

IV-25

フラクタル解析を活用した軌道狂いの平坦性評価

北海道旅客鉄道(株) ○正員 白川 龍生
北見工業大学工学部 正員 川村 彰

1・はじめに

鉄道線路における軌道狂いは、営業線において不可避的に生ずるものである。この特性については、軌道構造・列車荷重・保守作業のバランスで決定される。

従来軌道狂いは、主としてその大きさ及び発生箇所数を中心とした保守対策の議論がなされてきた。しかし近年の速度向上施策に伴い、この2点だけでは軌道上を走行する車両の走行安全及び乗り心地について評価するのは困難となったため、これに加えて波長特性を一層重要視するようになった。

波長特性の評価については、一般にパワースペクトル密度 (Power Spectral Density ; 以下、PSDとする) による解析手法を標準として用いる。PSD解析により、一定区間が有する波長の統計的性質を理解することが可能となる。

本研究は、PSD解析結果において、軌道波形の勾配が空間周波数 f の β 乗傾きを保っている点に着目し、これを軌道の平坦性評価へ活用する方法について検討を行った。その結果、近年話題を集めているフラクタル幾何学がPSD解析と密接な関係を示していたことが判明した。また本研究により、フラクタル解析が軌道狂いの標準偏差とも相関関係が強いことも明らかとなったことから、PSD及び標準偏差に代替し得る新たな平坦性評価手法としての可能性を示唆した。

加えて従来のPSD解析では困難であった局所的な自己相似性の評価について、その視覚的な理解度が高いとされる連続Wavelet解析を実施し、その有用性を確認したので、併せてここに報告することとする。

2・フラクタル解析について

フラクタルとは非線形力学系を扱う理論であり、自己相似性 (任意の部分を拡大すると、元と同形になる性質) を持ち不規則な形状を有する図形について、非整数次元 (フラクタル次元) で表示する幾何学のことをいう。フラクタル次元により、複雑さを示す図形を定量化することが可能となる。

ここで全体の構造を分割し、分割されたそれぞれの差し渡しが全体の $1/a$ となるようにしたとき、各々の部分が全体と統計的に相似であり、それらの個数が平均 b 個であるとき、全体の構造のフラクタル次元は式(1)によって与えられる。

$$D = 1 \log_a b \quad \dots \dots \dots (1)$$

図-1に示す図形はコッホ曲線と呼ばれるフラクタル図形である。この図形は長さ3の直線の中央を正三角形形状に膨らませ、長さ4の折れ線にするといった過程を繰り返したものであり、自己相似性を有する。図-1のフラクタル次元は、式(1)に代入すると、

$$D = 1 \log_3 4 \approx 1.26$$

と非整数の値が求まる。この1.26次元とは、複雑に入り組んだ線であり1次元の単純な線よりは大きな値の次元を持つが、面を埋め尽くすほどではないので2より小さいと解釈することができる。

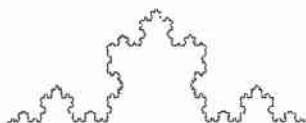


図-1 コッホ曲線

自然界には、河川や海岸線、木の樹形のように複雑で不規則な形態を有するものが数多く見受けられるが、これらは典型的なフラクタルの例である。

またフラクタル図形の特徴としては、分布が両対数グラフでの勾配が直線的になり、数式で表現すると関数型がいつまでもべき乗となる点である。つまり勾配の傾きにより分布を定量的に特徴付けることが可能となる。これは軌道狂いの波長特性を把握するため用いているPSD解析との相関が高いことを意味する。

ところでフラクタル解析手法としては、1)粗視化の度合いを変える方法、2)測度の関係により求める方法、3)相関関数により求める方法、4)分布関数により求める方法、5)スペクトルにより求める方法、が挙げられる。この中で軌道狂いは空間変動で捉えることができるため、3)の方法が適当と考えられる。本研究ではフラクタル図形の特徴である、空間変動が非整数ブラウン運動に従うという性質を用いる。

Evaluation on the Evenness of Railway Track by use of the Fractal Analysis
By Tatsuo Shirakawa and Akira Kawamura

非整数ブラウン運動 (Fractional Brownian motion) はマンデルブロー (Mandelbrot, B.B.) により提案された、不規則な運動として知られるブラウン運動の概念を拡張したものである。これにより、山や雲等の自然界で見られる不規則な形状を表現することが可能となる。

非ブラウン運動 $B_H(x)$ では、空間変動を非整数回微積分 (ブラウン運動は1回の微積分) することにより激しい変動から滑らかな変動までを連続的に得ることができ、軌道狂いの形状変化を近似的に表現することが可能となる。ここで $B_H(x)$ は式(2)により定義される。

$$B_H(x) = I^{H-1/2}(B(x)) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、
 x : 変数
 I : 積分演算子で指数は積分の回数
 H : ハースト指数 (Hurst exponent) で、 $0 < H < 1$ である。

$B_H(x)$ は、 $H=1/2$ の時 $I = 1$ となりブラウン運動となり、 H の増加とともに微積分回数が増加し滑らかになる。さらに H はフラクタル次元 D と次の関係にある。

$$D = E_u - H + 1 \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 E_u : 位相次元 (本研究では $E_u=1$)

また時系列の不規則な変動はノイズと呼ばれるが、PSD解析で得られる $S(f)$ でその特性が表現される。PSDが次の f の指数関数で表されるとき、次式が得られる。

$$S(f) \propto f^\beta \dots\dots\dots (4)$$

ここで F の指数 β (勾配) は変動の激しさを表現するもので、 $\beta=0$ のとき勾配が0となる。また $\beta=-1$ の時には一般に $1/f$ 雑音と呼ばれ、自然界によく認められる変動となる。 β は H との間に次の関係が成立つ。

$$\beta = 2H - 1 \dots\dots\dots (5)$$

以上より、式(3)及び式(5)の関係からPSD解析で得られた勾配 β よりフラクタル次元 D を算出することが可能であり、式(5)を式(3)へ代入した次式(6)にて求める。

$$\beta = 2E_u - 2D + 3 \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 E_u : 位相次元 (本研究では $E_u=1$) である。

3・軌道狂いのフラクタル解析

本研究では、軌道保守作業の大半を占める高低狂いについて、従来より実施されている PSD 解析を行い、これにより軌道狂いをフラクタルによって評価する。

図-2 及び図-3 に軌道狂い (高低狂い) の PSD 解析結果を示す。

この区間は平成 11 年度にロングレール交換を実施した箇所であり、図-2 が施工前 (25m レール) の軌道状態を、図-3 が施工後 (ロングレール : 継目のない構造) の軌道状態を示している。

図-2 では、累乗近似による回帰式 f の勾配は $\beta = -1.68$ となった。式(6)よりフラクタル次元 D を計算すると、 $D = 1.66$ と求まる。この $D = 1.66$ という次元は直線に比べはるかに複雑であり、平面を充填する面的な形状であることを示す。

次に図-3 では $\beta = -1.84$ となりフラクタル次元は $D = 1.58$ と算出された。図-2 に比べ累乗近似曲線の勾配角が急になっているため、 β の値が大きくなり、その結果式(6)より求まる D の値が小さくなっている。これは、ロングレール化により継目に生じる落ち込み等の凹凸が除去されたため、軌道が平坦となったことを意味している。

また相関係数については、施工前の図-2 が $R^2 = 0.57$ であったのに比べ、施工後の図-3 では $R^2 = 0.64$ と高くなっており、この点からも平坦性が増していることが分かる。

上記と同様の方法で、根室本線 (3 級線) におけるフラクタル次元を算出した。測定データは定尺 25m レール使用区間の高低狂い (各 128m) を用い、10 箇所任意抽出し

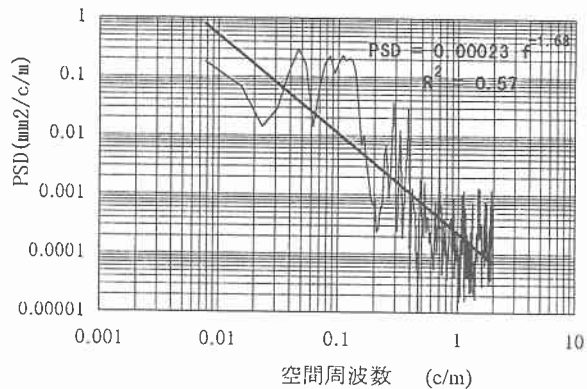


図-2 高低狂いの PSD 解析結果 (ロングレール施工前)

したデータについて平均値を取り PSD 解析を行った。この結果を図-4 に示す。

図-4 では相関係数が $R^2 = 0.85$ と良好な値を示しており、根室本線における定尺 25m レール区間では概ね $\beta = -1.7$ 前後で、そのフラクタル次元は $D = 1.5 \sim 1.7$ の範囲に収束することが明らかになった。また図-4 のデータを用いてフラクタル次元 D と標準偏差 σ の関係を求めたのが図-5 である。これによると、フラクタル次元と標準偏差の回帰式は 1 次式の関係があり、 D が高くなる（複雑性を増す）と、 σ は比例して増加する事を示している。 $R^2 = 0.82$ と相関についても高い値を示していることから、フラクタル次元が従来からの評価指標の一つである標準偏差に代替し得る可能性がある事を理解することができる。

以上要約すると、フラクタル次元の導入により、軌道狂いの平坦性について、従来の PSD 解析及び標準偏差の両者を含有した定量的評価が可能となる。

例えば図-2 及び図-3 で求めたように、工事施工前と施工後の前後比較を行うような場合、そのフラクタル次元がどの程度変化したのかを求めることにより、平坦化の程度について、従来の評価手法より効率的かつ定量的な評価を行えるものと考えられる。将来的には、さらに考え方を拡張して、線区別修繕費の運用計画や MTT（マルチプルタイタンパー：保線用道床総つき固め機械）投入計画、経年劣化による部材の交換計画等で活用が期待される。

現段階ではまだ適用例が少ないため、今後様々な線区においてフラクタル次元を算出し、車両に与える影響（保安上・乗り心地など）を軽減するための軌道整備の範囲を定めたフラクタル指標などを算出する必要がある。

4・連続Wavelet解析による

フラクタル性の評価

本研究では軌道狂いのフラクタル解析について、比較的大域な範囲の解析を行ってきたが、近年注目を集めている連続Wavelet解析が局所的な自己相似性について評価を行うのに適することが明らかとなったことからここに軌道狂いの連続Wavelet解析結果を報告することとする。

Wavelet解析は、測定データに含まれる異常性の検出、その位置の同定、あるいはデータの標準化など、その応用範囲は理論から実際まで多岐にわたっており、現在最も注目を集めている分野の一つである。

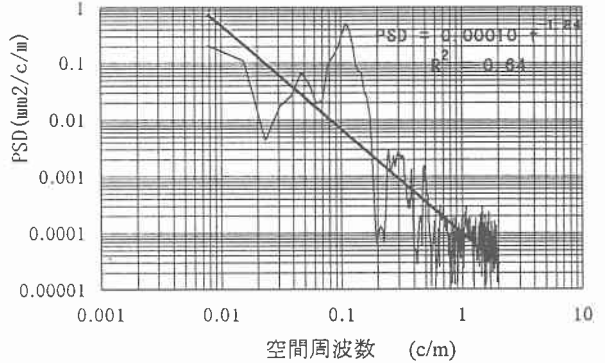


図-3 高低狂いの PSD 解析結果
(ロングレール施工後)

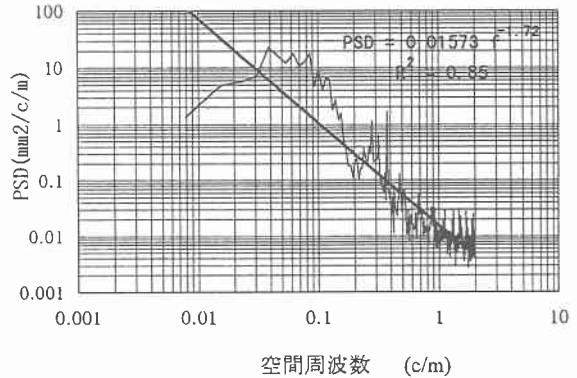


図-4 高低狂いの PSD 解析結果
(根室本線 定尺区間平均)

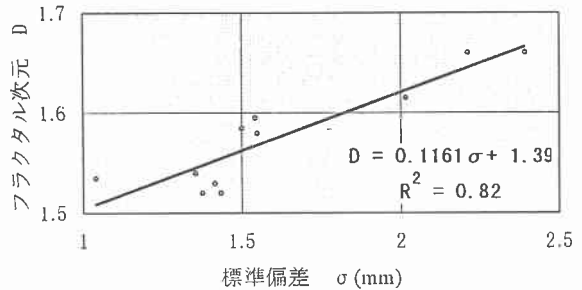


図-5 フラクタル次元 D と標準偏差 σ の相関関係
(根室本線 定尺区間平均)

Waveletとは信号を形成する細波を表現する様々な関数の使われ方に関連した呼称であり、関数 $f(x)$ から局所的成分をその形に合わせて取り出すときの最小単位として用いられる。Wavelet解析はその解析用途別に連続Wavelet解析と離散Wavelet解析に大別される。前者は信号の特性（パターン）を導出する場合などに、後者は信号のノイズ除去や異なる性質を持つ信号の分離・比較を行う場合などに用いられる。本研究は前者の連続Wavelet解析を扱う。連続Wavelet変換は下記の(7)式で定義される。

$$(W_{\psi} f)(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) f(x) dx \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、Waveletはそのままの形で、横に a 倍トランスレートされ、 b だけトランスレートされて信号の部分近似する。信号は位置 b 付近で局所的に周波数 $1/a$ を有しており、これを周波数の大きさ別に信号平面へプロットすることで信号の局所的な周波数成分を検出することができる。

本研究では、図-2及び図-3で扱ったロングレール交換の施工前後比較を連続Wavelet解析により評価を行った。解析結果を以下図-6、図-7に示す。

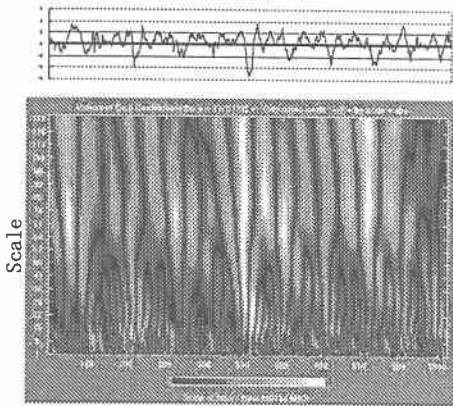


図-6 高低狂いの連続 Wavelet 解析結果
(ロングレール交換 施工前)

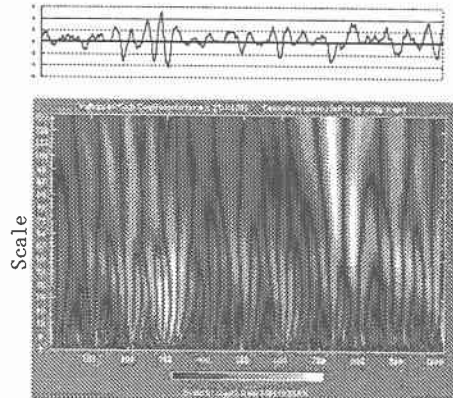


図-7 高低狂いの連続 Wavelet 解析結果
(ロングレール交換 施工後)

図-6、図-7において、値の大きさと位相をそれぞれ明暗と色相によって描いている。明るいほど振幅の大きい事を示す。同じ明るさから形成されている等高線により輪が出現している中に、また同様の輪が出現するというように、フラクタル（自己相似性）の性質が確認できる。施工前に比べ、施工後は振幅が小さくなり、スケール（解像度）が大きい部分まで自己相似形状が確認され、全体にパワーのむらが少なくなり平坦性が増していることが確認される。

5・まとめ

軌道狂いの平坦性評価にフラクタル解析を応用した例は極めて少なく、今回の研究範囲では解明されていない点はまだ数多く存在している。本研究では、フラクタル解析が従来の解析手法と相性が良く、今後幅広い応用が期待できることが明らかになったことから、今後、フラクタル評価指標の整備を中心に幅広く取り組んでいきたい。最後に、データ解析にあたり北海道旅客鉄道（株）工務部保線課 橋場孝幸氏、森英義氏の協力を得た。ここに記して感謝の意を表する。

6・参考文献

- 1) 小川、阿部：舗装の縦断凹凸のフラクタルによる評価（1994）、土木学会論文集 No. 490/V-28, 135-141
- 2) 小川、清原、阿部：舗装を主体とする街路景観のフラクタル解析（1995）、土木学会論文集 No. 520/V-28, 135-141
- 3) 川村、姫野、藤原、秋本：ウェーブレット解析の路面評価問題への適用性について（1997）、舗装工学論文集 2巻, 23-28
- 4) 武者：ゆらぎの世界（1980）、講談社
- 5) 佐藤：新軌道力学（1997）、鉄道現業社
- 6) 佐藤、梅原：線路工学（1987）、日本鉄道施設協会