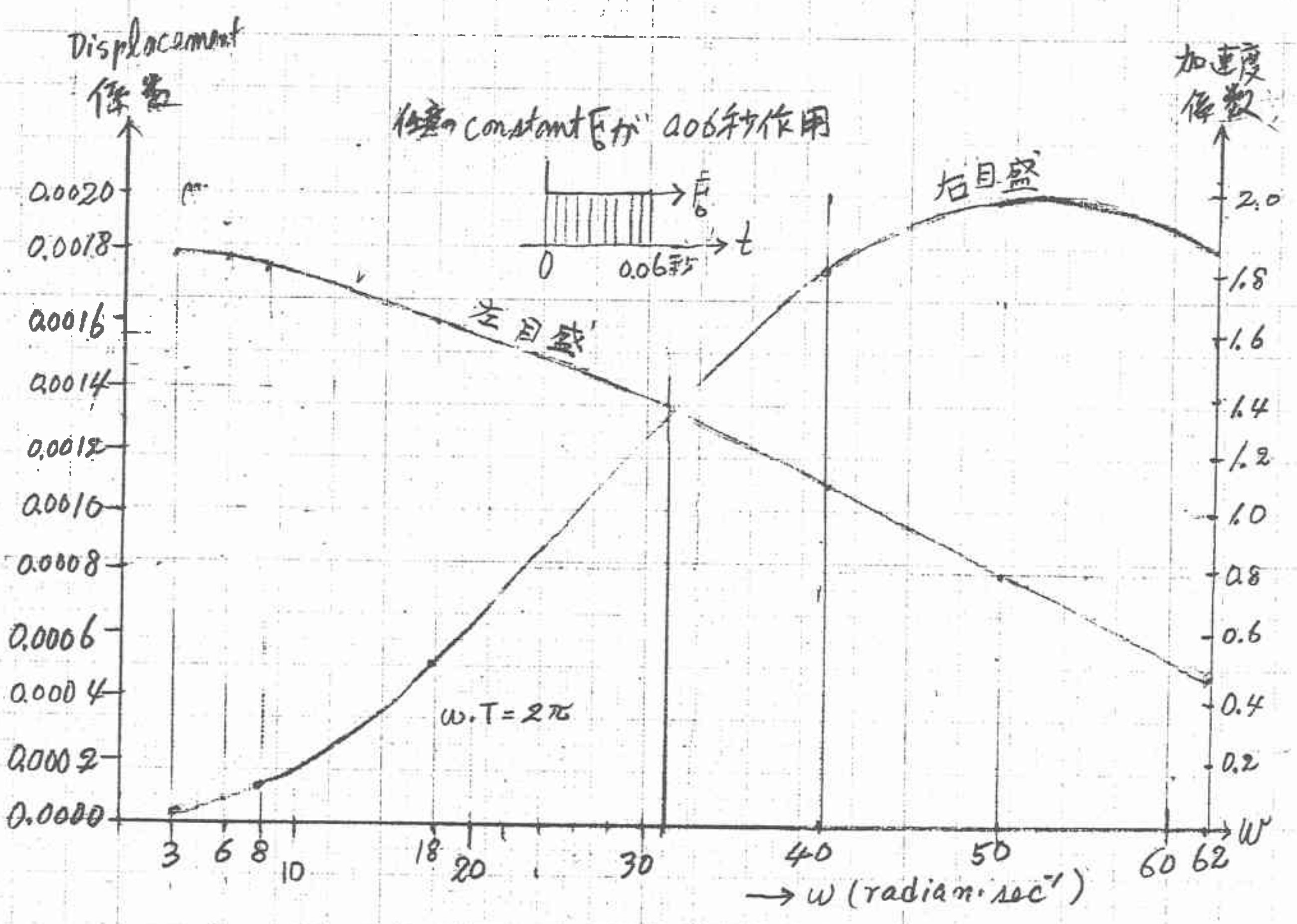
2．結言

計算例と解析によって構造物の受ける地震力は、構造物の固有振動数 w（radian· sec^{-1}）と Ground motion の１つの Patern を F_0 と作用時間 t_1 とすると変位と加速度の相互関係が定量的に求まった。moment inertiaI と moduluse elastistyE，支持する質量 m を先ず求めておかねばならぬ。これらによって弾性常数（spring constant） k＝力×（変位)$^{-1}$が定まる。 $w = radian \cdot sec^{-1} = \{k \cdot m^{-1}\}^{1/2}$ がきまる。

動的外力 F_0 と作用時間 $t_1 = 0.06$ 秒で構造物の受ける力は構造物の固有振動数 w の関数として求め得た。想定した動的外力で構造物が耐え得られないならば補強する。補強によって固有振動数 w（radian·sec^{-1}）に変化が生ずる。このため地震の作用力も増加する。解析的にはそうであるが $w = \{k \cdot m^{-1}\}^{1/2} = k^{1/2} \times m^{1/2}$ であるから、w が２倍になることは、k が４倍になることである。構造物の受ける加速度もこれと同じか、これ以上の倍数になる。

static に弾性常数 k がきまるから static に構造物の耐荷力が先ずきまる。これに見合う impulsive 力 F_0 を求めるのが順序の様に思える。動的外力たる地震力を先に定めなければならないわけだが、補強してもやはり危いおそれがあるからである。S_D, S_A の係数をグラフで示す。

(2000.10.14)


Displacement
係数
加速度
係数
位置のconstant F0が 0.06秒作用
F0
t
0
0.06秒
左目盛
右目盛
ω.T = 2π
0.0020
0.0018
0.0016
0.0014
0.0012
0.0010
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0.0000
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
3
6
8
10
18
20
30
40
50
60
62
W
→ ω (radian·sec⁻¹)