

II-54

山地流域の洪水到達時間

北海道大学工学部土木工学科	学生会員	○横地いずみ
北海道大学大学院工学研究科	フェロー会員	藤田 睦博
北海道大学大学院工学研究科	正会員	清水康行
北海道大学大学院工学研究科	学生会員	田中 岳
日産建設(株)	正会員	熊谷 進

1. はじめに

合理式は、水文資料の完備していない中小河川流域におけるピーク流量の実用的な推定式として多用されている。合理式の理論的な意味付けに関しては石原・高棹<sup>1)</sup>、角屋・福島<sup>2)</sup>、神田<sup>3)</sup>、近森・長井<sup>4)</sup>らの研究をあげることができる。これらの研究は、いずれもkinematic wave 式を直接、間接的に基本式としている。任意の降雨波形(複数のピークをもつ降雨あるいは途中で降雨が中断する場合)が与えられたとき、その洪水到達時間を求めることは容易ではない。本論文では、厳密に洪水到達時間を求める手法を提案し、2斜面・1河道流域に適用した結果について報告する。

2. 基礎理論

図-1に示すような2矩形斜面と1河道をもつ流域を想定し、斜面域では式(2.1)~(2.4)のkinematic wave 式が成立しているものとする。

$$\frac{\partial h_{s1}}{\partial t} + \frac{\partial q_{s1}}{\partial x} = r(t) \quad (0 < x \leq l_1) \quad (2.1)$$

$$q_{s1} = \alpha_s q_{s1}^{m_s} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial h_{s2}}{\partial t} + \frac{\partial q_{s2}}{\partial x} = r(t) \quad (0 < x \leq l_2) \quad (2.3)$$

$$q_{s2} = \alpha_s q_{s2}^{m_s} \quad (2.4)$$

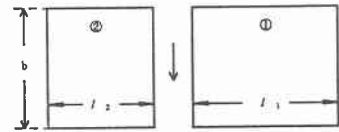


図-1 2斜面1河道流域

$h$ :水深  $q$ :単位幅流量  $t$ :時間

$x$ :斜面上流端からの距離

$\alpha, m$ :斜面定数  $l$ :斜面長( $l_1 > l_2$ )

添え字  $s$  は斜面を意味し、添え字 1, 2 は斜面①, ②を表す。

一方、河道に関しても式(2.5), (2.6)のkinematic wave式が成立しているものとする。

$$\frac{\partial a_c}{\partial t} + \frac{\partial q_c}{\partial y} = q_{s1}(l_1, t) + q_{s2}(l_2, t) \quad (0 < y \leq b) \quad (2.5)$$

$$q_c = \alpha_c a_c^{m_c} \quad (2.6)$$

$a_c$ :流水断面積  $q_c$ :流量

$y$ :河道上流端からの距離

解析を容易にするために、式(2.1)~(2.6)を無次元化する。

Flood Concentration Time at a Mountainous Basin

by Izumi Yokochi, Mutsuhiro Fujita, Yasuyuki Shimizu and Susumu Kumagai

$$t = t_* T \quad x = x_* X \quad r = r_* R$$

$$h_{s1} = h_{s1*} H_{s1} \quad q_{s1} = q_{s1*} Q_{s1} \quad (2.7)$$

\*印は無次元化基準量を示し、大文字の量は小文字の量に対応する無次元量である。添え字  $s$  は斜面を意味し、添え字 1, 2 は斜面①, ②を表す。

$$x_* = l_1 \quad r_* = \bar{r} \text{ (平均降雨量)} \quad q_{s1} = \bar{r} l_1$$

$$h_* = \left\{ \frac{\bar{r} l_1}{\alpha_s} \right\}^{1/m_s} \quad t_* = \left\{ \frac{\bar{r}^{-1-m_s} l_1}{\alpha_s} \right\}^{1/m_s} \quad (2.8)$$

を用いると、式(2.1), (2.2)の無次元方程式として式(2.9), (2.10)が得られる。

$$\frac{\partial H_{s1}}{\partial T} + \frac{\partial Q_{s1}}{\partial X} = R(T) \quad (0 < X \leq 1) \quad (2.9)$$

$$Q_{s1} = H_{s1}^{m_s} \quad (2.10)$$

また、式(2.7)において

$$h_{s2} = h_{s2*} H_{s2} \quad q_{s2} = q_{s2*} Q_{s2} \quad (2.11)$$

とすることによって、式(2.3), (2.4)の無次元方程式として式(2.12), (2.13)が得られる。

$$\frac{\partial H_{s2}}{\partial T} + \frac{\partial Q_{s2}}{\partial X} = R(T) \quad (0 < X \leq l_2/l_1) \quad (2.12)$$

$$Q_{s2} = H_{s2}^{m_s} \quad (2.13)$$

式(2.5), (2.6)に次の無次元化基準量を用いる。

$$a_c = a_{c*} A_c \quad q_c = q_{c*} Q_c \quad y = y_* Y \quad (2.14)$$

$$y_* = b \quad a_{c*} = l_1 q_{s1*} q_{c*} = b q_{s1*} \quad (2.15)$$

したがって、次式が得られる。

$$\frac{\partial A_c}{\partial T} + \frac{\partial Q_c}{\partial Y} = Q_{s1} + Q_{s2} \quad (0 \leq Y \leq 1) \quad (2.16)$$

$$Q_c = \frac{a_c a_c^{m_c}}{q_{c*}} A_c^{m_c} \quad (2.17)$$

### 3. Kinematic Wave 式の計算法

kinematic wave 式の計算法としては、式(2.1), (2.2)を直接差分化する手法<sup>5)</sup>、特性曲線の理論を用いる手法がある。ここで採用する計算方法は後者の手法に属する者であるが、実測の降雨波形が図-2に示すような矩形パルスであることを考慮した手法である。kinematic wave 式として次式を考える。

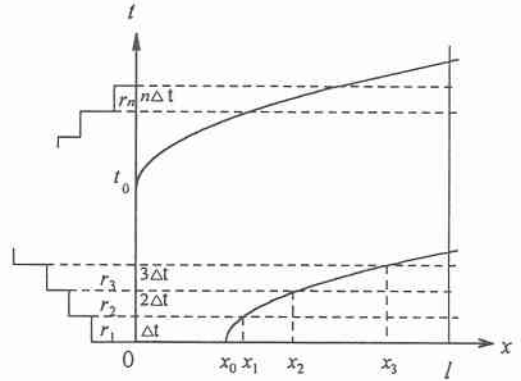


図-2  $x, t$  平面上の特性曲線

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (3.1)$$

$$q = \gamma h^m \quad (3.2)$$

上式の特性方程式は、次のように与えられる。

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{\gamma m h^{m-1}} = \frac{dh}{r} \quad (3.3)$$

図-2に示すように、 $x$  軸上の座標  $x_0$  から出発する特性曲線が  $i\Delta t$  時刻に到達したときの  $x$  座標値を  $x_i$ 、このときの水深を  $h_i$  とすると式(3.3)より

$$\int_{(i-1)\Delta t}^i r_i dt = r_i [t - (i-1)\Delta t] = h - h_{i-1} \quad (3.4)$$

$$x - x_{i-1} = \gamma m \int_{(i-1)\Delta t}^i [r_i \{t - (i-1)\Delta t + h_{i-1}\}^{m-1} dt \quad (3.5)$$

$t = i\Delta t$  と置くことにより、

$$h_i = r_i \Delta t + h_{i-1} \quad (3.6)$$

$$x_i = x_{i-1} + \frac{\gamma}{r_i} \left\{ (r_i \Delta t + h_{i-1})^m - h_{i-1}^m \right\} \quad (3.7)$$

$x_{i-1} < l < x_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) なる  $i$  が存在するとき、式(3.4)より斜面末端の水深  $h(t, l)$  は、次式で与えられる。た

だし、降雨の継続時間を  $n\Delta t$  としている。

$$h(t, l) = r_i \{ t - (i-1)\Delta t \} + h_{i-1} \quad (3.8)$$

また、この時の時刻  $t$  は式(3.5)より式(3.9)となる。

$$t = \frac{1}{r_i} \left[ \left\{ \frac{r_i}{\gamma} (l - x_{i-1}) + h_{i-1} \right\}^{1/m_s} - h_{i-1} \right] + (i-1)\Delta t \quad (3.9)$$

また、 $x_n < l$  のとき

$$h(t, l) = \Delta t \sum_{i=1}^n r_i \quad (3.10)$$

$$t = \frac{l - x_n}{\gamma m_s (\Delta t \sum_{i=1}^n r_i)^{m_s - 1}} + n\Delta t \quad (3.11)$$

$t$  軸上の座標  $t_0 + (i-1)\Delta t \leq t < i\Delta t$  に特性曲線の起点がある場合には、次のようになる。

$$h_i = r_i (i\Delta t - t_0) \quad (3.12)$$

$$h_{i+1} = r_{i+1} \Delta t + h_i \quad (3.13)$$

$h_i$  は、起点を出発した特性曲線の  $i\Delta t$  時刻における水深である。

$$x_i = \gamma r_i^{m_s - 1} (i\Delta t - t_0)^{m_s} \quad (3.14)$$

$$x_{i+1} = \frac{\gamma}{r_{i+1}} \left[ \left\{ r_{i+1} \Delta t + h_i \right\}^{m_s} - h_i^{m_s} \right] + x_i \quad (3.15)$$

$x_i$  は、起点を出発した特性曲線の  $i\Delta t$  時刻における  $x$  座標値である。斜面末端における水深は、式(3.8)～(3.11)を用いて計算できる。式(3.6)～(3.15)を用いることによって、 $x$  軸上あるいは  $t$  軸上の任意の点から出発する特性曲線を追跡し斜面末端のハイドログラフを得ることができる。

#### 4. 斜面上の洪水到達時間

前節で示した手法により洪水到達時間(神田3)はピーク到達時間と呼んでいる)を求めてみる。降雨波形としては、図-3に示す三角形波形を採用した。洪水到達時間  $T_c$  は次のように定義できる。

$$T_c = T_{qp} - T_0 \quad (4.1)$$

$T_{qp}$  は、斜面末端における流量のピーク時刻である。また、 $T_0$  はそのときの  $T$  軸上の特性曲線の起点である。図-4,5は、 $T_c \sim T_p/T_R$  の関係をプロットしたもの

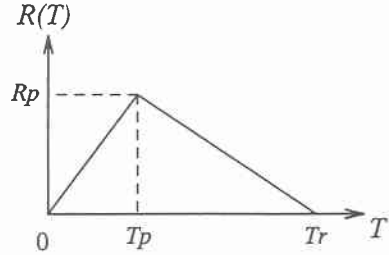


図-3 採用した降雨波形

である。図-3の三角形降雨波形の継続時間を  $T_R=4,10$  の2種類にとり、 $R_p=0.5$  として  $T_p$  を変化させた。  $1 \leq m_s \leq 1.5$  の範囲で  $T_p/T_R$  の値にかかわらず  $T_c$  は、 $m_s$  によってのみ定まる。図-6は  $T_R=4,6,10$  とし  $T_p/T_R=0.5$  の場合について、 $T_c \sim m_s$  の関係をプロットしたものである。 Manning 則より得られる  $m_s=5/3$  の範囲まで  $T_c$  は  $m_s$  によって決定される。これまでの結果は、降雨波形の単純な三角形波形を対象にしたが、実降雨波形や複数のピークをもつ降雨波形についても解析をしているが、紙面の関係で記述を省略する。

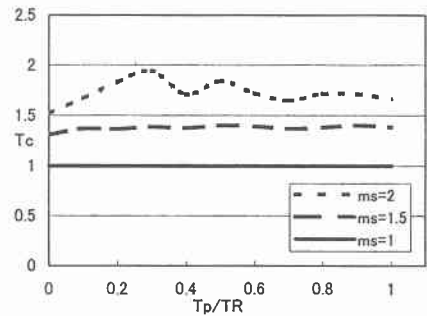


図-4  $T_c \sim T_p/T_R$  の関係 ( $T_R=4$ )

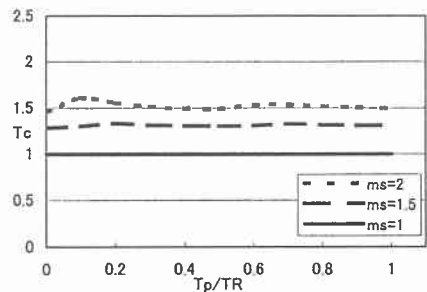


図-5  $T_c \sim T_p/T_R$  の関係 ( $T_R=10$ )

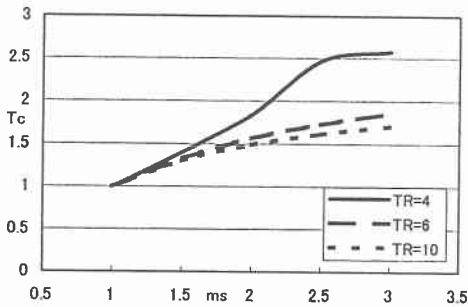


図-6  $T_c \sim m_s$  の関係 ( $T_p/T_R=0.5$ )

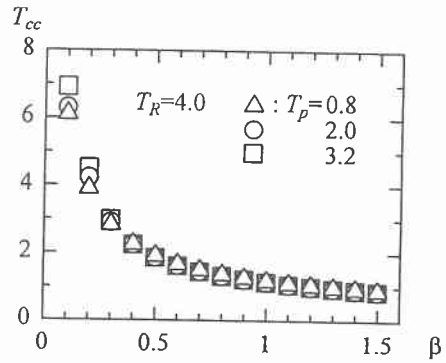


図-7 係数  $\beta$  と河道の洪水到達時間の関係

## 5. 2 斜面1河道流域の洪水到達時間

解析を容易にするために、図-1において  $l_1=l_2$  とする。したがって、基礎式はつぎのようになる。

$$\frac{\partial H_{s1}}{\partial T} + \frac{\partial Q_{s1}}{\partial X} = R(T) \quad (0 < X \leq 1) \quad (6.1)$$

$$Q_{s1} = H_{s1}^{m_1} \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial A_c}{\partial T} + \frac{\partial Q_c}{\partial Y} = 2Q_{s1} \quad (0 \leq Y \leq 1) \quad (6.3)$$

$$Q_c = \beta A_c^{m_c} \quad (6.4)$$

$$\beta = \frac{\alpha_c a_c^{m_c}}{q_{c*}} \quad (6.5)$$

図-7は、式(6.1)の降雨波形として

$$T_R=4, R_p=0.5, T_p=0.8, 2.0, 3.2 \quad (6.6)$$

の三角形降雨波形を与え、河道末端 ( $Y=1$ ) のにおける  $Q_c(T, 1)$  の洪水到達時間  $T_{cc}$  と式(6.4)の係数  $\beta$  の関係をプロットしたものである。三角形降雨波形のピーク時刻  $T_p$  は、 $T_{cc} \sim \beta$  関係に無関係である。また、 $\beta > 1$  になると  $T_{cc}$  は小さくなり、河道効果を無視できる。

## 6. まとめ

本論文では、kinematic wave 式で任意の降雨波形の洪水到達時間を求めることのできる計算手法を提案した。さらに、この手法を河道流にも適用し

河道における洪水到達時間を求めることができることを示した。

## 参考文献

- 1) 石原藤次郎・高埴琢馬(1959): 単位図法とその適用に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第60号別冊3-3
- 2) 角屋 睦・福島 晟(1976): 中小河川の洪水到達時間, 京都大学防災研究所年報, 第19号B, pp. 143-152
- 3) 神田 徹(1986): 非定常降雨による斜面流の伝播時間, 第30回水理講演会論文集
- 4) 近森秀高・永井明博(1999): 降雨波形が洪水到達時間に及ぼす影響, 水文・水資源学会誌, 第12巻4号, pp. 319-326
- 5) Li, R.M., Simons, D.E. and M.A. Stevens: Nonlinear Kinematic Wave Approximation for Water Routing, W.R.R., Vol.11, No.2, 1975