

II-55

球形モデル法による低含水量における $\theta - \phi$ 関係の推定

北見工業大学 ○正会員 中尾隆志
北海道大学大学院 フェロー 藤田陸博

1. はじめに

著者らは微視的観点から粒径分布を有する球形粒子内のサクションと保水量推定のモデル化を行ってきた。この目的のために、粒子接合部においてリング水が独立して存在するとの仮定により、2球間のサクションと保水量算定式の誘導を行った¹⁾。これらの関係は2球間の粒子の距離と粒径比の関数として表される。このモデルを一般の土壌に対し適用するには、任意の土粒子が他の粒子と何個接触しているか(配位数)を決定しなければならない。著者らは任意の球とそれに接する球と同等の体積を持つ仮想の球体を考えることにより、配位数を推定する方法を提案している²⁾。

本報告では比較的低含水量で粒子間の接触部でリング水が独立して存在すると考えられる領域に本モデルを適用し、珪砂を用いた吸水実験との比較を行っている。

2. 飽和土壌内の保水形態

図-1は土壌内の保水形態の概要を模式的に表している³⁾。含水量が非常に少ない場合(a)には、土壌内の保水形態は次の2つに分類することができる。1つは土粒子表面を覆っている”吸着水”あるいは”皮膜水”と呼ばれる非常に薄い水膜であり、一方は土粒子接合部に生じる水と空気の表面張力によって生じる”リング水”と呼ばれる保水形態である。しかし、吸着水は水分子が土粒子に向かって一定の方向を持って配列し土粒子固有の吸着力によりかたく保持されており、その厚さが水分子の径の数倍であり、土壌中では常に非可動状態である。従って、一般の自然土壌のように 10^{-3}mm 以上の粒径を有する場合にはこれを無視することができる⁴⁾。後者のリング水による保水はいわゆる鞍型の形状を呈しており、この場合、図中(b)に示したように土粒子を球形と仮定し、リング水が接触点で独立して存在すると、次章に述べるように、このリング水によるサクションと保水量の関係を簡単に求めることができる。さらに含水量が増加すると、いわゆる”懸垂水”となる。この場合、個々のリング水は互いに連結し、水の移動が可能となる(c)。その後、水分量の増加に伴い、ついには間隙中の空気は含水により、土粒子間内部の間隙内に気泡として取り残される(d)。この気泡の大きさは水量の増加と共に小さくなり、これに伴い気泡内部の空気圧が増大する。本論文ではこれ以後、保水量が比較的小さい、図中(a)または(b)のリング水が独立して存在する場合に対し、解析を行うものとする。

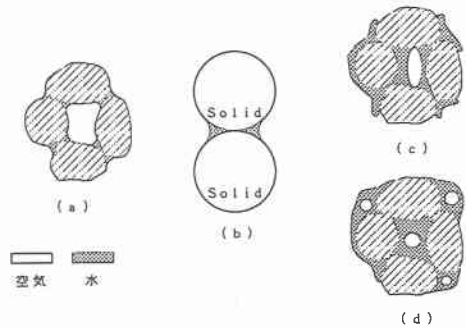


図-1 土粒子の保水形態

Estimation of $\theta - \phi$ in Low Water Content by Using Spherical Particle Model Method.
By Takashi NAKAO and Mutsuhiro FUJITA

3. 計算方法

3.1 2球間モデルによる独立したリング水のサクシオンと保水量の算定

図-2に示すように2つの異球径 R_1, R_2 からなる土粒子接合部においてリング水が存在する時, 水と大気の圧力差 ($P_w - P_a$) は次式で計算することができる¹⁾.

$$P_w - P_a = \sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

ここに, σ は水と空気の表面張力であり, リング水の曲率半径は

$$r_1 = R_1 \sin \omega_1 + r_2 (\sin \omega_2 - 1)$$

$$r_2 = \frac{(R_1 + \delta)(R_1 + 2R_2 + \delta) + R_1 \{R_1 - 2(R_1 + R_2 + \delta) \cos \omega_1\}}{2\{(R_2 - R_1) + (R_1 + R_2 + \delta) \cos \omega_1\}}$$

(2)

と表される.

ここで, $P_w - P_a$ が負の場合, いわゆるサクシオンが生じ, リング水はこの粒子接合部で保水されることになる. この場合, $r_1 > 0, r_2 > 0$ となるのは当然のことである. 特に $\delta \neq 0$ の非接触の場合, r_1 は負となることがあるので注意を要する. 一例として, $R_2/R_1 = 0.1, \delta/R_1 = 0.02$ の時, $\omega_1 < 0.59^\circ, \omega_1 > 21.86^\circ$ では r_1 は負となる

一方, リング水が独立して存在する場合, あるリング水の保水量 (V_w) は図-2を参照して幾何学的関係から式(3)のように求められる.

$$V_w = \pi r_2 \left\{ (A^2 + r_2^2) (\cos \omega_1 + \cos \omega_2) - A r_2 \{ \sin \phi \cos(\omega_1 - \omega_2) + \pi - \phi \} \right\} \quad (3)$$

$$- \frac{\pi}{3} \left\{ r_2^3 (\cos^3 \omega_1 + \cos^3 \omega_2) + R_1^3 (1 - \cos \omega_1)^2 (2 + \cos \omega_1) + R_2^3 (1 - \cos \omega_2)^2 (2 + \cos \omega_2) \right\}$$

ここに,

$$A = r_1 + r_2, \phi = \omega_1 + \omega_2, \omega_2 = \sin^{-1} \left(\frac{r_1 + R_2}{R_2 + r_2} \right)$$

したがって, 任意の球に他の球が何個接触しているかわかれば独立したリング水のサクシオンと保水量の関係を推定することが可能となる.

3.2 配位数の推定

半径 R_0 の土粒子における他の粒子との接合数 ($N(R_0)$: 以下, 配位数と称する) の推定は斎藤の提案している次式を用いた⁵⁾.

$$N(R_0) = \frac{\{ h^3 \bar{R}^5 + 3h^2 \bar{R}^4 \bar{R}_0 + 3h \bar{R}^3 \bar{R}_0^2 \}}{\bar{R}^2 \bar{R}^3} \quad (4)$$

式(4)は球が接する接点における切平面で区切られた球を含む多面体の集合を考え, 半径 R_0 を持つ球を含む多面体とその球に接触している全ての多面体の球殻体積を多面体1個当たりの体積で割って平均配位数を推

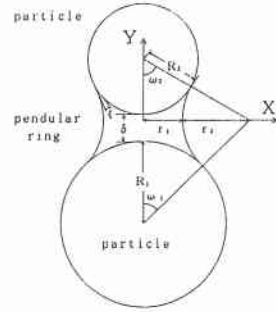


図-2 座標系

定する方法に基づいている。式中のhは、合併多面体を評価する際、この合併多面体と同体積の半径 R_0+hR からなる球として式を誘導した結果残る等価半径を決めるパラメータである。

4. 低含水量におけるリング水によるサクシオンと保水量の算定

上記3. で述べた方法により、リング水の算定を試みた。図-3は計算に用いた土粒子の粒径分布を示している。粒径の最頻値は $149\mu\text{m}$ の92.7%であり、他に $250\mu\text{m}$ 粒径が7.3%と2つの粒径より構成されている。間隙率は上記と同じ粒径分布を持つ山形産7号硅砂を用いた室内実験による吸水実験の時に得られた $\varepsilon=0.4424$ を用いた⁶⁾。配位数の決定は以下の方法によった。式(4)によるパラメータhの決定は著者らが提案しているように等球径規則充填体にも本方法が適用できるものとし⁶⁾、間隙率から仮の配位数を式(5)を用いて求め、その後、式(6)に代入することにより求められる。表-1に式(4)~(6)により求められた配位数の推定値を示す。

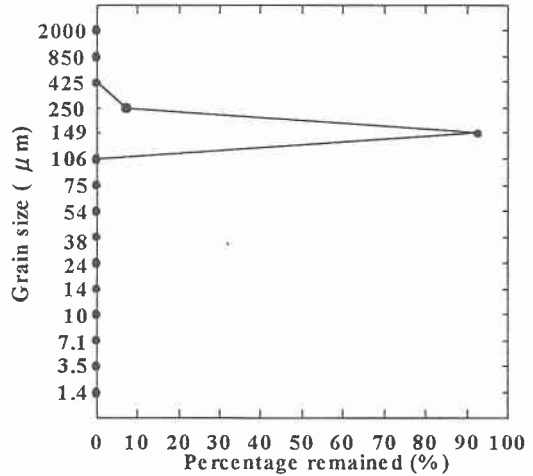


図-3 粒径分布

$$N = 2.872 \varepsilon^{-1.055} \quad (5)$$

$$h = 0.418 + 0.080N \quad (6)$$

表-1 計算された各粒子の配位数

粒子の直径 D (μm)	平均配位数	D=149 μmの 個数	D=250 μmの 個数
149	6.3	5.8	0.5
250	12.7	11.8	0.9

図-4はリング水が独立して存在すると仮定して計算を行った $\theta - \phi$ 関係の結果を実線で示している。実際の計算手順は以下の方法による。

①式(4)~(6)により各粒子の配位数の算

定を行う(表-1参照)。次に、②計算された配位数に応じて各粒子間のサクシオン(ϕ)と保水量(V_w)の算定を式(1)、(3)を用いて行う。ところで、式(1)、(3)はいずれも ω_1 の関数となっておりこのままでは $\phi - V_w$ の関係は直接求められない。そこで、 ϕ と V_w の計算は ω_1 を 0.1° づつ変化させ、 ϕ が0になるまで ϕ と V_w の計算を繰り返すことにより求めた。このとき、 V_w は表-1を参照し、配位数の個数倍している。その後、ある粒子に対し、粒径149、250 μm に接触している保水量を加えあわせた結果がその粒子の全保水量となる。③全保水量から体積含水率 θ への換算は粒子の粒径分布と任意の体積内で間隙率は一定であるとの仮定により計算を行った。

著者らは本計算条件と全く同一の粒径分布と間隙率を持つ硅砂試料において、室内で土柱法による吸水実験を行っている⁶⁾。実験結果の $\theta - \phi$ 関係を図-4に●印で示す。

2章の図-1で述べたように、含水量の増加ともない粒子間の保水形態は粒子接合部でリング水が独立して存在する状態からリング水が互いに連結しあう“懸垂水”へと遷移する。この領域に対する $\theta - \phi$ 関係を補完するために、以下の仮定を行った。サクシオンが $0\text{cmH}_2\text{O}$ となるのは飽和度が100%となる $\theta = \varepsilon$ の時である。この点を通る直線式で“懸垂水”の $\theta - \phi$ 関係を近似化する。この際、 $\theta = 0$ となる ϕ の値は先に述べた土柱法による種々の粒径分布の実験結果を整理すると $\phi = 40 \sim 60\text{cmH}_2\text{O}$ の範囲となり、本報告で

は $50 \text{ cmH}_2\text{O}$ を採用した (図-4 中の破線).
 本来, この“懸垂水”における土壌内の保水機構は粒子間の配置に大きく依存すると思われる. 著者らは構成される土粒子が等球径規則充填体とみなせる土壌についてはその幾何学的特性から高含水域において土壌内の保水は粒子接合部でリング水が独立して存在するのではなく, いくつかのリング水が結合し, 結果として土壌内の空隙内に気泡を形成し, この気泡を押しつぶすように水量が増加するとして高含水域での $\theta - \phi$ 関係をうまく表現している⁷⁾ が, 本解析のように粒径分布を持つランダム充填の場合, 未だ十分なモデル化がなされていない. 図-4 の実線と破線の交点 ($\phi = 48 \text{ cmH}_2\text{O}$) より低含水域が粒子接合部でリング水が独立して存在する領域となり, それより高い含水域が“懸垂水”として, 土壌内で保水されていることが分かる.

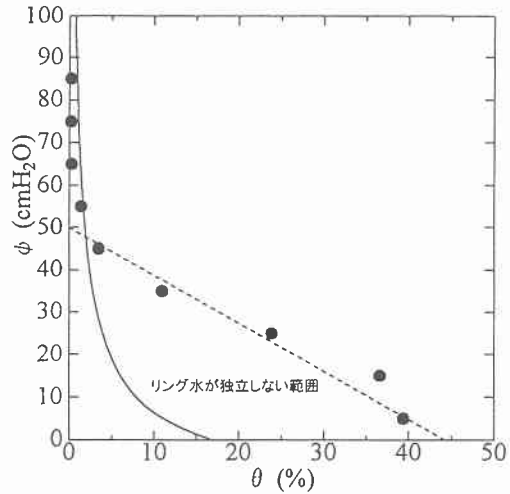


図-4 $\theta - \phi$ の計算値と実験値の比較

5. まとめ

本研究では, リング水が粒子接合部において単独で保水する低含水域に対し, 球形モデル法を適用してサクシオンとその体積含水量の算定手法を示した. また, “懸垂水”として土壌水が保水される領域に対し, $\theta - \phi$ 関係を直線で近似することにより計算結果と吸水実験結果がほぼ一致することが示された. しかし, “懸垂水”領域での $\theta - \phi$ 関係は単純に直線で近似されない場合も多く, この場合のサクシオンと保水量の評価に関しては今後の課題としたい.

参考文献

- 1) Nakao T. et al.: *Retained Water in Soil Based on Probabilistic Pore Structure, Environment International*, Vol.21, No. 5, pp.711-716, 1995.
- 2) 中尾隆志, 藤田睦博: 異球径ランダム充填の配位数と空隙率の関係について, 土木学会北海道支部論文報告集, 第54号(B), pp.54-57, 1998.
- 3) Bear J. and Bachmat Y.: *Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media*, KLUWER ACADEMIC PUBLISH, 1991.
- 4) Orr F. M., et al.: Pendular Rings between Meniscus Properties and Capillary Force, *Journal Fluid Mechanics*, vol. 67, pp.723-742, 1975.
- 5) 斎藤延夫: (著者は今のところ詳しい論文を手に入れていない. 次の論文にその概略が記されている) 樋口伊佐夫: 粒子充填に関する統計的研究, 東京工業大学博士論文, 1971.
- 6) 中尾隆志, 藤田睦博: 土壌水分特性曲線に及ぼす土壌構造の影響, 土木学会北海道支部論文報告集, 第50号, pp.54-57, 1995.
- 7) 中尾隆志, 藤田睦博: 土粒子の充填構造に関する解析, 水文・水資源学会研究発表会要旨集, pp.228-229, 1993.