

II-9

波動場中の楕円柱まわりの流れ構造について
—線形波の場合—

北見工業大学工学部 ○学生員 志田 紀子
北見工業大学大学院 学生員 佐々木 亨
北見工業大学工学部 正会員 佐藤 幸雄

I. まえがき

従来より基本的問題として、没水構造物が円柱の場合に、その周辺の流れの状態を、境界要素法を用いた数値解析により求め、円柱周辺のポテンシャル流の流速場の流速ベクトルを描いて、流れの状況を知ることができた。

本論文では、数値解析方法は上述と同様に境界要素法を用いたが、没水構造物は円柱に代えて楕円柱を用いた場合である。楕円柱の場合は円柱の場合と異なり、設置の位置、波向きに対する大きさ、形状について、種々の流れ場の状態が現れる事が予想され、また、形状、大きさに対する反射率の違いについても調べることは、興味ある問題と考えられ、研究を遂行した。本論文はその結果を述べたものである。

II. 数値解析

ポテンシャル流の流れ場

2次元流れの場合で、楕円柱を取り囲む波動場をポテンシャル流と考えて、次のようなグリーンの積分公式を用いた境界要素法により、流れ場のポテンシャル ϕ を求める。図-1 に示すように、楕円柱を囲む境界上のポテンシャル $\phi'(x_0, z_0)$ に対するグリーンの積分公式は、

$$\phi'(x_0, z_0) = \frac{1}{\pi} \int_S \left\{ \phi'(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} (\log r) - (\log r) \frac{\partial \phi'(\xi, \eta)}{\partial \nu} \right\} dS \quad (1)$$

であり、また領域内部のポテンシャル $\phi(x, z)$ に対しては、

$$\phi(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_S \left\{ \phi'(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} (\log r) - (\log r) \frac{\partial \phi'(\xi, \eta)}{\partial \nu} \right\} dS \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 (ξ, η) は境界上の点の座標で、 $\log r$ は2次元ラプラスの式の主要解、

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\eta)^2} \quad \text{である。}$$

また、 ν は楕円柱の表面における流体場に対して外向き法線ベクトルである。次に、図-2 に示すように、波動場を囲む境界の底面、楕円柱表面、自由表面、左右の仮想境界上を、区間長 ΔS 、区間個数 N 個に

分割して式(1)を離散化すると、

$$\phi'(i) = \sum_{j=1}^N \left\{ \bar{E}_{i,j} \phi'(j) - E_{i,j} \bar{\phi}'(j) \right\} \Delta S_j \quad (3)$$

となり、ここで、 $\bar{\phi}' = \frac{\partial \phi'}{\partial \nu}$

$$\bar{E}_{i,j} = \frac{1}{\pi} \int_S \frac{\partial}{\partial \nu} (\log r) dS = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \nu} (\log r_{i,j}) \Delta S_j \quad (4)$$

$$E_{i,j} = \frac{1}{\pi} \int_S (\log r) dS = \frac{1}{\pi} (\log r_{i,j}) \Delta S_j$$

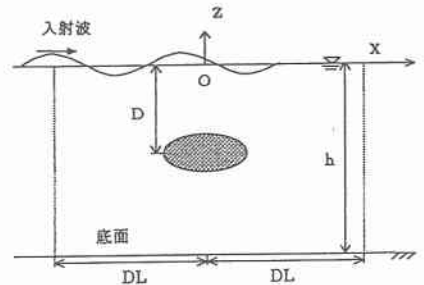


図-1 座標形の定義(2次元の場合)

Flow Structure around an Elliptical Cylinder in Water Waves,

by Noriko SHIDA, Toru SASAKI and Yukio SATO

また、特に $i = j$ ($x_0 \rightarrow \xi, z_0 \rightarrow \eta$) の時は、
 $\log r$ の主値積分を用いて、

$$E_{i,j} = \frac{1}{\pi} \left(\log \frac{\Delta S_j}{2} - 1 \right) \Delta S_j, \quad \bar{E}_{i,j} = 0 \quad (5)$$

となる。

次に、表面波に微小振幅波を使用して各変量を角周波数 σ と重力加速度 g により無次元化する。有次元量に “ \sim ” を付けて表すと、各無次元変量は、それぞれ

$$(x, z) = (\hat{x}, \hat{z}) \frac{\sigma^2}{g} \quad (h, D, \eta) = (\hat{h}, \hat{D}, \hat{\eta}) \frac{\sigma^2}{g}$$

$$(a, b) = (\hat{a}, \hat{b}) \frac{\sigma^2}{g} \quad t = \sigma \hat{t}$$

$$\phi = \hat{\phi} \frac{\sigma^3}{g^2} \quad (u, w) = (\hat{u}, \hat{w}) \frac{\sigma}{g}$$

無次元化された基本方程式および境界条件は、それぞれ次のようになる。

$$\text{基本式} : \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\text{底面条件} : \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (z = -h)$$

$$\text{表面条件} : \frac{\partial \phi}{\partial z} = \phi \quad (z = 0)$$

$$\text{楕円柱上} : \frac{\partial \phi}{\partial \nu} = 0$$

また、左右の仮想境界上のポテンシャルに減衰定在波を考慮して、左側仮想境界では、

$$\phi_{x=-l} = e^{i\omega t} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^M a_n e^{-i\omega t} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \quad (7)$$

右側仮想境界上では

$$\phi_{x=l} = \sum_{n=1}^M b_n e^{-i\omega t} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \quad (8)$$

をそれぞれ与えた。(ここで M は散乱波の項数)

また式(7)及び式(8)で、 a_1 および b_1 は入射波の振幅 1 の時の、それぞれ反射波及び透過波の振幅を表し、無次元波数 k, k_n に対する分散関係式はそれぞれ

$$k \tanh kh = 1, \quad k_n \tan k_n h = -1 \quad (9) \quad \text{である。}$$

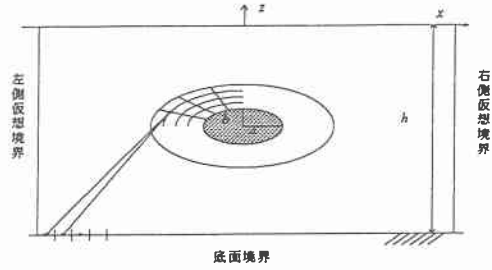


図-2 数値計算の計算メッシュ

以上の各式を使用して、境界上のポテンシャル ϕ' に関する連立方程式を解いて ϕ' を求めた後、さらに領域内部のポテンシャル ϕ については、式(2)を同様に離散化すると、境界上のポテンシャル ϕ' を用いて、 ϕ の値を一義的に求めることができる。また、領域内部の流速成分 u, w については、 ϕ を使用して、

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{により表され、}$$

これらの式を差分化して求めた。

III. 計算条件

波動場の状態は微小振幅波で、入射波には長波性と深水波性の2種類を使用した。水理諸元は表-1(長波)、表-2(深水波)に示した。

表-1 計算条件(長波の場合)

没水深 D [m]	楕円水平軸 a [m]	楕円鉛直軸 b [m]	CASE	b/a
5.2	2.0	0.6	1-1-1	0.3
		1.2	1-1-2	0.6
		2.0	1-1-3	1.0
		2.6	1-1-4	1.3
		3.2	1-1-5	1.6
8.45	2.0	0.6	1-2-1	0.3
		1.2	1-2-2	0.6
		2.0	1-2-3	1.0
		2.6	1-2-4	1.3
		3.2	1-2-5	1.6
11.7	2.0	0.6	1-3-1	0.3
		1.2	1-3-2	0.6
		2.0	1-3-3	1.0
		2.6	1-3-4	1.3
		3.2	1-3-5	1.6

水深 $h=15.9\text{m}$ 周期 $T=30.0\text{sec}$ 波高 $H=2.0\text{m}$
 $MS=32$ $NS=32$ $DL=1.0$ $ds=0.0355$

表-2 計算条件(深水波の場合)

没水深 D [m]	楕円水平軸 a [m]	楕円鉛直軸 b [m]	CASE	b/a
7.5	2.0	0.6	3-1-1	0.3
		1.2	3-1-2	0.6
		2.0	3-1-3	1.0
		2.6	3-1-4	1.3
		3.2	3-1-5	1.6
13.5	2.0	0.6	3-2-1	0.3
		1.2	3-2-2	0.6
		2.0	3-2-3	1.0
		2.6	3-2-4	1.3
		3.2	3-2-5	1.6
19.0	2.0	0.6	3-3-1	0.3
		1.2	3-3-2	0.6
		2.0	3-3-3	1.0
		2.6	3-3-4	1.3
		3.2	3-3-5	1.6

水深 $h=24.0\text{m}$ 周期 $T=5.0\text{sec}$ 波高 $H=2.0\text{m}$
 $MS=32$ $NS=32$ $DL=3.86$ $ds=0.386$

表-1 に示した長波の場合は実海域を想定し、有次元量で水深 $h=15.9\text{m}$ 、周期 $T=30.0\text{sec}$ 、入射波の波高 $H=2.0\text{m}$ で一定とし、楕円柱を設置する没水深は $D=5.2\text{m}$ 、 8.45m 、 11.7m の 3 種類、また楕円柱の形状は楕円の長軸 a 、短軸 b の比 $b/a=0.3$ 、 0.6 、 1.0 (円柱)、 1.3 、 1.6 の 5 種類とした。表-2 の深水波の場合は、水深 $h=24.0\text{m}$ 、周期 $T=5.0\text{sec}$ 、入射波波高 $H=2.0\text{m}$ で一定とし、楕円柱の没水深は $D=7.5\text{m}$ (表面付近)、 13.5m (中央部)、 19.0m (底面付近)で、楕円柱の形状は、長波の場合と同一の 5 種類である。次に、境界要素法による場合の境界の分割数は、楕円柱上に 20 点、その他は長波の場合は $dS=0.0355$ で分割点の総数は $N=140$ 点、また深水波の場合 $dS=0.386$ で分割点の総数は $N=80$ 点とした。

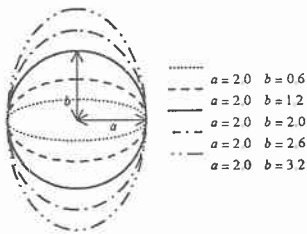


図-3 楕円柱形状

楕円柱周囲の領域内部に設定した計算メッシュは、 θ 方向に $MS=32$ 個、 r 方向には、楕円鉛直軸 b の 2.5 倍、 $2.5b$ の範囲に $NS=32$ 個設定した。なお楕円柱の形状については図-3 のようなものである。

IV. 計算結果と考察

楕円柱周囲の流れ場の状態を、流速ベクトル図で示すこととした。各図は、すべて表面波が時間 $t=\pi/2$ 時の水平方向最大流速時の場合を示している。

まず、長波の場合の計算結果から特徴的なものを示すと、楕円柱を水平に置いたときで表面付近 ($D=5.2\text{m}$) の図-4 と、底面付近 ($D=11.7\text{m}$) の図-5 を見ると、表面付近、底面付近でほぼ同様のベクトル図となっている。これは、長波の場合、流速分布が表面から底面に至るまでほぼ同程度の水平振動流となっている事から想定される。なお、図中、楕円柱表面の中央部で若干、楕円柱に向かった流速ベクトルが現れているが、これは計算の精度が悪いと思われる。また、楕円柱からやや離れると、楕円柱に沿ったほぼ妥当な流れとなっている。

次に、楕円柱を鉛直に設置した図-6(表面付近)、図-7(底面付近)の場合は、水平に設置した場合より、周囲の流れが極端に弱くなっているのがわかる。これは、水平方向流速成分が楕円柱により阻止され、上下方向に広く分散するためと考えられる。また、表面付近と底面付近を比べてみると、ほぼ同様の流れとなっている。

同様の流速ベクトル図を深水波の場合について示すと、楕円柱を水平に置いた場合で、表面付近 ($D=7.5\text{m}$) については図-8、底面付近 ($D=19.0\text{m}$) は図-9 である。

深水波の場合は、図-8、図-9 を見て分かるように、ほぼ楕円柱に沿った流れ場となっている。また、その流速は、表面付近より底面付近の方が小さく、深水波の流速に追従していると言える。また、楕円柱を鉛直に立てて設置した場合の図-10 および図-11 についても、長波の場合と同様に、流速ベクトルは小さく現れているのが見られる。さらに、底面付近は表面付近に比べて、流速ベクトルは小さく現れている。

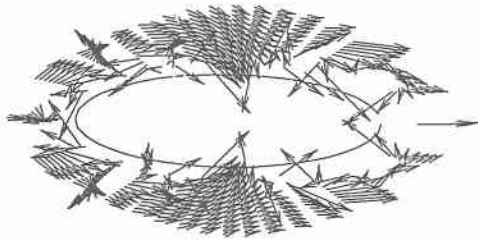


図-4 流速ベクトル図
 (長波の場合) CASE 1-1-1
 水深 $h=15.9\text{m}$, 没水深 $D=5.2\text{m}$

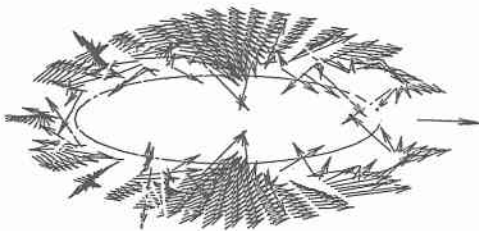


図-5 流速ベクトル図
 (長波の場合) CASE 1-3-1
 水深 $h=15.9\text{m}$, 没水深 $D=11.7\text{m}$

次に、楕円柱の没水設置場所と形状等に対する反射率の発生状況を見るために、反射率 K_r と透過率 K_t を求めてみた。反射率及び透過率は、反射波、透過波の振幅 a_1 および b_1 を使用した。この場合、すべての CASE において $K_r^2 + K_t^2 = 1$ が成立しているものである。

反射率 K_r の計算結果を示すと、長波の場合は、図-12(a)であり、横軸に楕円の鉛直軸 b (m) (水平軸 a =一定) の値を取り、縦軸に反射率 (K_r) を取って示した。図中の記号の違いは楕円柱の没水深の違いを表している。

長波の場合は、楕円柱を水平に置いた場合で鉛直軸 b が $b=0.6$ で小さいほど、即ち平板に近くなる程、反射率は大きく現れ、また、 b が大きく、即ち鉛直に立てて設置し、楕円形状が薄くなる程、反射率は小さくなっている。

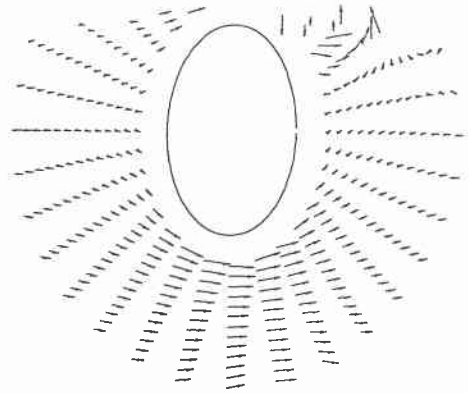


図-6 流速ベクトル図
 (長波の場合) CASE 1-1-5
 水深 $h=15.9\text{m}$, 没水深 $D=5.2\text{m}$

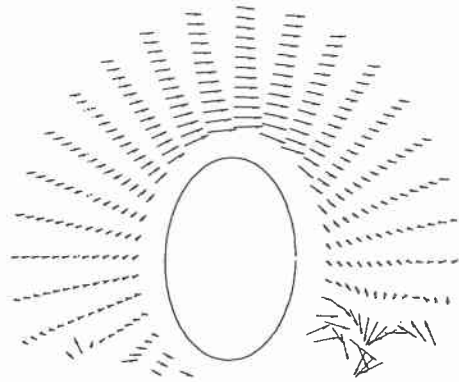


図-7 流速ベクトル図
 (長波の場合) CASE 1-3-5
 水深 $h=15.9\text{m}$, 没水深 $D=11.7\text{m}$

全体的には、全ての CASE について反射率はそれほど大きく現れず、 $K_r=3\% \sim 0.5\%$ 程度である。楕円柱を鉛直に立てて、形状が薄くなる程、反射率が小さくなることは、反射率の発生原因が水平方向流速成分よりも、鉛直方向流速成分を阻止するように設置することによるものと考えられる。

長波の場合でも、完全に水平振動流とはなっていない、水粒子は偏平した楕円軌道を描いていることが考えられ、鉛直方向流速成分は発生していると言える。

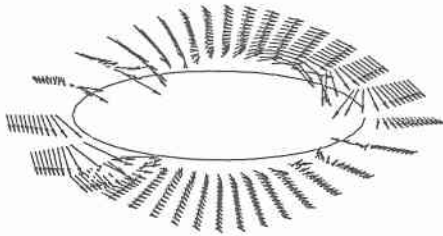


図-8 流速ベクトル図
 (深水波の場合) CASE 3-1-1
 水深 $h=24.0\text{m}$, 没水深 $D=7.5\text{m}$

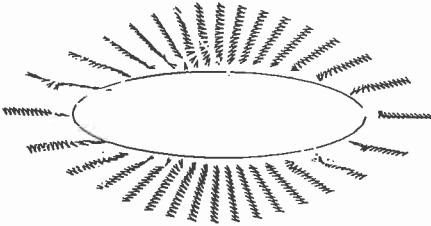


図-9 流速ベクトル図
 (深水波の場合) CASE 3-3-1
 水深 $h=24.0\text{m}$, 没水深 $D=19.0\text{m}$

従って、流速ベクトル図の図-6 を見て分かるように、鉛直方向上向きの流速ベクトルが小さくなっている事からも推測される。

没水深の差異については、長波の場合、表面付近と底面付近の流況あまり差異が現れていないことから反射率についても同様の値を示していると言える。

次に、深水波の場合について示すと、図-12(b)のようであり、表面付近に設置した場合で、楕円柱が扁平な形状($b=0.6$)の時、反射率が大きく現れているのが見られる。この場合も、鉛直方向流速成分を阻止するような設置状態であり、また、表面近くでは水粒子軌道は円運動を描き、長波の場合より、鉛直方向流速成分が大きいことによるものと考えられる。

楕円柱を底面に設置した場合は、流速ベクトル図の図-8 と図-9 を比べて分かるように、底面に設置した場合に流速は小さくなり、従って反射率もそれに伴って小さくなる事が分かる。

また、表面付近に楕円柱を設置した場合であっても、楕円柱を鉛直に立てて設置する程、長波

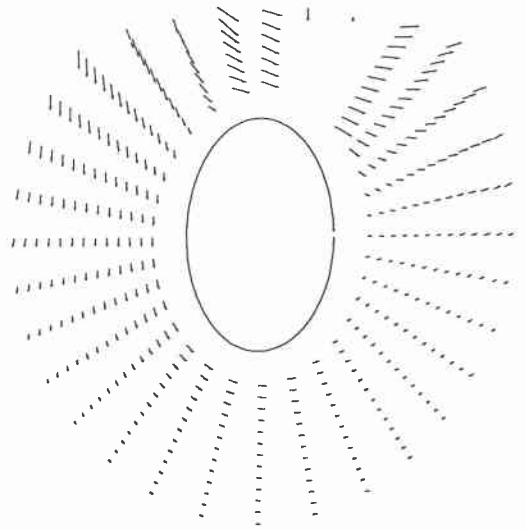


図-10 流速ベクトル図
 (深水波の場合) CASE 3-1-5
 水深 $h=24.0\text{m}$, 没水深 $D=7.5\text{m}$

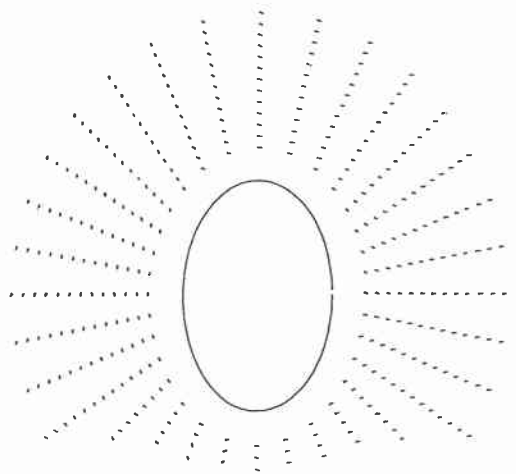


図-11 流速ベクトル図
 (深水波の場合) CASE 3-3-5
 水深 $h=24.0\text{m}$, 没水深 $D=19.0\text{m}$

の場合と同様に、鉛直方向流速成分の発生は小さくなり、反射率は次第に小さくなると言える。しかし、鉛直方向流速成分は深水波の方が大きいことから、反射率も長波の場合に比べて、大きく現れているのが見られる。

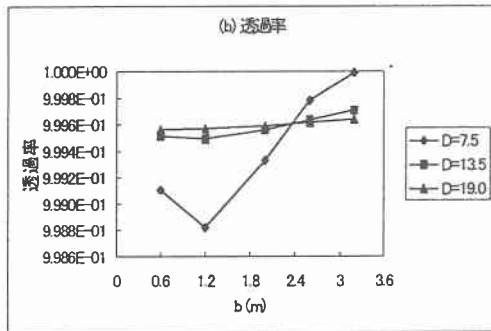
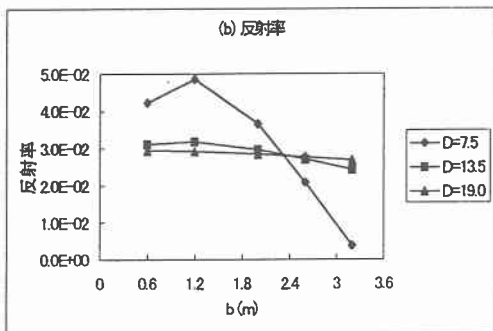
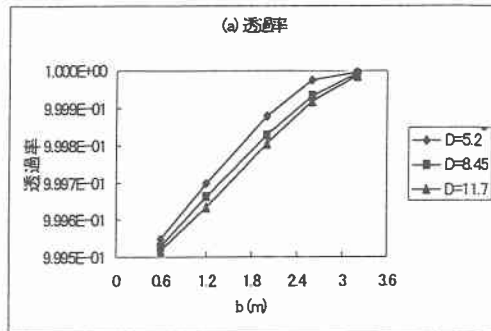
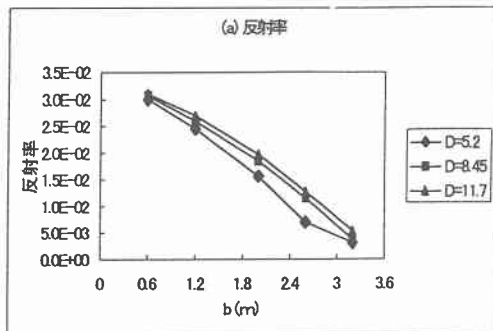


図-12 反射率 (a)長波 (b)深水波

図-13 透過率 (a)長波 (b)深水波

没水深に対する影響は、水表面近くの場合が、やや特徴的に反射率は大きい、水深中央部、及び底面に設置した場合は、いずれも同様の反射率の値となっている。

また、 $b=0.6$ と 3.2 の場合で反射率の減少が小さいのは、深水波の場合、表面に比べて水深中央部、底面で、流速値が小さい事によるものと考えられる。

透過波についても一応、図-13(a)、(b)に、長波の場合と深水波の場合を示してあるが、これらの図は、反射率と反対の傾向を示しているのは当然の事である。

V.まとめ

- (1) 数値計算の精度では、まだ不十分な点もあるが、円柱を含めた楕円柱の周りの流速ベクトル図より見て、流れ場の状況を、数値計算は良く表していると言える。

- (2) 円柱を含めて、楕円柱の設置位置、横向き、縦向き、形状の大きさ等、種々のCASEに対して、反射率はそれ程大きい値とはならず、最大で $K_r = 5\%$ 以下である。

- (3) 楕円柱を水平に設置するより、鉛直に立てて設置した場合、形状は多少大きくても、反射率は小さくなる事がわかり、興味深い事である。没水深の影響は、長波の場合はあまり差異は現れないが、深水波の場合は、当然ではあるが、底面近くに設置した場合、表面に設置した場合より、反射率は小さく現れるのが見られた。

参考文献

佐藤幸雄、濱中建一郎；

波動場中の円柱近傍の流れ構造に関する数値解析、海洋開発論文集、第15巻
pp.397~402、1999