

II-53

降雨流出系の周波数領域における過渡応答特性

北見工業大学大学院 ○学生員 木口 満  
 北見工業大学工学部 正会員 早川 博  
 北見工業大学工学部 正会員 内島邦秀

1. はじめに

降雨流出の関係は、降雨を入力とし、流域で変換された流量を出力とする非線形応答システムと考えられる。一般に、システムに入力を加えるとある時間までは複雑な応答を示すが、十分に時間が経過すると定常状態に達する。応答が定常状態に達するまでの経過を過渡応答、定常状態での応答を定常応答といい、実流域における降雨流出の関係は主に過渡状態で流量が推移することが大半である。著者ら<sup>1)</sup>は前報において定常状態の応答解析手法の一つである周波数応答法をこの過渡状態の応答解析に拡張し、過渡状態の流出量の応答特性が、定常応答のゲイン特性にほぼ類似した特性を示すことを明らかにした。今回は実測の降雨波形を用いた流出解析に周波数応答法を適用し、その有効性を引き続き検討する。

また、流出モデルには流域の物理量を空間的に集約する集中型モデルと物理量の空間的不均衡を考慮する分布型モデルに大別される。分布型モデルは流域を幾つかのサブ流域、河道網といった流域固有の物理量を空間的に分布させる事が出来る構造になっているため、サブ流域での変換機構や河道網による流量の合成機構など、個々のシステムを連結したシステムになっている。本研究ではサブ流域から過渡状態で出力される流出量を入力とする河道網の合成・運搬過程による応答特性についても検討を行った。

2. 実降雨による周波数応答特性の検討

前報<sup>1)</sup>では実降雨に近い三角形降雨波形を対象に過渡応答状態の周波数応答特性を調べ、定常応答の周波数応答解析から得られた式(1)~(5)のゲイン特性と比較すると、ほぼ類似した特性を示すことを明らかにした。ここで定常状態の周波数応答はサブ流域に星の貯留関数法<sup>2)</sup>を、河道網における流出量の運搬・合成機構に流出量が一定速度で伝播し線形重ね合わせるモデルを適用して導かれたものである<sup>3)</sup>。式(1)、(2)がサブ流域に貯留関数モデルを適用した場合のゲイン特性であり、式(3)の流域全体のゲイン特性 $G_T$ は、各サブ流域のゲイン $G_i$ と位相遅れ $\phi_i$ 、河道による流出の遅れ $\tau_r = R_i/v$ からなっていることがわかる。ここで、 $\omega$ は角周波数、 $A_i$ はサブ流域面積、 $A_r$ が流域総面積、 $R_i$ がサブ流域から流域末端までの流路長、 $v$ が洪水波の伝播速度である。また、式(3)において伝播速度 $v$ を無限大にすると、式(4)は河道による流出の遅れがない場合のゲイン $G_S$ になり、一方、式(3)のサブ流域のゲイン( $G_i=1$ )と位相遅れ( $\phi_i=0$ )を無視すると、式(5)は河道網の運搬・合成によるゲイン特性 $G_L$ を意味する。実降雨に近い三角形降雨波形の応答特性に定常応答の周波数応答法が適用可能であったので、今回は実際の降雨波形を用いた流出解析に本手法を適用し、その有効性を検証する。

実際の降雨波形は連続量であり、実際に入手できる降雨データは観測時間間隔 $\Delta t$ の離散量である。そこで富里ダム流出試験地<sup>4)</sup>で観測された10分間隔のデータを実降雨と見なし、観測時間を $\Delta t=20, 30, 60, 120$ 分とした観測降雨波形を作成する。この観測降雨を流域面積が異なるサブ流域に入力して流出量を計算する。流出モデルは前出の星モデルである。なお、 $\Delta t=10$ 分間隔の降雨に対する計算流出量を実流出量と仮定することにした。これは、同流出試験地に対する10分間隔の観測流量はあるものの、流域面積が異なる他の流域の観測結果がないためである。

$$G = \frac{1}{\sqrt{(1 - P_2 K_2 \bar{r}^{P_2 - 1} \omega^2)^2 + (P_1 K_1 \bar{r}^{P_1 - 1} \omega)^2}} \quad (1)$$

$$\phi = -\frac{P_1 K_1 \bar{r}^{P_1 - 1} \omega}{1 - P_2 K_2 \bar{r}^{P_2 - 1} \omega^2} \quad (2)$$

$$G_T = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{A_r} G_i \cos(\phi_i - \omega \frac{R_i}{v}) \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{A_r} G_i \sin(\phi_i - \omega \frac{R_i}{v}) \right)^2} \quad (3)$$

$$G_S = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{A_r} G_i \cos \phi_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{A_r} G_i \sin \phi_i \right)^2} \quad (4)$$

$$G_L = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{A_r} \cos(\omega \frac{R_i}{v}) \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{A_r} \sin(\omega \frac{R_i}{v}) \right)^2} \quad (5)$$

Estimation of Hydrological Transient Response for Rainfall Runoff System in Frequency Domain  
 by Michiru KIGUCHI, Hiroshi HAYAKAWA and Kunihide UCHIJIMA

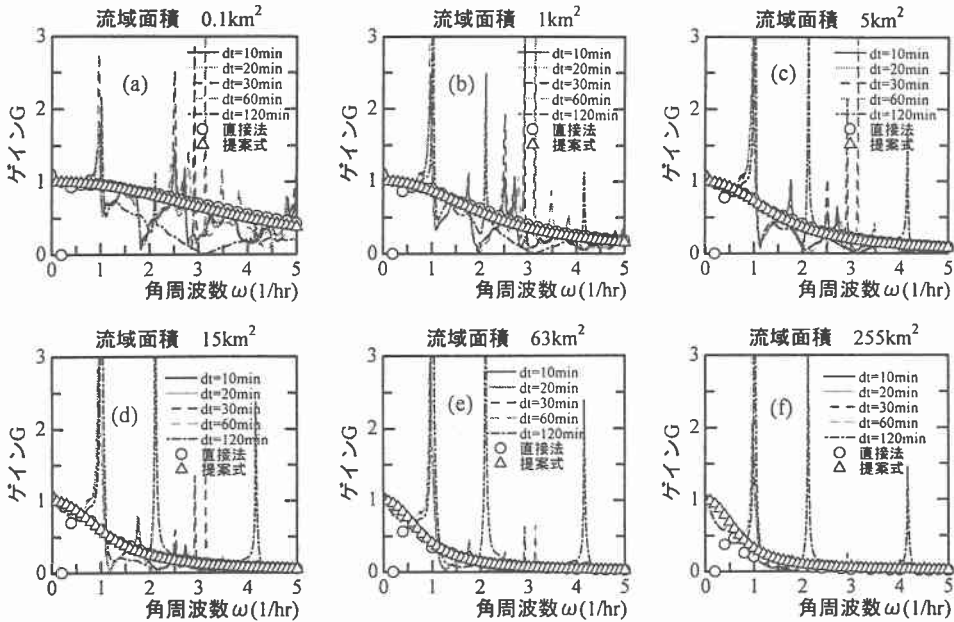


図1 実降雨の観測時間間隔と流域のゲイン特性の関係

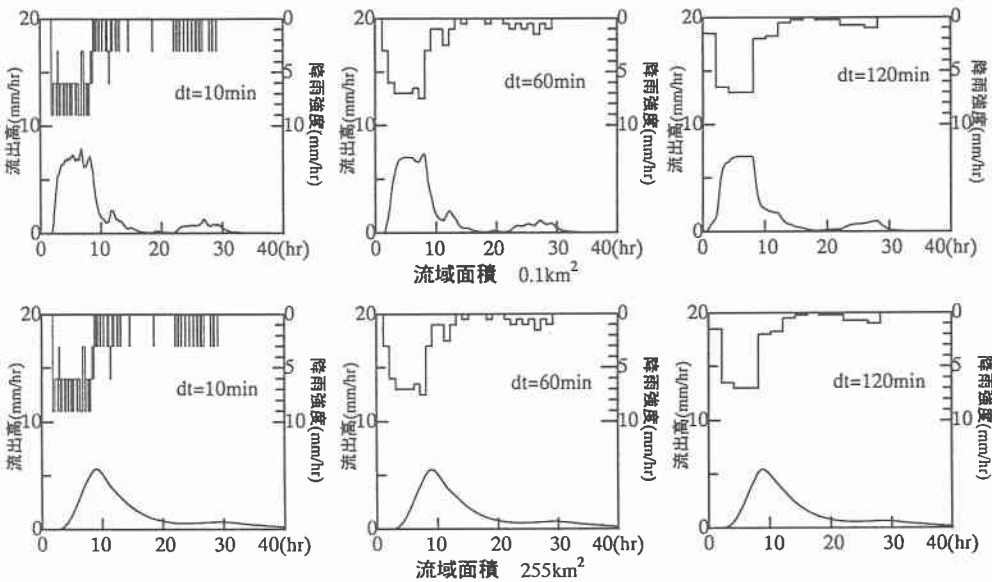


図2 ゲインとハイドログラフの関係

実測資料を用いた流域システムの周波数応答特性は、藤田<sup>5)</sup>と同じ方法で求めた。要点だけを述べると、降雨  $r(t)$  と流出量  $q(t)$  をフーリエ積分するため、 $r(t)$  については矩形パルス、 $q(t)$  については接線近似法を適用してフーリエ変換してサブ流域のシステム関数を求め、ゲイン、位相遅れを算定する手法である。フーリエ

積分に際し、 $r(t)$ と $q(t)$ の観測時間間隔 $\Delta t$ は同じである。なお、本手法の詳細は参考文献を参照していただきたい。

図-1(a)～(f)は本手法で算定したゲインと、この実降雨波形を前節で述べた三角形降雨波形に近似して式(1)から推定したゲインを比較した図である。同図は流域面積が $A=0.1\sim 255(\text{km}^2)$ の6種類の流域について、 $\Delta t=10\sim 120$ 分間隔の観測降雨を入力したときのゲイン特性を示している。 $A=0.1(\text{km}^2)$ の場合(図-1(a))は、 $\Delta t$ に依らず $\omega=1.0(1/\text{hr})$ までゲインがほぼ1であり、流出の際のゲイン低下は見られない。本手法は $r(t)$ と $q(t)$ のフーリエ変換した $R(\omega)$ と $Q(\omega)$ は極めて安定な解を得るが、その比であるシステム関数 $H(\omega)$ ( $=Q(\omega)/R(\omega)$ )は誤差の影響が拡大されるため、図のように $\omega=\pi/3, \pi/2, \pi(1/\text{hr})$ 付近で発散する挙動を示している。式(1)から推定したゲインと比較すると、本手法で得られたゲインの下限値に接する値になっていることが分かる。また、流域面積が大きくなると、次第に $\omega=0\sim 1.0(1/\text{hr})$ のゲイン低下が認められる。

この様な周波数領域でのゲイン特性の違いは、時間領域での応答特性、即ちハイエト・ハイドログラフで示される流出特性への程度反映されるものか、検証してみる。図-2は流域面積が $A=0.1(\text{km}^2)$ と $255(\text{km}^2)$ の場合について、異なる $\Delta t$ の観測降雨に対するハイドログラフを示したものである。ゲインの低下がほとんどなかった $A=0.1(\text{km}^2)$ の場合は、観測降雨波形にほぼ等しいハイドログラフになっている。一方、ゲインの低下が著しい $A=255(\text{km}^2)$ の場合は、 $\Delta t$ の短い間隔のハイドログラフの方が、高周波の変動成分が平滑化されているのが分かる。

### 3. 河道網のゲイン特性

河道網の応答特性(ゲイン特性)は、各サブ流域からの出力(流量)が入力値として与えられると、河道を流下する際の流域末端までの流下距離(リンク長)とその伝搬速度により決定される遅れ時間だけ時間がずれて流量が合成されることにより生じるものである。いま、サブ流域からの流出量が過渡状態である場合に、河道網での応答特性が、サブ流域と同様に定常応答と類似な応答特性と示すかどうかについて検討する。

今回は、河道網の基本的な応答特性を調べるため、図-3に示す最も流出が遅い河道網パターン(パターン1)と最も速い河道網パターン(パターン2)の両極端のパターンについて検討した。対象とした流域は総流域面積が $200(\text{km}^2)$ で、本川長をHackの式で与え、リンク長(河道長)は本川長を(支流数+1)で除した値とした。このリンクに付随するサブ流域の面積は総流域面積をサブ流域数( $2N-1$ ,ここで $N$ はマグニチュード)で除した等リンク、等流域面積の河道網である。前節で述べた通り、流出量の合成には線形重ね合わせの原理が成立するものとして、2つの河道網パターンについて、マグニチュードが $N=4, 8, 16$ の3ケースの河道網についてゲイン特性を解析する。また、河道への入力値は、前報<sup>1)</sup>でサブ流域のゲイン特性を求めた場合と同様に(三角形+正弦波)の波形を与えて、数値計算からゲインを求める方法(直接法)と定常応答の理論式(5)とを比較検討した。

図-4は本手法で算定したゲインと理論式(5)とを比較したものである。まず、定常波形(正弦波)を与えた場合のゲイン(○印)と理論式(実線)は一致し、理論式の妥当性が検証できた。次に、非定常波形(三角形+正弦波)を与えた場合(△印)と理論式とを比較すると、やや非定常波形のゲインが大きくなる傾向が見られるが、定常波形と同様なゲイン低下の傾向を示している。マグニチュードが大きくなるに従いその差は小さくなっていることが分かる。また、各マグニチュードにおいて伝搬速度が速くなるにつれ、ゲインのピーク値( $v=1(\text{m/s})$ の場合、 $\omega=3$ 付近でピーク)は、高周波領域に遷移していく。また、パターン1と2を比較すると、全ての計算条件について流出の遅いパターン1の方が、河道網によるゲインの低下は大きい。これは河道網パターン1の集水過程において、流域末端からの遡った場所にあるサブ流域が均等に分布しているため、流出波形を遅れ時間だけずらしながら合成すると、ハイドログラフも平滑化される。そのためゲイン低下は著しいと考えられる。河道網パターン2は、左右対称の流出量が集中し易いパターンのため、流出波形が同位相で合成されやすいためと考えられる。なお、図中の太い実線は、各マグニチュードのすべての河道網パターンを平均したゲイン特性で、個々の河道網パターン単独の場合よりゲインの低下が大きい。

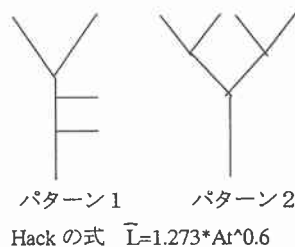


図-3 河道網パターン

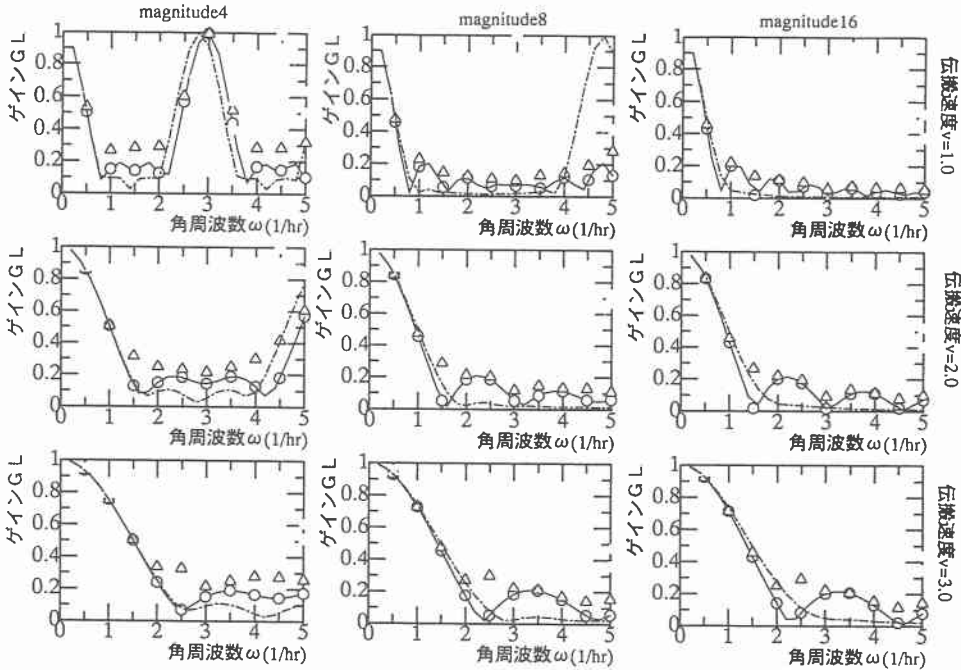


図-4 河道網ゲインの理論値と計算値の比較

#### 4. おわりに

三角形降雨波形を流域に与えた場合、ハイドログラフは上昇期してピークを迎えると、直ちに下降期が始まり、流出量の定常な状態がほとんどない。このような過渡的な状態での応答特性を把握するために、本研究では一様な降雨波形を長時間与えて流出量の定常応答を解析する周波数応答法を拡張して適用した。

まず、サブ流域において実降雨を対象に流域のゲイン特性を求めてみると、三角形降雨波形に近似したゲイン特性と類似したゲイン特性を示すことが分かった。次に、河道網における過渡応答状態のゲイン特性を求めた結果、定常応答の理論式にほぼ類似した傾向を示した。したがって、降雨-流域システムが過渡応答状態にあっても、定常応答の解析手法である周波数応答法が適用可能であることが示された。

今後の課題としてはサブ流域のゲイン特性と河道網によるゲイン特性を組み合わせ、流域全体のゲインに関する過渡応答特性を明確にしていく必要がある。

#### 《謝 辞》

本研究の一部は文部省平成 11 年度科学研究費補助金・基盤研究(C)(2) (代表者：早川博) の補助を受けて遂行された。記して謝意を表したい。

#### [参考文献]

- 1) 木口満・早川博・内島邦秀：降雨流出系の周波数領域における応答特性の検討，土木学会北海道支部論文報告集，第 55 号(B)，pp. 2-7, 1999.
- 2) 星 清・山岡勲：雨水流法と貯留関数法との相互関係，第 26 回水理講演会論文集，pp. 273-278, 1982.
- 3) 早川博・藤田睦博・内島邦秀：周波数応答法による降雨流出系の流域スケールの検討，土木学会北海道支部論文報告集，第 54 号(B)，pp. 18-23, 1998.
- 4) 早川博・斉藤靖史・内島邦秀：凍結土層を有する少雪寒冷地の融雪流出特性に関する研究，水工学論文集，第 42 巻，pp. 127-132, 1998.
- 5) 藤田睦博：降雨流出系のシステム関数の解析について，第 15 回水理講演会論文集，pp. 61-66, 1971.