

II-52

エントロピー法とタンクモデル
による損失雨量の比較に関する研究

北海道大学工学部 ○学生会員 堀田 一久
北海道大学大学院 フェロー 藤田 睦博

1. はじめに

実用的な観点から流出モデルを分離すると、流出モデルに降雨の損失機構を内蔵しているモデルと有効雨量の推定を必要とするモデルに大別される。前者の代表的なモデルはタンクモデルであり、後者のモデルとしては貯留関数法が挙げられる。実流域における流出解析手法として、タンクモデルが多用されている理由の一つは有効雨量を必要としない利点をもっているからである。

有効雨量の推定、逆にいえば損失雨量の推定はこれまでの水文学の重要課題の一つであったが、未だに充分解明されていない分野である。

本論文では、竹内¹⁾らによって開発された非定常単位図を求めるエントロピー法を発展させた藤田²⁾の手法による損失雨量波形の推定法と、タンクモデルより得られる損失雨量の特性を比較したものである。

2. エントロピー法による損失雨量の計算

i 時刻に降った雨量 r_i のうち j ($\geq i$) 時刻に流出する成分を $h_{i,j}$ とすると表-1 のようなマトリックスを構成できる。 q_j は j 時刻の流出量を示し、m, n はそれぞれ降雨、流出量の継続時間である。

竹内は表-1において、 r_i を有効雨量とし $m \times n$ のマトリックスを考えた。式(2.1), (2.2), (2.3)を条件式としても未知数のほうが多いため、このままでは解くことができない。ここにエントロピー法という手法が導入された。後に、藤田により $h_{i,n+1}$ (損失雨量)の項が付け加えられ、 r_i を観測降雨として考えられるようになり、より一般的なものとなった。

具体的な式の誘導過程は、文献1)2)を参照してもらうこととする。

表-1 マトリックス

	r_1	r_2	...	r_i	...	r_m
q_1	$h_{1,1}$					
q_2	$h_{1,2}$	$h_{2,2}$				
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots			
q_i	$h_{1,i}$	$h_{2,i}$...	$h_{i,i}$		
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	
q_m	$h_{1,m}$	$h_{2,m}$...	$h_{i,m}$...	$h_{m,m}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
q_n	$h_{1,n}$	$h_{2,n}$...	$h_{i,n}$...	$h_{m,n}$
$\sum_{i=1}^m r_i - \sum_{j=1}^m q_j$	$h_{1,n+1}$	$h_{2,n+1}$...	$h_{i,n+1}$...	$h_{m,n+1}$

$$\sum_{i=1}^m r_i = \sum_{j=1}^m q_j \quad (2.1)$$

$$r_i = \sum_{j=i}^m h_{i,j} \quad (2.2)$$

$$q_j = \sum_{k=i}^j h_{k,j} \quad s = \begin{cases} j & j \leq m \\ m & j > m \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^m r_i - \sum_{j=1}^m q_j = \sum_{i=1}^m h_{i,n+1} \quad (2.4)$$

$$E_i \sum_{j=1}^{n+1} D_{i,j} q_j F_j = 1 \quad (1 \leq i \leq m) \quad (2.5)$$

$$F_j \sum_{k=1}^j D_{k,j} r_k E_k = 1 \quad s = \begin{cases} j & j \leq m \\ m & j \geq m \end{cases} \quad (2.6)$$

$$h_{i,j} = D_{i,j} r_i E_i q_j F_j \quad (2.7)$$

$$D_{i,j} = \exp(-1 - \gamma c_{i,j}) \quad (2.8)$$

$$c_{i,j} = 1 - (j - i + 1) \quad (2.9)$$

(ここで、 E_i, F_j, γ は定数である。)

尚、本研究においては、ハイドログラフの立ち上り以前の雨量を無視し、流量は初期流量で分離した直接流出量としている。

また、本文中に用いられる流出率 f は次式で表される。

$$f = \frac{Q}{R}$$

Q：総直接流出量 R：総降雨量

3. タンクモデルについて

本研究では、洪水流出解析によく用いられる図-1のような直列3段タンクを採用している。各パラメーターは表-2に示す。なお、今回の解析においては、すべてのタンクについて初期貯留量はないものとしている。

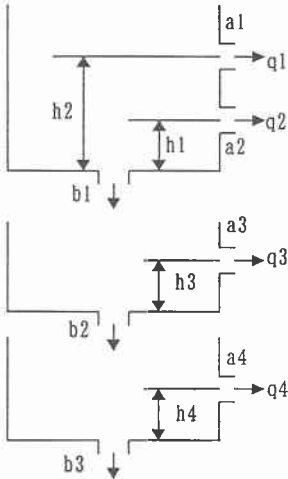


図-1 採用したタンクモデル

表-2 図-1のタンクモデルのパラメーター

a1	0.032	h1	6	b1	0.03
a2	0.028	h2	35	b2	0.03
a3	0.05	h3	15	b3	0.03
a4	0.03	h4	15		

4. タンクモデルによる有効雨量の分離

八田ら⁴⁾によると、図-2のように時刻0～iまでに入力された降雨時系列は、流出モデルを介して図-2中の $Q_i(t)$ のようなハイドログラフに変換される。時刻i-1までで降雨が終了したとすれば、ここまでの降雨による流出は、図中の $Q_{i-1}(t)$ のよう

なると考えられる。時刻iまでの降雨によるハイドログラフの差が時刻iの降雨による流出に相当する。すなわち、

$$r_e(i) = \int_0^{\infty} \{Q_i(t) - Q_{i-1}(t)\} dt$$

$$r_l(i) = r(i) - r_e(i)$$

ここに、 $r_e(i)$ 、 $r_l(i)$ はそれぞれ時刻iにおける有効雨量損失雨量を表している。

本研究では、この方法をタンクモデルに適用している。

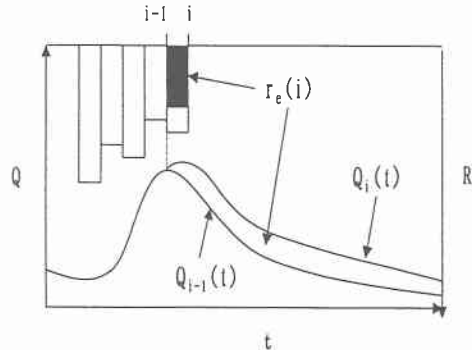


図-2 有効雨量の分離法

5. エントロピー法より得られる損失雨量の特性

エントロピー法を用いて損失雨量を求める際、式(2.8)において γ の値を与える必要がある。ここでは、 γ の値により得られた損失雨量の特性について調べる。

図-3-1、図-3-2は湧別川対遠橋流域(280.4km²)の実測資料について行った解析の結果を示したものである。この結果から次のことがわかる。

(1) γ が変化しても損失雨量の波形は大きく変わることはない。

(2) 降雨波形、降雨量の影響を強く受ける。

(3) γ が大きくなると、初期の損失が大きくなり、後期には小さくなるという傾向にある。これは降雨初期では流出率は小さく、後期では大きくなっているということを意味する。

(4) 図中の交点における損失雨量はその時刻における降雨量に $(1-f)$ を乗じた値とほぼ一致している。このことは、その時刻における流出率が f に等しいことを意味している。

同様の結果が常呂川忠志流域(1550.1km²)について行った解析からも得られている(図-4-1、-4-2)。(尚、図-3-2、図-4-2上のプロットはその時刻の観測雨量に $(1-f)$ を乗じた値である。)

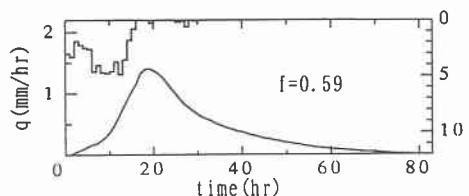


図-3-1 対遠橋流域における
ハイドログラフ

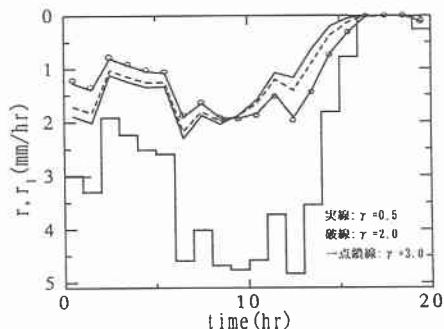


図-3-2 対遠橋流域における
損失雨量の変化

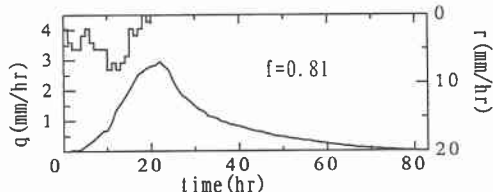


図-4-1 忠志流域における
ハイドログラフ

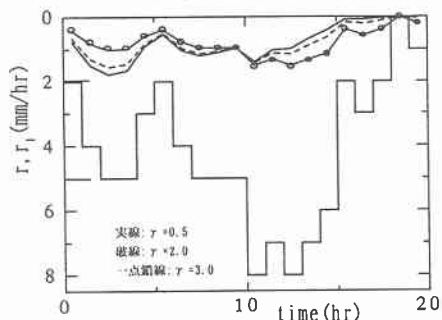


図-4-2 忠志流域における
損失雨量の変化

6. γ の推定

本章では、4章の方法により求められた損失雨量を真値と仮定し、この値との比較から最適な γ を推定する。

図-5-1に示されている降雨を図-1のタンクモデルに入力する。 $(q_1+q_2+q_3+q_4)$ が図-5-1の流量になる。この流量と降雨を用いてエントロピー法により損失雨量を求める。この値と真値との二乗平均誤差が最小となるような γ を求めた結果、 $\gamma=2.5$ が得られた。図-5-2はタンクモデルとエントロピー法($\gamma=2.5$)により得られた損失雨量の比較を表している。エントロピー法で得られた損失雨量は、降雨波形の影響を強く受ける特性をもっているために差が見られるが、ほぼ一致しているといっている。また、降雨に $(1-f)(f=0.54)$ を乗じた値とも比較したが、こちらも、近い値を示している。

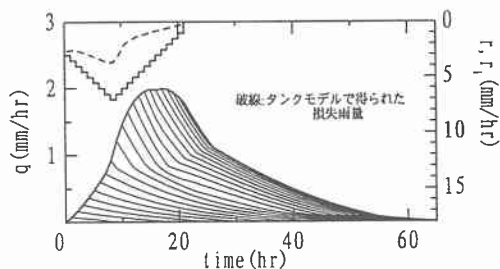


図-5-1 タンクモデルによる有効雨量分離

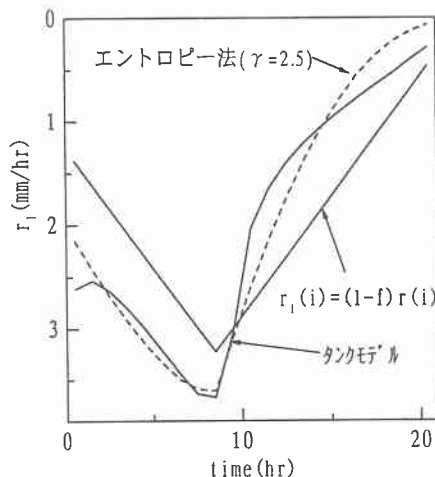


図-5-2 損失雨量の比較

$\gamma = 2.5$ に関して、より一般的な降雨についてもその妥当性が得られるかどうかを検証する。図-6-1に示されている降雨をタンクモデルに入力して、有効雨量分離し損失雨量を求める。これと、エントロピー法($\gamma = 2.5$)により得られた損失雨量を比較したのが図-6-2である。この場合もエントロピー法による損失雨量の特性がみられるが、波形、損失雨量ともによく近似できています。また、観測降雨に $(1-f)$ を乗じた値とも比較したが、こちらもほぼ一致している。

尚、図-6-1の破線はタンクモデルにより得られた損失雨量を示している。

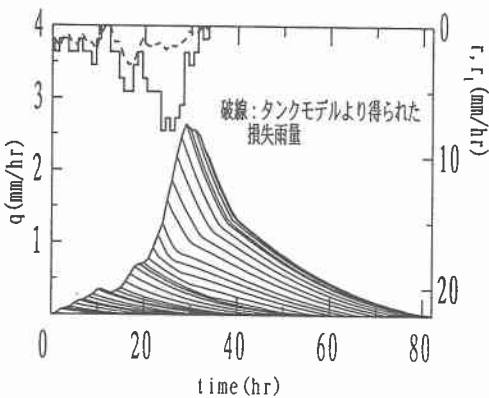


図-6-1 タンクモデルによる有効雨量の分離

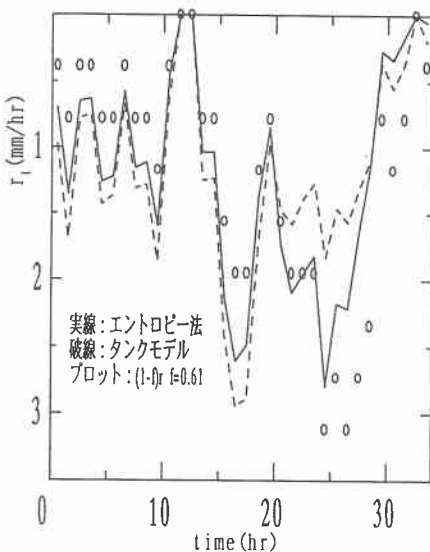


図-6-2 損失雨量の比較

8. 結論

1) エントロピー法の特性について

- ① 降雨波形あるいは降雨量に依存する(特に降雨量が急激に増加するような場合にはその影響はタンクモデルと比較すると顕著である。)
- ② γ が大きくなるほど、降雨初期の流出率は小さくなり、後期の流出率は大きくなる。
- ③ γ を変化させてそれぞれについて損失雨量を求めていくと、全てある時刻に決まった値をとっていることが確認された。この時刻における流出率は f とよく一致していることがわかったが、本研究ではその理由付けをするまでに至っていない。今後、検討していく予定である。

2) パラメーターの推定について

タンクモデルとよく一致するときの γ は2.5であることがわかった。しかし降雨量が大きく変化するような場合には、エントロピー法より得られる損失雨量はその影響を強く受けるため差がでてしまう。しかし、損失降雨波形全体での近似を考えれば、よく合っているといえる。

また、観測降雨に $(1-f)$ を乗じた値とも比較してきたが、タンクモデル・エントロピー法($\gamma = 2.5$)により得られた損失雨量とほぼ一致した結果が得られている。このことから、従来の有効雨量の算定法(観測雨量に f を乗じる方法)の有効性も確かめられている。今後は、解析例を増やしてこの妥当性についても検討したい。

参考文献

- 1) Kuniyosi Takeuchi: The Law of Entropy Increase Governing Rainfall-runoff Process, 3th. Int. Symp. on Stoch. Hy. 1980
- 2) 藤田陸博, 道口敏幸: エントロピー法を用いた流出解析, 土木学会北海道支部論文報告集 vol40, 1984
- 3) 道口敏幸, 藤田陸博: エントロピー法を用いた有効雨量の推定について, 土木学会年次学術講演会講演要旨集 第2部, vol138, 1983
- 4) 八田茂美, 藤田陸博, 山梨光訓: 損失を考慮した不飽和浸透理論の集中化, 土木学会論文集 vol1600, 1998
- 5) 菅原正巳: 流出解析法, 共立出版, 1972