

II-62

河床波上の浮遊砂の数値計算

北海道大学工学部 学生員 中山 卓

北海道大学工学部 正会員 清水 康行

開発土木研究所 正会員 井出 康朗

フロリダ州立大学 マーク・シュメックリー

1. はじめに

移動床流れにおいては、流水と流砂の相互作用の結果として河床砂礫の特性と水深、流速などの水理条件に応じて各種の河床が形成され、移動床流れの流水抵抗、流砂量、河床変動に支配的な影響を与える。この河床形態の形成過程は極めて複雑な現象であるため、現在まで多くの実験的、解析的研究^{1,2)}が重ねられてきているが、まだ多くの問題が残されている。本研究は河床波が存在する条件下における浮遊砂量の予測を最終目的とするものであるが、本論文はその第1歩として2次元河床波上の流れと浮遊砂量分布を直接計算するモデルについて述べるものである。河床波上の流れの計算は非定常2次元(流下方向と鉛直方向)および3次元モデルを用いて行われ、計算の結果得られた時間平均流速分布および乱流特性量は、同じ条件で行われた固定床上的実験結果と比較される。この結果、時間平均流速は2次元モデルも3次元モデルも実験結果と良好な一致が見られるが、河床形状は2次元であっても、河床波のクレストから発生する剥離渦に起因する乱れは3次元的な広がりをもつため、3次元モデルによってのみ再現可能であることが示される。さらに、流れの計算結果を用いて流水中に浮遊砂粒子を置いた場合の、個々の浮遊砂粒子の軌跡を追跡する計算を2次元および3次元で実施し、その時間平均濃度分布を算出する。この結果、流れおよび浮遊粒子追跡を3次元で行った場合には理論分布式にほぼ一致する結果が得られることを示す。これに対して、2次元モデルの場合は乱れが2次元平面に規制され、3次元的な広がりが生じないため、理論分布に比べてその適合度が低いことも示される。以上の結果、浮遊砂量の計算を行う場合は、たとえ河床形状が2次元であっても3次元的な扱いが不可欠であることが示唆される。

2. 河床波上の流れの水路実験

実験は全長7m、幅40cmの直線ガラス水路で行われた。実験条件は、平均水深17cm、平均流速30cm/secで、河床には波長80cmの河床波を連続的に設置した。

河床波のクレストの高さは最深部から4cmで、最深部からクレストまではサインカーブ、クレストから最深部までは角度 30° の直線となっている(図-1)。

流速測定は2次元のLDV(Laser-doppler velocimeter)を用いてガラスの側面からおこなわれ、流下方向流速 u と鉛直方向流速 w の同時計測が行われた。計測点数は水路中央部の河床波1波長について行われ、流下方向に31点、水深方向には30点、1個所についてそれぞれ約3分間のデータサンプリングが行われた。

また、流速分布の測定後に粒径0.05mmの浮遊砂を濃度分布がほぼ平衡状態に達するまで投入し、浮遊砂の濃度を高速デジタルカメラで撮影した。

浮遊砂の濃度分布の測定は、図-2に示すように金網に直径3mmの銅製の棒を固定し、その棒の水路の下流側の方に塩化ビニル製のチューブをとりつけ採水ができるような装置とした。これを河床波に対して平行に設置し、クレスト上で採水を行った。河床からの高さにより流速が異なるため、各地点の採水量は流速に比例するように調節した。実験で用いた砂は粒径が0.1mmと0.05mmである。今回は100ℓにつき砂を3.2kg加え、十分混ぜ合わせながら毎分30ℓの割合で供給した。採水後、濾紙を用いて浮遊砂の重量を算出し、体積濃度から濃度分布を求めた。

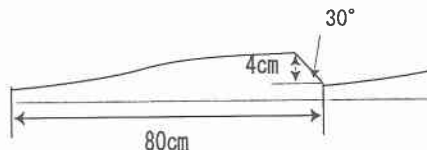


図-1 実験水路に設置された河床波の形状

3. 数値計算の基礎式

流れの計算は2次元および3次元で行い、結果を比較するが、ここでは3次元の計算に用いた基礎式のみを記載する。非圧縮性3次元流れの基礎方程式として以下の式を用いる。(1)は連続の式、(2)、(3)および(4)は

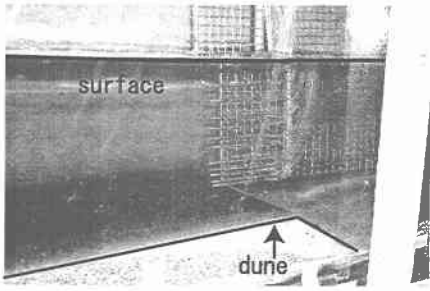


図-2 河床波上の浮遊砂濃度測定実験

Navier-Stokes の式である。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - g \quad (4)$$

ここで、 x, y, z はそれぞれ流下方向、横断方向および鉛直方向に互いに直交する座標軸、 u, v, w は x, y, z 方向の流速、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度、 $P = p/\rho$ (p は圧力、 ρ は水の密度) である。

本論文の計算では河床波上の流れを取り扱うため、底面および水面に沿った境界適合座標を用いる。これにより、境界条件を厳密に定式化できる。なお座標変換の方法は Shimizu ら³⁾と同様とする。なお、上記の3次元の諸式のうち(1)~(3)式で $w = 0$ としたのが2次元計算の基礎式に相当する。

4. 計算方法と計算条件

河床波上の流れの計算においてはクレストの後方で剥離渦が間欠的に発生し、流れが非常に複雑になるため、NS方程式の移流項を差分化して計算する際に発生する数値拡散で計算精度が低下することが危惧される。そこで、移流項の計算には数値粘性の殆ど無いことで知られるCIP法⁴⁾を用いることとした。また、粘性項には2次精度の中央差分、時間に関する進行に関しては1次精度の前進差分を用いる。具体的な計算方法は Shimizu ら³⁾と同様である。実験結果によれば水面の変動は極めて少なかったため、計算上水深は常に一定であるとし

た。また、計算時間の制約から、実験の水路幅が40cmに対して、計算上では半分の20cmとし、さらに、計算は上下流の境界条件を周期境界条件として河床波1波長分のみ実施した。その他の境界条件としては、河床で $u = v = w = 0$ 、側壁および水面ではせん断力が0、水面で圧力が0とした。計算メッシュは河床波1波長当り、 x 方向322、 y 方向40、 z 方向34とし、時間刻みは $\Delta t = 0.005$ 秒とした。また、密度 $\rho = 1000$ (kg/m^3)、動粘性係数 $\nu = 0.000001$ (m^2/s) の定数を用いた。初期条件は、 u に対数分布を用い、 $v = w = 0$ とした。流れの計算は20秒間実施した。

流れの計算の結果得られた流速場の時間・空間分布をもとに、浮遊粒子の追跡計算を行った。用いた流速場は上記の流れの計算結果のうちの乱れがほぼ定常に達したと見られる10秒以降のものを用い、河床波1波長分の計算結果を流下方向に2度用いて近似的に河床波2波長分の流れの場とした。浮遊砂粒子の追跡計算は初期条件として、 x, y, z 軸方向に2000個 \times 50個 \times 10個の粒子を均等間隔に配置し(2次元計算では x, z 方向のみ)、計算開始とともに粒子は流速ベクトルと Rubey の式による鉛直下方向の沈降速度ベクトルの和で移動するものとした。Rubey の式では17cmの水深のときに水面から河床まで沈降するのに0.1mm粒径では約20秒、0.05mm粒径では約75秒かかるのでそれぞれ20秒間と75秒間の計算(流れの計算のうちの後半の10秒を繰り返し使用)を行った。また、粒子自身の回転や粒子同士の衝突、粒子が流れに及ぼす影響などは Blondeaux ら⁵⁾と同様に考慮しないものとした。粒子の追跡計算の時間空間分布をもとに、各メッシュ内に存在する粒子の数を時間・空間平均して濃度を算出した。なお、3次元の計算では水路中央の2メッシュ間(厚さ0.5mm)に存在する粒子の数をを用いて濃度を算出した。計算は粒子の直径が0.1mm、0.2mm、0.05mmの3パターンについて行った。

5. 実験と数値計算結果の比較

河床波上の流れの平均流速と乱流特性値の実験結果と計算結果の比較を図-3に示す。黒丸が実測値、破線が測定点、実線が数値計算結果であり、計算結果は(a)~(e)が2次元モデル、(f)~(j)が3次元モデルの結果である。また(a)と(f)は \bar{u} 、(b)と(g)は \bar{w} 、(c)と(h)は $\sqrt{u'u'}$ 、(d)と(i)は $\sqrt{w'w'}$ 、(e)と(j)は $\overline{u'w'}$ であり、 $-$ は時間平均を u' 、 w' はそれぞれ u および w の時間平均からの変動成分であることを表す。なお3次元の計算結果は水路中央の値を用いた。図-3によれば、流下方向の平均流速 \bar{u} および鉛直方向の平均流速 \bar{w} もともに2次元およ

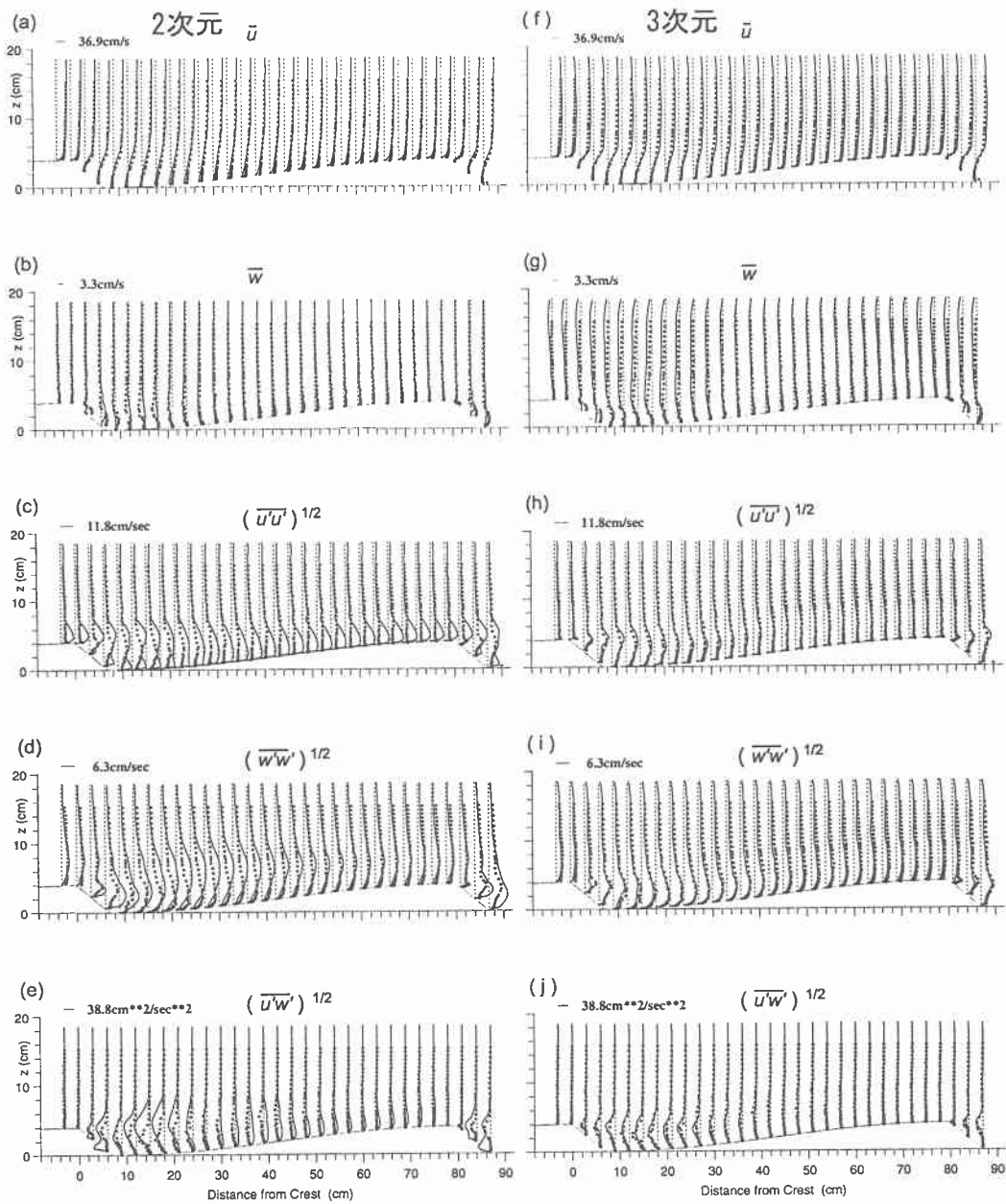


図-3 2次元モデルおよび3次元モデルによる流れの計算結果(実線)と実験結果(黒)の比較

total= 9305 max= 14 min= 0

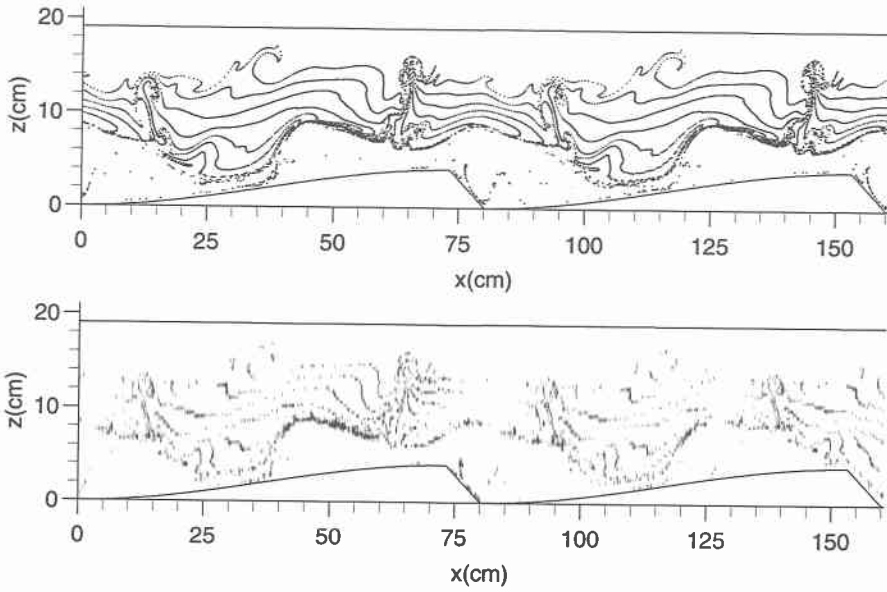


図-4 浮遊砂粒子の追跡計算結果 (2次元モデル)

total=24186 max= 101 min= 0

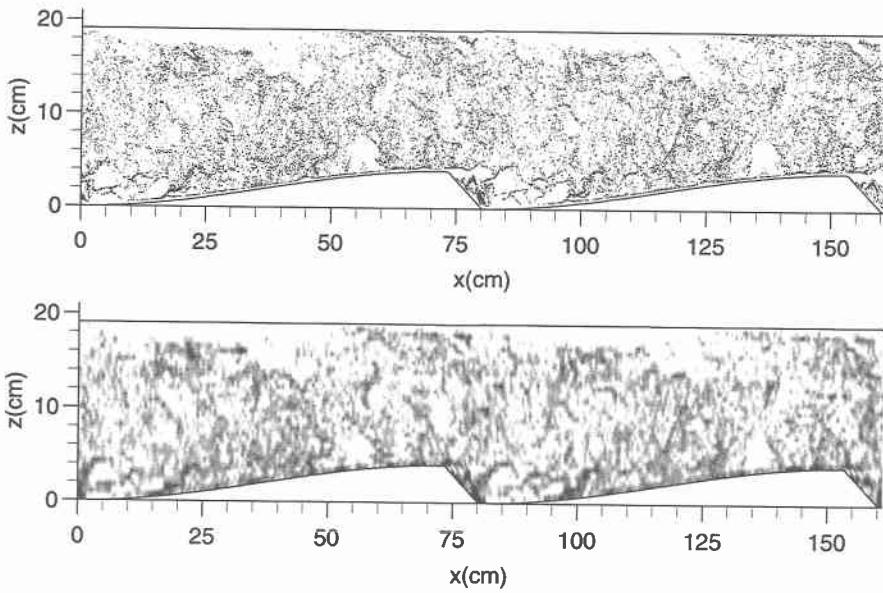


図-5 浮遊砂粒子の追跡計算結果 (3次元モデル)

び3次元の計算結果と実験値はほぼ一致している。しかしながら、乱流強度 $\sqrt{(u'u')}$ や $\sqrt{(w'w')}$ やレイノルズストレス $(u'w')$ は3次元モデルに比べ2次元モデルの再現性は良くない。特に剥離域や、再付着点以降で2次元モデルの実験結果との違いが大きい。これは、2次元モデルではクレストから発生する乱れが完全に2次元平面上のものになり、再付着点より下流でも保存されるのに対し、実際は乱れが3次的に拡散されるため乱れが抑制されるためと考えられる。とくに再付着点より下流では逆勾配河床による加速域で乱れが抑制される効果が2次元モデルでは十分に表現されていない。これに対して、3次元モデルでは乱流特性量や、レイノルズストレスも実験値を良好に再現しており、河床波の形状は2次的であっても、流れの計算は3次元で行う必要性を示唆している。

図-4、図-5 はそれぞれ粒径 $d=0.05\text{mm}$ の砂粒子の追跡を2次元モデルおよび3次元モデルで行った過程の瞬間値を表示したものである。上図が浮遊砂粒子を全てプロットしたものであり、下図は各格子内の粒子数より算定した浮遊砂濃度を濃淡で示したものである。図中の total は最終的に考慮した粒子数、max, min は1格子中に含まれる粒子の最大数、最小数を表す。計算結果によれば、クレストで間欠的な剥離渦の発生が見られ、再付着点からは boiling が生じている。

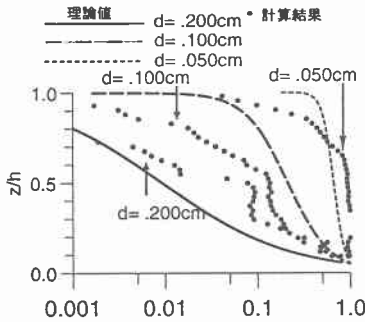


図-6 時間平均浮遊砂濃度の計算結果(2次元モデル)と理論式との比較

2次元モデルでは3次的な渦の広がり起こらないため、乱れは河床近傍に留まり水面近くまで達しないため、沈降速度が優先する形で粒子が河床近傍に偏る傾向が見られるが、3次元モデルでは、3次的な乱れにより粒子の拡散が水面近くまで達し、2次元モデルに比べ、沈降しにくいようである。3種類の粒径による浮遊砂粒子の追跡計算結果を時間、空間(x方向)に平均し、水深方向の時間平均濃度分布として図-6(2次元モデル)および図-7(3次元モデル)に示す。図中の C は濃度、 C_a は5%水深における基準点濃度である。図中には比較のために Rouse 分布を実線で示している。Rouse 分布は

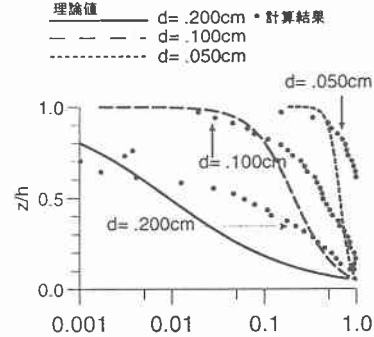


図-7 時間平均浮遊砂濃度の計算結果(3次元モデル)と理論式との比較

平坦河床における濃度分布式であるが他に比較の対象がないために今回用いることとした。Rouse の濃度分布式は以下の通りである。

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{h-a}{y}\right) \left(\frac{a}{h-a}\right)^z \quad (5)$$

$$Z = \frac{w_f}{\kappa u_*} \quad (6)$$

ここで、 w_f は砂粒の沈降速度を表す。これによれば2次元モデルに比べ3次元モデルの方が滑らかな曲線を描いており比較的 Rouse 分布に近いといえるが、計算結果の方が粒子の沈降割合が大きいと言える。

次に比較の対象としてクレスト上で測定した時間平均濃度分布と同じくクレスト上での時間平均した数値計算による濃度を比較する。2次元モデルに比べて3次元モデルの方が実験結果に近い。しかしながら、3次元モデルにおいても水面付近では実験結果に比べて計算で求めた濃度は小さい。この原因は今回の計算では河床に沈降した粒子の再浮上を考慮していないことによる。

実験結果は Rouse 分布に比べ、河床波上では粒子が水位面付近まで上昇していることが分かる。これは boiling によるものと思われる。

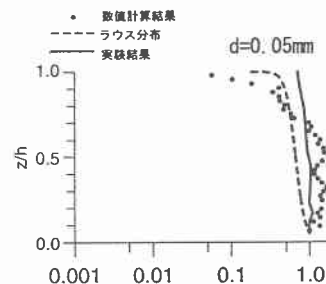


図-8 クレスト上の時間平均浮遊砂濃度(2次元)の計算結果と実験結果

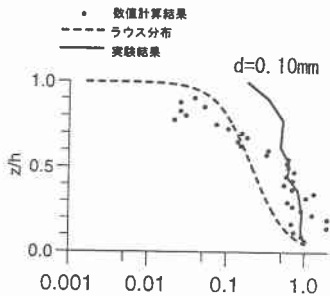
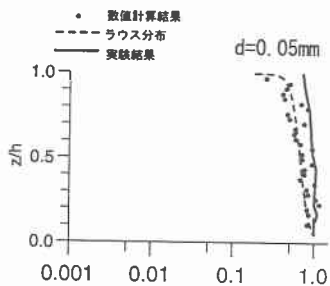


図-9 クレスト上の時間平均浮遊砂濃度(2次元)の計算結果と実験結果



[t]

図-10 クレスト上の時間平均浮遊砂濃度(3次元)の計算結果と実験結果

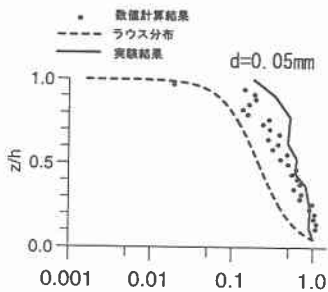


図-11 クレスト上の時間平均浮遊砂濃度(3次元)の計算結果と実験結果

6. おわりに

本研究では河床波が存在する条件下での浮遊砂量の計算を行うための第一歩としての流れの計算モデルと、浮遊砂粒子の追跡計算モデルについて述べた。それぞれの計算は2次元モデルと3次元モデルで行われたが、この結果河床形状は2次元的であっても、流れの場は3次元的となり、特に濃度分布を決定する浮遊砂の拡散において3次元的な乱れの拡散が非常に重要な役割を演じていることが示された。本研究で示された3次元モデルは、流れの計算は実験結果と良く一致し、浮遊砂粒子の濃度分布は比較的实验値に近いことが示された。今後は、浮遊粒子と流体の相互干渉の影響なども明らかにし、沈降粒子の再浮上量の算定や、河床変動計算へと応用したい。

参考文献

- 1) 板倉忠興: 河川における乱流拡散現象に関する研究; 北海道大学博士論文, 1984年3月, pp.1-90
- 2) J.P.Bennett: Algorithm for resistance to flow and transport in sand-bed channels, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, pp.578-590, 1995. 8.
- 3) Y. Shimizu, M. W. Schmeeckle, K. Hoshi and K. Tateya: Numerical Simulations of Turbulence over Two-Dimensional Dunes. *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp.251-260, 1999. 9.
- 4) T. Yabe, T. Ishikawa, Y. Kadota, and F. Ikeda: A multidimensional cubic-interpolated pseudoparticle (CIP) method without time splitting technique for hyperbolic equations, *Journal of the Physical Society of Japan*, 59:2301-2304, 1990
- 5) P. Blondeaux, Pscandura and G. Vittori: A lagrangian approach to describe sediment dynamics over a rippled bed: preliminary results, *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp.185-194, 1999,9