

急勾配混合砂礫河床における中規模河床形態の領域区分

北海道大学大学院 ○学生会員 藤田 豊彦  
 同上 正会員 長谷川和義  
 北海道大学工学部 学生会員 目黒 嗣樹  
 水資源公団 正会員 滝沢 宏昌

1 本研究の背景

近年、河川領域の開発が上流域に広がってきたことや、また環境問題がクローズアップされ自然環境を考慮した治水・治山が求められることから「山地河川」の性質、形状特性等を解明する必要性が生じてきている。

しかし、数年前までは山地河川が小規模、中規模、大規模の3つの河床形態の重なりによって構成されていること、そしてこのうちの小規模河床形態(礫列、リブ)が沖積河川における反砂堆に類似すること等が明らかになっていたものの、中規模、大規模河床形態についてはほとんど手付かずの状態であった。

そこで、筆者ら<sup>1)</sup>は山地河川を模擬した急勾配、混合砂礫水路において実験を行い、現実の山地河川と同様な中規模・小規模共存河床形態を再現するとともに、中規模河床形態(砂礫堆)が沖積河川における交互砂州と同様なものであることを明らかにしてきた。更に筆者ら<sup>2)</sup>はこの砂礫堆の主な特徴として、ほとんどの砂礫堆の平衡時の長さが沖積河川の交互砂州の長さの3倍程度になること、すなわち、統合作用が顕著に認められることや、平衡時の波高も沖積河川の交互砂州に比して非常に高く、2倍以上になることが多いことを報告してきた。本研究もこの中規模河床形態(砂礫堆)にスポットを当てたものである。

2 本研究の目的

以前から筆者ら<sup>3)</sup>は急勾配、混合砂礫河床流れには従来の縦横断方向の河床不安定の他に、分級作用に基づく縦横断方向の不安定の存在を述べてきた。また、最近の実験<sup>3)</sup>において、この分級作用に基づく不安定のために縦横断方向に表層砂礫の粗い部分と細かい部分が交互に並び、波高が礫1個分程度の縦横断方向分級波が生じることが明らかになった。

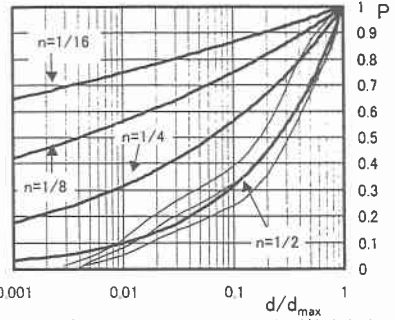


図1 タルボット分布と山地河川の表層粒度分布

本研究は線形安定理論を用いた解析結果をもとに、河床不安定と分級に基づく不安定の形成領域を明らかにしようとするものである。

3 山地河川における表層砂礫の粒度分布

本章ではまず山地河川の表層砂礫の粒度分布について説明をしておく。図1に実際の山地河川(豊平川水系薄別川支川)の表層砂礫の粒度分布を細線で示した。また、図1の太線は  $P=(d/d_{max})^n$  (P: 粒径dの砂礫の通過重量比率,  $d_{max}$ : 最大粒径)で表わされるタルボット分布を表わしており、べき数nの値を変化させて示した。図1が示すように小規模河床波(礫列、礫段)に覆われた山地河川の表層砂礫は、締め固まり密度の高いn=1/2のタルボット分布を示すことが知られている。よって、以下では粒度分布が図1に示したタルボット分布を持つ混合砂礫を用いて議論していくことにする。

4 河床不安定と分級不安定

本章では、線形安定理論による解析方法と結果、更に河床不安定と分級に基づく不安定(以下、分級不安定)について説明する。

Regime criterion for meso-scale bed forms in steep channels with heterogeneous bed materials  
 by Toyohiko Fujita, Kazuyoshi Hasegawa, Hideki Meguro and Hiromasa Tatuzawa

(1) 線形安定解析の方法

本節では本研究に用いた線形安定理論による解析方法について簡単に述べる。

中規模河床形態を想定して浅水方程式を用いることにすれば、

$$(x \text{ 方向}) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g I_0 - \frac{\tau_x}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial x} (h + \eta) \quad (1)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\tau_y}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial y} (h + \eta) \quad (2)$$

$$(連続式) \quad \frac{\partial}{\partial x} (uh) + \frac{\partial}{\partial y} (vh) = 0 \quad (3)$$

ただし、 $x, y$ : 縦断、横断方向距離  $h$ : 水深  $\eta$ : 河床高  $u, v$ : 縦断、横断方向の水深平均流速  $I_0$ : 初期河床勾配  $\tau_x, \tau_y$ : 縦断、横断方向の河床せん断力である。また、 $\tau_x, \tau_y$  に関しては以下の式を用いた。

$$\tau_x = \rho C_f (u^2 + v^2) \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (4)$$

$$\tau_y = \rho C_f (u^2 + v^2) \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (5)$$

ここに、 $C_f$  は抵抗係数である。

抵抗則は Hey 式 (6) を用いた。図 2 は水深に関して調べた Hey 式の成立性の検討結果である。良好な一致が認められる。なお、実験値には (3) 節に示す実験結果および著者らのこれまでに実施した実験結果を用いた。

$$(Hey \text{ 式}) \quad \frac{U_b}{U_0} = 5.75 \text{Log} \left( \frac{aH_0}{3.5d_{84}} \right) \quad (a = 11.16) \quad (6)$$

ただし、 $U_0$ : 初期摩擦速度  $U_b$ : 初期断面平均流速  $H_0$ : 初期断面平均水深  $d_{84}$ : 84% フレイ粒径。

最も問題になるのが粒径別の縦横断方向流砂量式と限界掃流力式であるが、ここではそれぞれ芦田・道上式 (7)、長谷川式 (8)、平野による Egiazaroff 式修正式 (9) を採用する。ただし、式 (7) は Kovacs・Parker による縦断方向勾配の補正を入れている。

$$q_{xi} = \frac{17}{\cos \theta} \tau_{ci}^2 \left( 1 - \frac{\tau_{ci}}{\tau_{ci}} \right) \times \left( 1 - \sqrt{\frac{\tau_{ci} \cos \theta}{2\tau_{ci}}} + 2 \left( \tan \theta - \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right) \sqrt{sgd_i^3 p_i} \quad (7)$$

$$q_{yi} = \left( \frac{v}{u} - \sqrt{\frac{2\tau_{ci} \cos \theta}{\tau_{ci}}} \sqrt{\frac{\partial \eta}{\partial y}} \right) q_{xi} \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{ci} = \left[ \frac{\text{Log}(19)}{\text{Log}(19d_i/d_m)} \right]^2 \tau_{cm} \quad (d_i/d_m > 0.4) \\ \tau_{ci} = 0.85 \frac{d_m}{d_i} \tau_{cm} \quad (d_i/d_m < 0.4) \end{array} \right. \quad (9)$$

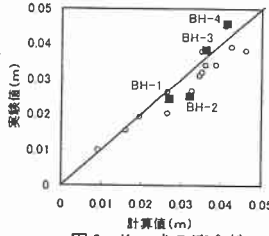


図2 Hey式の適合性

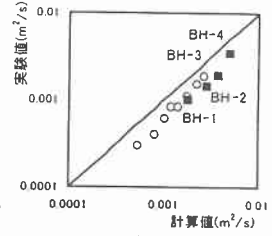


図3 流砂量の適合性

ここに、 $\tau_{ci}$ : 無次元掃流力  $\tau_{ic}$ : 無次元限界掃流力  $\tau_{cm}$ : 平均粒径に対する無次元限界掃流力、 $P_i$ : 粒径  $d_i$ : 粒子の体積存在割合  $s$ : 砂礫の水中比重  $q_x, q_y$ : 縦断、横断方向の単位幅単位時間流砂量  $d_m$ : 平均粒径である。また、本研究では平均粒径の限界掃流力として急勾配流れに対して無次元限界掃流力を与える Graf・Suszka<sup>5)</sup> の経験式 (10) を用いた。

$$\tau_{cm} = 0.042 \text{EXP}(5.06f_0) \quad (10)$$

図 3 は、式 (9)、(10) を式 (7) に入れて計算した初期縦断方向流砂量の実験値との比較である。実験値は (3) 節に示す実験結果および著者らのこれまでに実施した実験結果を用いており、計算値が少し大きめであるが大体の一致を見ている。

次に、粒径別流砂連続式は次式であたえられる。

$$\Delta \frac{\partial P_i}{\partial t} + p_i \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial q_{yi}}{\partial y} \right) = 0 \quad (11)$$

ここに、 $\Delta$ : 移動層厚であり本研究では  $\Delta = d_{max}$  とし、また本研究では図 1 の粒度分布を 10 分割してその平均粒径が変わらないように近似し、各粒径砂礫が式 (11) を満たすものとした。

次に基礎式を適切な形に無次元化し、無次元化された未知変数に対して 1 次の微小擾乱をあて、諸式の線形化方程式を求めるとともに、河床高の擾乱を、

$$\tilde{\eta} = \tilde{\eta} \cos(\tilde{y}^*) \exp[ik(x^* - ct^*)] \quad (12)$$

と仮定することで、その他の擾乱量は、

$$\left( \begin{array}{l} \tilde{h}, \tilde{u}, \tilde{\tau}_x, \tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_{10} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \tilde{h}, \tilde{u}, \tilde{\tau}_x, \tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_{10} \end{array} \right) \cos(\tilde{y}^*) \exp[ik(x^* - ct^*)] \quad (13)$$

$$\left( \tilde{v}, \tilde{\tau}_y \right) = \left( \tilde{v}, \tilde{\tau}_y \right) \sin(\tilde{y}^*) \exp[ik(x^* - ct^*)]$$

と仮定できる。ただし、 $x^* = x/H_0, y^* = y/H_0, t^* = tU_0/H_0$  であり、 $c = c_j + c_i$  は無次元複素速度である。 $\sim$  を付した諸量は無次元化擾乱を意味し、 $\wedge$  を付した諸量は未知係数である。また  $k, l$  は擾乱の無次元波数であり、 $k = \pi H_0/L, l = m \pi H_0/B$  で表される。ここに、 $L$ : 砂礫堆の長さ、 $m$ : 砂礫堆のモード数。式 (11)、(12)、(13) を線形微分方程式に代入することにより未知係数からなる代数方程式を得る。これをマトリックス表示すると (15) のようになる。ただ



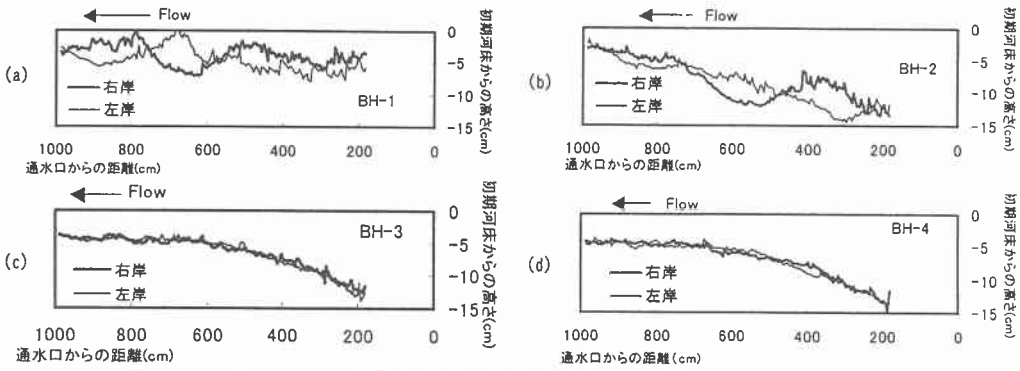


図5 それぞれの実験の右岸側、左岸側の平均河床高

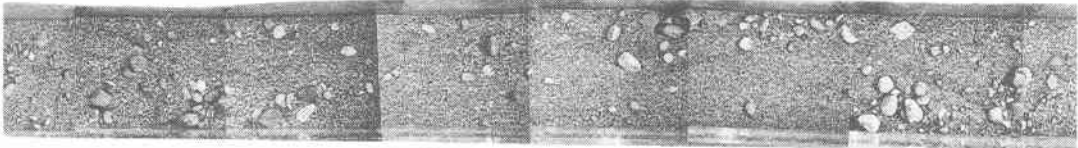


写真1 実験BH-3の実験後の河床

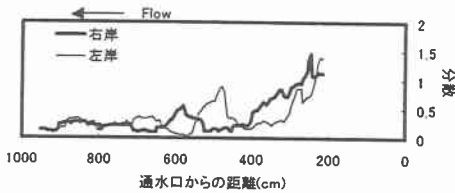


図6 実験BH-3の右岸側、左岸側の分散

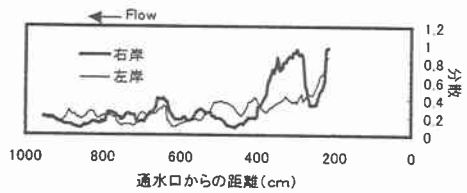


図7 実験BH-4の右岸側、左岸側の分散

州と同様に横断方向にも変化する分級波の発生する可能性が考えられる。

### (3) 実験結果

前節の解析結果を受け、分級不安定が卓越するような水理条件では実際どのような現象が生じるかを調べるために表1のBH-1, BH-2, BH-3, BH-4の水理条件についての実験を行った。実験の詳細については参考文献<sup>1)6)</sup>を参照されたい。

#### a) 実験BH-1, BH-2

これらの実験の条件は理論上河床不安定が卓越する場合のものである。図5(a), (b)にそれぞれ実験BH-1, BH-2の実験後の右岸端、左岸端から各々3, 6, 9 (cm)の地点の河床高の平均を示した。これらの図から実験BH-1, BH-2では砂礫堆の長さが理論長さの3倍程度であり(統合されたため)、波高が非常に高い典型的な砂礫堆が形成されたことが分かる。また、実験BH-1では小規模河床波が形成されたが、実験BH-2では掃粒力が大きいため形成されなかった。

#### b) 実験BH-3

この実験の条件は理論上河床不安定と分級不安定の最大成長率がほぼ拮抗する場合のものである。写真1は通水口からの距離が470~750 (cm)の範囲

の実験後の河床状態を示している。図5(c)は右岸端、左岸端から各々3, 6, 9 (cm)の地点の河床高の平均を示しており、河床がほぼ平坦であることが分かる。しかし、写真1より大礫が交互に寄り集まっている様子を見ることができる。図6は左岸側と右岸側の分散をとったものであり、これによると約1.3 [m]毎に左右の粗部と細部が入れ替わっていることが分かる。これは分級不安定の理論波長(1.43 [m])にほぼ一致する。また図5(c)から波高が非常に小さいものの交互に交差していることが分かるが、この波高は集まっている礫の径程度しかない。これは礫が集まった場所が相対的に他の場所より高くなっているためである。以上のことから、この実験では縦横断方向の分級波が形成されたことが分かる。また、図5の(a), (b)と比較すると、現象が劇的に変化していることが分かる。

#### c) 実験BH-4

この実験条件は理論上、分級不安定が卓越する。図5(d)に右岸端、左岸端から各々3, 6, 9 (cm)の地点の河床高の平均を示した。この図より波高が礫一個分程度で非常に小さいものの交互に交差していることが分かる。図7は左岸側と右岸側の分散をとったものであり、これによると約1.6 [m]毎に左右の粗部と細部が入れ替わっていることが分かる。

これは分級不安定の理論波長 (1.55 [m]) にほぼ一致する。またこれらの図より、実験BH-3と同様の縦横断方向分級波が生じていることが分かる。

以上の実験より、実験BH-3、BH-4で生じた現象は波長が分級不安定の理論卓越波長にほぼ一致すること、縦断方向の分級波に非常に似ていること(波高が隣1個程度)、そして河床不安定と分級不安定が逆転する条件付近で現象が劇的に変化したことから、分級不安定によって生じる縦横断方向の分級波であると考えられる。また、分級不安定が河床不安定を卓越する場合にはこれと同様の現象が生じるものと考えられる。

### 5 河床不安定と分級不安定の形成領域

4章(1)節で述べたように、式(15)の左辺の行列式が  $I_0$ 、 $\tau_{in}$ 、 $n$  そして無次元波数  $k$ 、 $l$  のみによって決定される。以下ではこれを利用し、黒木・岸<sup>7)</sup>と同様な方法を用いて分級不安定、そして分級不安定の発生領域を明らかにしていくことにする。

#### (1) 発生領域区分の方法

例えば  $I_0=1/10, n=1/4$  の場合を考える。いま、 $\tau_{in}=0.17$  であるとし、 $l=0.50$  としたときの不安定は図8の太線のようになる。横軸に無次元波数を、縦軸に無次元擾乱成長率  $kc_i$  をとって表している。また、図8の細線は  $l$  のモード数を2としたとき、つまり複列の砂礫堆の成長率  $kc_i$  を表している。そして、 $l$  の値を変化させて、単列、複列それぞれの河床不安定と分級不安定の最大値の値をプロットしていくと図9(a)のようになる。同様に、 $\tau_{in}$  の値を0.20、0.25、0.30増加させていくと図9(b)、(c)、(d)のようになる。これらより  $\tau_{in}$  の値が0.30になると、常に分級不安定が卓越することが分かる。そして同様のことを様々な  $\tau_{in}$  に対して行い、それぞれの  $\tau_{in}$  において、 $l$  が変化したときに、どの不安定が最も卓越するかを考えていくことで、河床不安定と分級不安定の発生領域を明らかにすることができる。

#### (2) 発生領域区分図

上に述べた方法によると、 $I_0=1/10, n=1/4$  における発生領域区分図は図10のようになる。ここで領域①は単列の河床不安定が分級不安定が卓越する領域、領域②は複列の河床不安定が分級不安定より卓越する部分である。また、領域③は河床不安定がまったく存在せず、分級不安定のみが存在し、単列の分級不安定が卓越する領域、領域④は河床不安定が存在するものの単列の分級不安定が卓越する領域、領域⑤は複列の分級不安定が河床不安定を

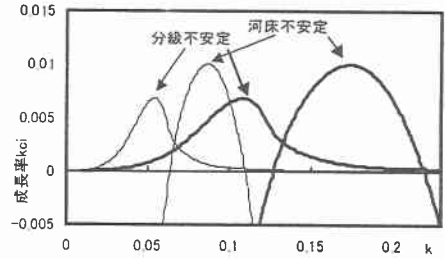
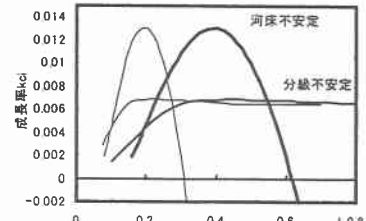
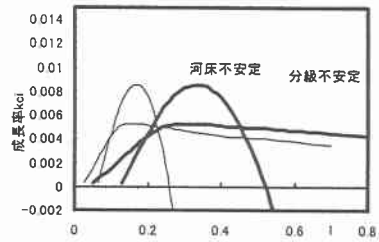


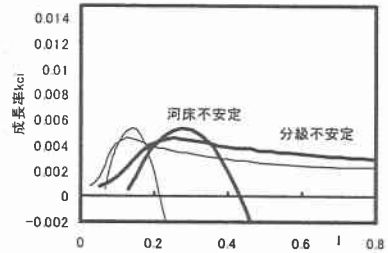
図8  $I_0=1/10, n=1/4, \tau_{in}=0.17, l=0.50$  の場合の解析結果



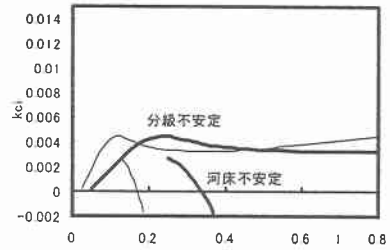
(a)  $\tau_{in}=0.17$



(b)  $\tau_{in}=0.20$



(c)  $\tau_{in}=0.25$



(d)  $\tau_{in}=0.30$

図9  $l$  の変化によるそれぞれの各不安定の最大成長率の変化

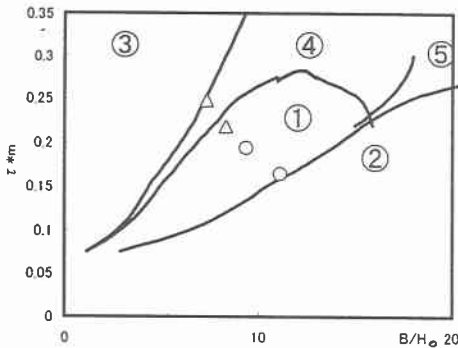


図10  $I_0=1/10, n=1/4$ における領域区分図

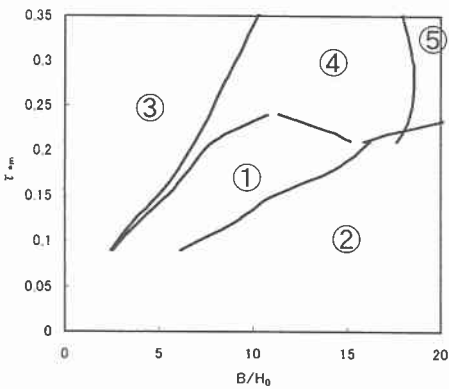


図11  $I_0=1/10, n=1/2$ における領域区分図

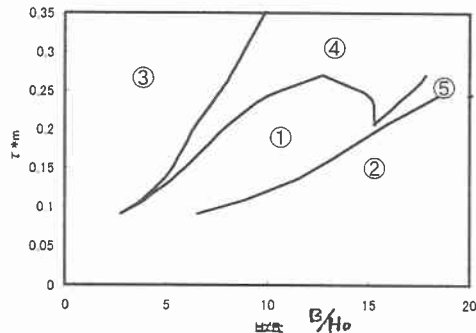


図12  $I_0=1/10, n=1/8$ における領域区分図

卓越する領域である。つまり砂礫堆が発生するのは領域①、②のみで、その他の領域では全て分級不安定が発生することになる。また図10には4章(3)節で述べた実験結果をプロットしてある。ここに、○は砂礫堆が発生したことを示している。これより実験結果によく一致していることが分かる。

次に勾配 $I_0$ を0.1に固定したまま、河床砂礫の粒度分布を $n=1/2$ と $n=1/8$ のタルボット分布に従う粒度分布を持つ河床砂礫に対して同様な図を作図して見る。図11は $n=1/2$ の砂礫に対する領域区分図

である。また、図12は $n=1/8$ の砂礫に対するものである。共に $n=1/4$ の場合とほぼ同じ結果が得られていることが分かる。

## 6 まとめ

本研究は線形安定解析や山地河川の模擬実験により、明らかになりつつある縦横断方向分級波や砂礫堆がどのような条件で形成されるのかを調べてきた。その結果、従来の線形安定理論による単一粒径に対する領域区分図では見られない閉じた領域のみで砂礫堆が発生し、その他の領域では分級安定が卓越し、交互分級波が発生する可能性があることが明らかになった。

しかし、図10中の④を記した付近が砂礫堆非発領域となっているが、実験では確認できていない。この付近は単一粒径の場合には交互砂州や砂堆ができることになっているが、タルボット分のような広範囲の粒度分布を持つ砂礫を用いると実際に砂礫堆が発生せず、交互分級波が発生するかどうか非常に興味深いところである。

また、勾配を緩くしたり、粒度分布を次第に単一粒径に近づけていくことで、砂礫堆の発生領域がどのように変化していくのかを調べる必要がある。

## 参考文献

- 1) 長谷川和義・藤田豊彦・林日出喜・竜澤宏昌・森高信：山地河川に見られる中規模・小規模共存河床形態の実験的検証，水工学論文集，第43巻，pp. 749-754, 1999.
- 2) 藤田豊彦・長谷川和義・竜澤宏昌・林日出喜：山地河川の砂礫堆の発生条件と形状特性，土木学会北海道支部論文報告集，第55号(B)，pp. 302-307, 1999.
- 3) Fujita, T., H. Tatzawa and K. Hasegawa: Experimental reproduction and analyses of medium-scale bedforms in mountain rivers, IAHR Symposium on RIVER, COASTAL AND ESTUARINE MORPHODYNAMICS, Proceedings - Volume 1, pp. 273-282, 1999.
- 4) 長谷川和義・藤田豊彦・目黒嗣樹・竜澤宏昌：河床不安定および分級不安定をともなう急勾配混合砂礫河床の形態水工学論文集，第44巻（投稿中）
- 5) Graf, W.H. and Susuzka, L.: Sediment transport in steep channels, Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, JSCE, Vol.5, No.1, PP.11-26, 1987.
- 6) 目黒嗣樹・長谷川和義・藤田豊彦・竜澤宏昌：急勾配混合砂礫河床水路における中規模河床波と流砂量に関する実験的研究，土木学会北海道支部論文報告集，第56号（投稿中）
- 7) 黒木幹男：沖積河川における流れと河床形態に関する研究，北海道大学提出学位論文，1988