

II-56

貯水位平滑化フィルタの精度に関する一考察

北海道大学大学院	○学生員	鈴木 洋之
北海道大学大学院	正会員	長谷川和義
北海道大学大学院	フェロー会員	藤田 睦博
金山ダム管理事務所	非会員	岩崎 政司

1. はじめに

ダム貯水池への流入量推定はダム操作管理および運営において非常に重要な作業である。この流入量はダム静水位の時間変化から推定されているが、実際の水位データは様々な水面振動によるノイズを含むために真の静水位を知ることは非常に困難である。

著者らは今までの研究でノイズの原因となる水面変動として風波・セイシュ・うなり・風による水面の吹き寄せ現象を確認し、特に問題となるセイシュと吹き寄せに関しては理論解析からその性質を明らかにした¹⁾。さらに著者らは、これらの研究から得た知見を元に、実際の静水位推定法としてセイシュ振動成分を水位データから除去する水位平滑化フィルタ²⁾を開発し、このフィルタを用いてノイズの影響を抑えた良好な推定流入量を得ることができている。しかし、流入量や静水位の真値は計測することができないために実水位データのフィルタ出力からフィルタの精度を評価することは困難であり、何らかの方法でフィルタの精度を評価する必要がある。

本研究ではフィルタ入出力の統計的性質を調べることでフィルタの効果についての評価を試みた。本稿はその結果について述べたものである。

2. 水位平滑化フィルタ³⁾

まずはじめに著者らが開発した水位平滑化フィルタの概要を金山ダム貯水池を対象にして述べる。水位平滑化フィルタは、ある特定の周波数成分のみ時系列から除去するノッチフィルタと高周波成分を除去するローパスフィルタの2種類で構成されている。ノッチフィルタ・ローパスフィルタは共に実時間推定に有利となるように少ないデータ数で計算が可能なIIR(Infinite Impulse Response)システムを有するフィルタとなっている。IIRシステムは出力がフィードバックするシステムであり、このシステムを採用することで非常に長い周期のセイシュ成分も効率よく除去することができる。

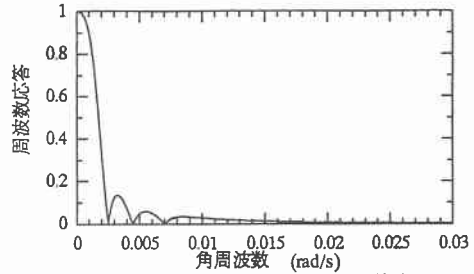


図-1 水位平滑化フィルタの振幅特性

ローパスフィルタおよびノッチフィルタの伝達関数はラプラス変換の変数sを用いたアナログ表示でそれぞれ次式で与えられる。

$$H_{LPF}(s) = \frac{1}{(s/\omega_c)^2 + \sqrt{2}(s/\omega_c) + 1} \quad (1)$$

$$H_{NF}(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2 + \text{bandw} \cdot s} \quad (2)$$

ただし、 H_{LPF} =ローパスフィルタの伝達関数、 H_{NF} =ノッチフィルタの伝達関数、 ω_c =カットオフ周波数、 ω_0 =ノッチ中心角周波数、 bandw =ノッチ幅である。

実際の運用では、上位3モードのセイシュ成分をそれぞれノッチフィルタで除去する。この時、各モードのセイシュ周期は著者らが過去の研究で求めたセイシュ理論周期とする(金山ダムの場合周期約2500秒・1400秒・900秒)。さらに、風波などの高周波成分とノッチフィルタでは除去しきれなかったセイシュ成分はローパスフィルタで除去する。このように実際の計算では、これら4つのフィルタは直列に接続される。また、この時の周波数振幅応答は4つのフィルタの周波数振幅応答の積で表され、図-1はその直列接続されたフィルタの周波数振幅特性を示している。本稿ではこの振幅特性をもつフィルタを水位平滑化フィルタと定義する。

Consideration about An Accuracy of Filter For Smoothing Water Level Data in Dam Reservoir
By Hiroyuki SUZUKI, Kazuyoshi HASEGAWA, Mutsuhiro FUJITA and Masasi IWASAKI

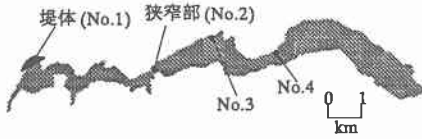


図-2 金山ダム平面形状と水位計設置位置

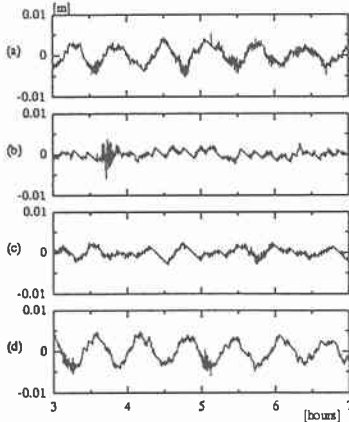


図-3 各点原系列
(Case1:98.10.13 3:00-6:00)

表-1 式(3)のパラメータ値とフィルタ処理前後の分散

case	計測点	原系列の分散	フィルタ出力の分散	α	σ	ω_k	A
Case1	No1	2.90013E-06	1.37534E-07	0.005	0.2	2 π /2200	0.8
	No2	8.13114E-07	1.28528E-07	0.005	0.75	2 π /700	0.25
	No3	1.05983E-06	4.43748E-08	0.005	0.4	2 π /1500	0.6
	No4	5.57263E-06	1.13563E-07	0.005	0.2	2 π /2200	0.8
Case2	No1	2.12063E-05	3.85227E-07	0.005	0.75	2 π /700	0.25
	No2	7.31135E-05	1.23247E-07	0.09	8.5	2 π /70	1.5
	No3	8.80528E-05	5.25012E-07	0.09	0.75	2 π /120	0.25
	No4	1.03311E-04	1.77071E-06	0.09	8.5	2 π /300	0.15

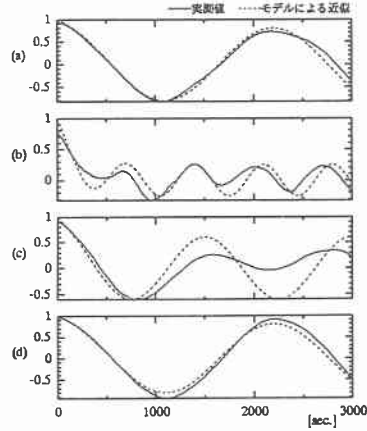


図-4 各点自己相関係数
(Case1:98.10.13 3:00-6:00)

3. 貯水池水位の計測と水位データの統計的性質

本研究では金山ダム貯水池を対象に検討を行う。著者らはこの貯水池を対象に図-2に示す4点で多点同時水位計測を実施し水面振動の性質を明らかにしている²⁾。図-3(a)(b)(c)(d)はそれぞれ98年10月13日の3時から6時に図-2のNo.1・No.2・No.3・No.4の各点で記録された水面振動時系列であり、また、図-4の実線は図-3で示した各時系列の自己相関係数を示している。図-4には各計測点で明確な周期変動が見られる。これらは全てセイシュが生じていることを意味している。

図-4に現われた相関構造を次式で表されるモデルで近似する。

$$R(\tau) = A \cos(\omega_k \tau) + \sigma e^{-\alpha \tau} \quad (3)$$

ただし、 R = 自己相関係数、 τ = 遅れ時間(ラグ)、 $\alpha, A, \sigma, \omega_k$ = 定数である。式(3)の1項目はセイシュによる変動を表し、2項目は吹き寄せや流入量の変動など長時間持続する変動を表している。式(3)を用いて図-4の実線で示される自己相関係数を近似した結果は図-4の破線で示されている。また、この時のモデルパラメータと原系列の分散の値を表-1に示す。ただし、表-1ではこの時間帯の場合をCase1としてある。さらにCase2として同様の計算を他の時間帯(98年10月18日2時から6時)の水位

データを用いて行った。この時の水面振動原系列・自己相関係数および、自己相関係数の近似結果を図-5・図-6に、また、近似に用いたモデルパラメータと原系列の分散の値を表-1に示す。

Case1・Case2共にラグが大きくなると位相のずれや振幅の不一致が見られる。これは実現象では単一ではなく複数の種類のセイシュが同時に発生し重なり合っているのに対してモデルでは各点において卓越しているセイシュ周期1つでこれらを代表しているためと考えられる。しかし、水面振動時系列に含まれるセイシュ成分はフィルタ処理により除去されることから式(3)によるモデルを用いて解析を行うことにした。

4. フィルタ出力の統計的性質

水位平滑化フィルタに式(3)で表される相関構造をもつ入力があった時の出力の相関構造について考える。セイシュによる相関を表す式(3)の1項目は水位平滑化フィルタを通過することで基本的に除去される。このため、フィルタ出力に影響を与えるのは、式(3)の2項目で表される相関を持つ変動であり、これは流入量の変動や吹き寄せなど長時間持続する変動である。そこで解析を行うにあたり式(3)の1項目を無視して2項目を分散 σ で基準化した次式で表される相関構造をもつ入力を水位

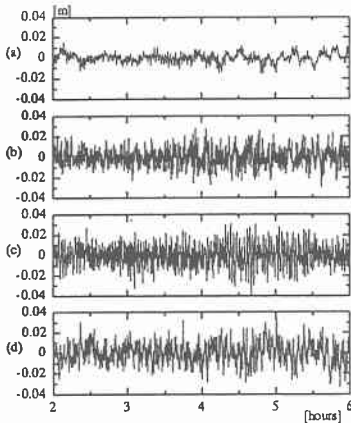


図-5 各点原系列
(Case2:98. 10. 18 2:00-6:00)

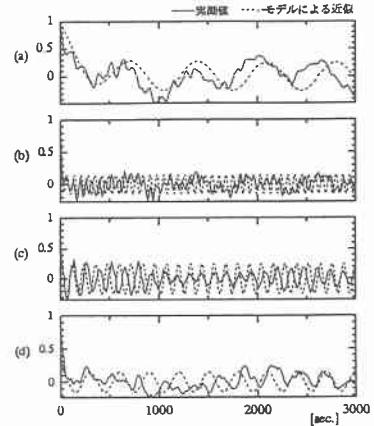


図-6 各点自己相関係数
(Case2:98. 10. 18 2:00-6:00)

平滑フィルタに与える。

$$R_{in}(\tau) = e^{-\alpha\tau} \quad (4)$$

ただし、 $R_{in}(\tau)$ =入力自己相関関数である。また、式(4)から入力スペクトルは次式となる。

$$S_{in}(\omega) = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (5)$$

ただし、 S_{in} =入力スペクトル、 ω =各周波数、 α =定数である。また式(1)・式(2)からローパスフィルタとノッチフィルタの周波数振幅特性はそれぞれ次式で表される。

$$G_L(\omega) = \frac{\omega_c^4}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 2\omega_c^2\omega^2} \quad (6)$$

$$G_{Ni(i=1,2,3)}(\omega) = \frac{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + bandwidth^2\omega^2} \quad (7)$$

ここで、 G_L =ローパスフィルタの周波数振幅特性、 $G_{Ni(i=1,2,3)}$ =ノッチフィルタの周波数振幅特性である。ただし、添え字*i*は3種類のノッチフィルタに対応する。水位平滑化フィルタの周波数振幅特性はこれら4つの振幅特性の積なので次式で表される。

$$G_{ALL}(\omega) = G_L(\omega)G_{N1}(\omega)G_{N2}(\omega)G_{N3}(\omega) \quad (8)$$

ただし、 G_{ALL} =水位平滑化フィルタの周波数振幅特性であり、これを計算した結果が図-1ということになる。また、フィルタの周波数振幅特性および入力スペクトルが分かれば出力スペクトルは次式により表現できる。

$$S_{out}(\omega) = G_{ALL}(\omega)S_{in}(\omega) \quad (9)$$

図-7(a)・図-8(a)に実測値で確認できた α の値

(0.005 および 0.09)を用いて、式(5)で計算した入力スペクトルを示し、図-7(b)・図-8(b)に式(9)で計算した出力のスペクトルを実線で示す。この結果から分かるように入力スペクトル・出力スペクトル共に α の値で大きく変わることが確認できる。出力自己相関は式(9)の逆変換を計算すればよいので次式で与えられる。

$$R_{out}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{out}(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega \quad (10)$$

また、式(9)は式(6)・式(7)・式(8)から明らかのように偶関数であるから式(10)は次式のように変形できる。

$$R_{out}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{out}(\omega)\cos(\omega\tau)d\omega \quad (11)$$

ところが、式(6)・式(7)・式(8)から明らかのように式(11)は非常に高次の積分となり解析的にこの積分をおこなうことは困難である。そこで、出力スペクトル $S_{out}(\omega)$ を3次スプラインで近似して積分を実行する。出力スペクトルは図-1と図-7(b)・図-8(b)を比較して分かるよう水位平滑化フィルタの周波数振幅特性に非常に近い形となる。このため以下の条件を満足するような3次スプラインの当てはめでこの近似を行った。

- 1) ノッチ中心の各周波数で出力のスペクトルが0であり、かつその1階微分が0となる。
- 2) $\omega=0$ で出力のスペクトルが $2/\alpha$ となり、かつ1階微分が0となる。
- 3) 3つのノッチ中心角周波数を $\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}$ (ただし、 $\omega_{01} < \omega_{02} < \omega_{03}$)とすると、 ω_{01} と ω_{02} の間の区間および ω_{02} と ω_{03} の間の区間に極大値が存在する。

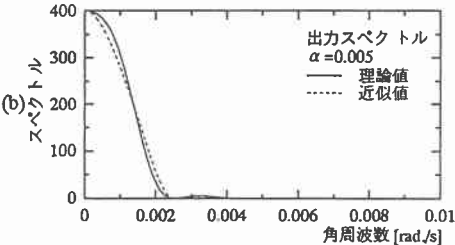
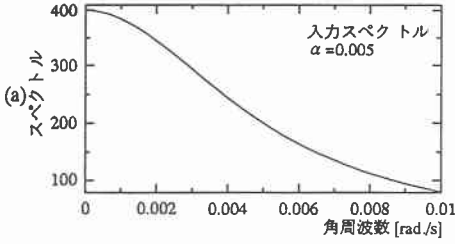


図-7 入力スペクトルと出力スペクトルの形状(1)
($\alpha=0.005$)

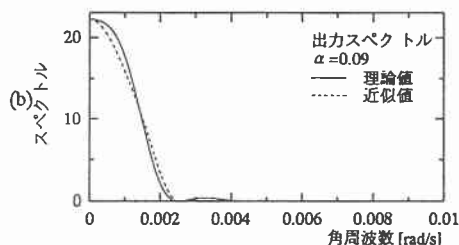
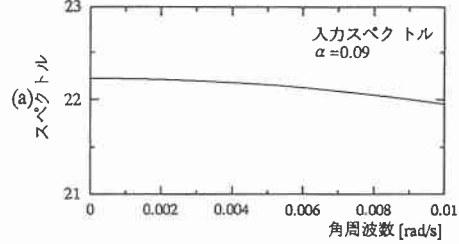


図-8 入力スペクトルと出力スペクトルの形状(2)
($\alpha=0.09$)

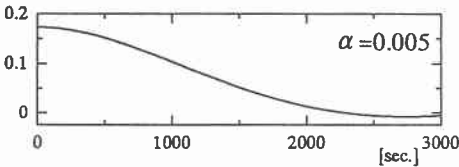


図-9 出力の自己相関(1)
($\alpha=0.005$)

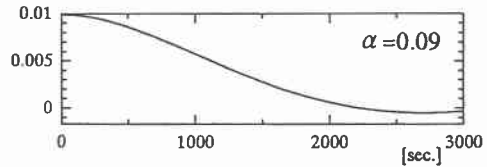


図-10 出力の自己相関(2)
($\alpha=0.09$)

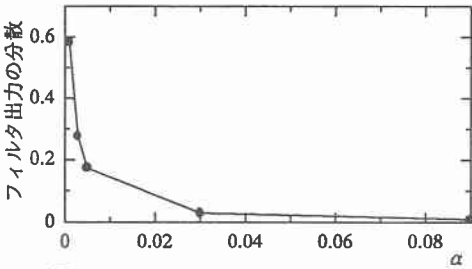


図-11 α と水位平滑化フィルタ出力の分散

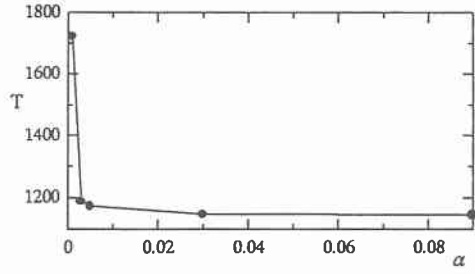


図-12 α とタイムインテグラルスケールの関係

4) ω_{03} 以上の周波数領域では出力スペクトルは0になる。

これらの条件を満足する3次スプラインで出力スペクトルを近似した結果が図-7・図-8に破線で示されている。

図-9・図-10はこの近似した関数を用いて式(11)の積分を実行して得られる出力の自己相関関数である。この結果から分かるように入力分散が1であるのに対して出力分散は約0.2($\alpha=0.005$)と約0.01($\alpha=0.09$)であり出力分散が入力分散と比べ

て1~2オーダー小さくなっている。すなわち、流入量の変動のように高い相関を長時間持続するような変動に対して水位平滑化フィルタは小さい分散を持つ出力を生むことが確認できる。

図-9・図-10からこの出力分散は α の値に依存しており α の値が小さくなると出力分散が大きくなっているのが分かる。また、強い相関が継続する時間も α の値が小さくなるに伴い大きくなっている。図-11は α の値を変えて出力分散を計算した結果をプロットしたものである。この図から α

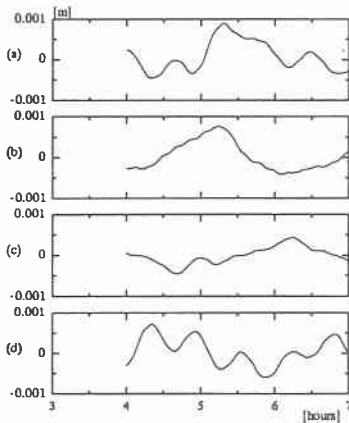


図-13 原系列フィルタ出力
(Case1:98. 10. 13 3:00-6:00)

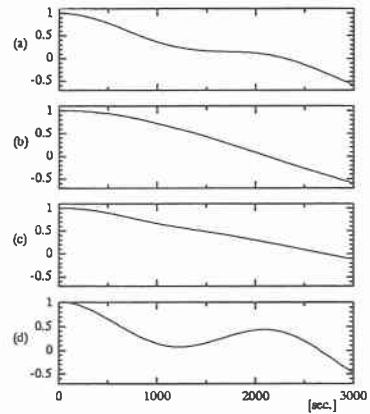


図-14 フィルタ出力の自己相関
(Case1:98. 10. 13 3:00-6:00)

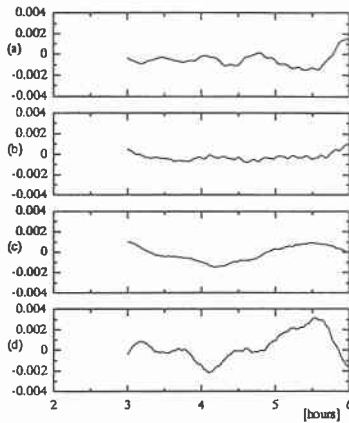


図-15 原系列フィルタ出力
(Case2:98. 10. 18 2:00-6:00)

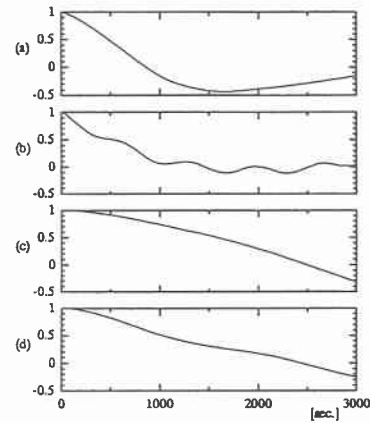


図-16 フィルタ出力の自己相関
(Case2:98. 10. 18 2:00-6:00)

の値が小さくなるにつれてフィルタ出力の分散が急激に大きくなっていることが確認できる。このことは長時間高い相関を有する水面の上昇や下降が信号として水位平滑化フィルタに入力された時、その結果としてやや分散が大きい出力を得ることを意味している。水位平滑フィルタが分散を拡大することは無いにしても使用上注意が必要であろう。また、フィルタ出力において強い相関が継続する時間も α の値が小さくなるに伴い長くなっている。この継続時間を評価するのに次式で示されるタイムインテグラルスケール T を用いる。

$$T = S / R_{out}(0)$$

$$S = \int_0^{t_2} R_{out}(\tau) d\tau \quad (12)$$

ここで、 t_2 は $R_{out}(\tau)$ が最初に 0 となる時間である。この T と α の関係を示したのが図-12である。図-12から強い相関が継続する時間も α の値が小さくなるにつれて急激に大きくなる傾向にあるのが確認できる。

次に実水位データが水位平滑化フィルタを通過した結果得られる出力がどのような相関構造をもつのかを実際に調べてみる。図-13および図-15はそれぞれ図-3・図-5に示した原系列が水位平滑化フィルタを通過した時に得られる出力である。ただし、フィルタ出力は定常な出力が得られるまでに約2500秒の時間を要するので最初の1時間分は表示していない。この図から明らかのように水位平滑化フィルタの効果により高周波成分は除去さ

れた結果となっている。しかし、図-13(a)(b)では周期約2100秒の変動が見られる。これは図-1に示したようにセイシュ最長周期以下でも若干の通過域が存在しているためこの部分を通過して除去し切れなかったセイシュ成分である。また、図-13(d)では周期約2時間の変動が現われているがこの現象が何なのかは不明でありその説明は今後の課題となっている。

この出力結果の自己相関係数を計算した結果が図-14および図-16である。図-9と比較してみると、似たような形となっているが、決して良い一致とは言えないようである。この原因はいくつか考えられるが、1)フィルタ出力には除去しきれなかったセイシュ成分が存在すること2)流入量の変動が持つ相関構造が解析で仮定したものと異なっていることなどが考えられる。2時間という長周期の変動がフィルタ出力に現われた図-13(b)とその自己相関である図-14(b)について考えてみると、自己相関を計算する際には最大ラグを3000秒で計算しているので、データ数を増やしてラグを大きくすれば周期2時間の変動が現われると推測できる。しかし、ラグを3000秒で見ているとういことは、この2時間周期の変動を短い区間に分けて見ていることになり、この場合の相関構造は解析で仮定した $e^{-\alpha}$ 型の相関構造が卓越して現われた場合に近いと考えることが可能で、確かに解析結果に最も近い形になっており、本解析結果の正しさを確認できる。

最後に実水位データから得た分散と解析から得られる分散の比較を行う。解析結果から $\alpha=0.005$ の場合、出力の分散は入力分散の約0.2倍となり、 $\alpha=0.09$ の場合、出力の分散は入力分散の0.01倍になっている。解析で与えた入力自己相関と実データから得た自己相関は異なる基準化が施されているので、これを解析の基準化に合わせて入力分散が出力分散の何倍になっているかを示したのが表-2である。合わないケースも見られるがおおよそオーダー的には一致しており、解析で仮定した相関構造が実データにも含まれている結果であると考えている。

表-2 実水位データのフィルタ入出力分散の比

case	計測点	α	入出力分散の比
Case1	No.1	0.005	0.12
	No.2	0.005	0.28
	No.3	0.005	0.11
	No.4	0.005	0.12
Case2	No.1	0.005	0.02
	No.2	0.09	0.002
	No.3	0.09	0.007
	No.4	0.09	0.02

5. まとめ

- 1)本研究により著者らが開発した水位平滑化フィルタの出力の分散は、流入量の変動のように長い時間強い相関を持つ変動に対しては入力の持つ分散よりも小さいものになることを確認した。
- 2)入力が長い時間強い相関を維持するとそれに伴い水位平滑化フィルタの出力の分散は増大する傾向にあることを確認した。

6. おわりに

今回の検討では仮定した入力の相関構造が実現象にどの程度合致するのかと言う点についてはまだ曖昧なところが多い。そのため、より厳密に入力の相関構造を調べた上でこのような解析を行う必要があると考えている。

参考文献

- 1)石田享平, 鈴木洋之, 長谷川和義: 多点同時水位計測による定山溪ダム貯水池での水面変動の計測と解析, 土木学会論文集 No. 628/ II -48, pp. 163-176, 1999. 8
- 2)鈴木洋之, 長谷川和義, 中津川誠, 岩崎政司: 金山ダム貯水池の水面振動特性, 第54回土木学会年次学術講演会講演概要集, 1999
- 3)鈴木洋之, 長谷川和義, 藤田睦博, 岩崎政司: フィルタ理論を用いたダム貯水池への流入量推定, 水工学論文集第44巻(投稿中)