

VI-12

トレンド解析による岩盤計測データの処理について

北海道開発局開発土木研究所 正会員 池田 憲二、中井 健司、佐藤 京

北海道開発コンサルタント株式会社 正会員 川北 稔

株式会社 地層科学研究所 ○正会員 里 優

1. 概 要

岩盤斜面の計測で得られたデータは、データが健全であれば相互に相関がある場合が大半である。例えば、岩盤変形は間隙水圧、降雨量、日射、温度、重力潮汐などの影響を受けている。また、計測機器、あるいは計測システム自体もこれらの影響を受け、変動した値を示している可能性がある。

このような環境因子による影響を排除し、岩盤の真の変形を求めることがトレンド解析の目的である。この「真の変形」とは、環境因子による可逆的な変形を除いたものである。例えば、温度変化の影響を観測値が受けていたとしても、岩盤自体が健全であれば、岩盤の温度がもとの値に回復すると、観測値ももとの値を示すと考えられる。逆に、岩盤が何らかの非可逆的な変化、例えば崩壊に向かうような変形をしている場合には、温度が回復しても変形は回復しない。したがって、環境因子による影響をデータより取り去ることで、岩盤の真の変形（トレンド）を知ることができる。これは、適切な時系列モデルを仮定し、例えば岩盤変形に及ぼす温度の影響度合いを表す係数の逆同定を行うことで、算定することができる。

本論文では、トレンド解析の手法について説明するとともに、実測データを用いた解析例を示す。

2.トレンド解析

2.1トレンド解析のフロー

図-1に、岩盤計測の概略フローと、計測結果の分析におけるトレンド解析の位置づけを示す。特に注意すべき点は、トレンド解析に用いる観測データが、次のような異常を示していないことである。

- (1) センサー自身の異常
- (2) センサー設置、固定状況の変化
- (3) データ伝送経路（コードなど）の異常
- (4) アンプ、データロガー、コンピュータなどの異常

このようなデータは、環境因子との相関がなく、トレンド解析では排除することができない。したがって、事前に健全なデータを分別する作業が必要である。

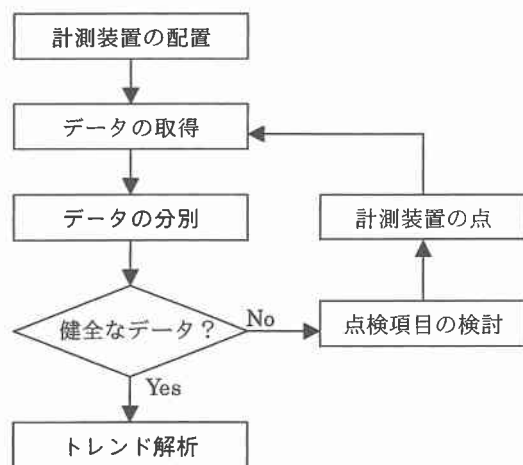


図-1 岩盤計測のフローとトレンド解析

Regression Analysis for Anomalous Changes of Data Measured on Rock Slops,
by Kenji Ikeda, Kenji Nakai, Takashi Satoh, Masaru Sato.

2. 2 トレンド解析の手法

(1) 基礎方程式

本手法では、観測値が真の値（トレンド）と他の影響によるものの重ね合わせで構成されるとし、また、真値は幾分かの時間遅れを経て他の影響を受けると仮定する。時間遅れは、必要がなければ設定しなくとも構わない。

$$Y_i = t_i + \sum_{R=1}^K \left(\sum_{j=0}^{M_k} a_j^k X_{i-j}^k \right) \quad (i = M+1 \sim N) \quad (1)$$

$$M = \max_k M_k$$

ここに、

Y_i : 変位測定値 ($i = 1 \sim N$)

t_i : 変位真値（トレンド）、 t_i は Y_i より X_i^k ($k = 1, \dots, K$) の影響を除去した後の変位

X_i^k : 水位、気圧、地球潮汐等の環境因子

M_k : ラグ数、 Y_i に対して過去何個の X_i^k が影響するかを指定

であり、未知数は t_i と、各因子の影響度合いを表す a_j^k （影響係数と呼ぶ）である。

さらに、石黒ら¹⁾の方法に習い、トレンドの形に特定の関数を仮定することなく、単に「トレンドは時間的に滑らかに変化する」という仮定を置く。つまり、トレンドの第2階差の2乗和が適当に小さくなるという条件を課した上で未知数の推定を行う。すなわち、

$$v(t_{i-1} - 2t_i + t_{i+1}) = 0 \quad (i = 2 \sim N-1) \quad (2)$$

v は超パラメータと呼ばれ、この拘束条件をどの程度強くするかを定める定数である。

各未知数の推定値は、次式の J を最小化する値として最小2乗計算によって求める。

$$J = \sum_{i=M+1}^N (Y_i - t_i - \sum_{k=1}^K \sum_{j=0}^{M_k} a_j^k X_{i-j}^k)^2 + v^2 \sum_{i=2}^{N-1} (t_{i-1} - 2t_i + t_{i+1})^2 \quad (3)$$

上式を模式的に表すと、

$$J = \sum_{i=M+1}^N (\text{不規則成分[残差]})^2 + v^2 \sum_{i=2}^{N-1} (\text{トレンドの第2階差})^2$$

の形であり、右辺の前半は誤差の2乗を最小にするという、一般的な最小2乗法と同じ考え方を表現するものであり、後半は、トレンドに課した拘束条件を表す。この条件のために、計測時ごとのトレンド値を未知数とおくことにより、未知数の総数が計測値の数より多くなっても、そのために解が不安定になることはない。

(2) 超パラメータ v の決定

(1),(2)式の解は、 v の設定により大きく変動する。すなわち、 v の値が大きくなると直線に近いトレンドを仮定することになる。また、 v の値が0に近づければ、トレンドの形は全く自由となり残差を0にすることができるが、無意味な解しか得られない。

v を工学的に決定するのは困難であるので、ここでは、赤池-ベイズの情報量規準（以下 $ABIC$ と呼ぶ）²⁾ を最小にするように v を定めることとした。これは、次のようなものである。

$$ABIC = N \log 2\pi + N \log \sigma^2 + N \log \frac{1+6v^2}{v^2} + N + 2(\text{パラメータ数}) \quad (4)$$

ここに、

N : データ数

$$\sigma^2 = \frac{J}{N}$$

すなわち、 ν を小さくすると $\log \sigma^2$ は小さくなり、逆に ν を大きくすると $\log(1+6\nu^2/\nu^2)$ が小さくなるので、どこかに極小点が存在する。この点をもって、適切な ν の値と考えるのである。

(3) 連立方程式の解法

解くべき方程式を行列形で書くと、次のようになる

$$\begin{bmatrix} \overbrace{\quad\quad\quad}^N & \overbrace{\quad\quad\quad}^{N-M} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \nu-2\nu\nu & \vdots \\ \nu-2\nu\nu & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \nu-2\nu\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & 0 & & \\ & & \ddots & & & \\ & 0 & & \ddots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{M+1}^1 \cdots X_{M+1-M_1}^1 \cdots X_{M+1}^K \cdots X_{M+1-M_K}^K \\ \vdots \\ X_M^1 \cdots X_{N-K_1}^1 \cdots X_N^K \cdots X_{N-M_K}^K \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_i \\ \vdots \\ t_N \\ a_0 \\ \vdots \\ a_{M_1}^1 \\ \vdots \\ a_0^K \\ \vdots \\ a_{M_K}^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{M+1} \\ \vdots \\ y_N \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\left. \begin{matrix} \vdots \\ y_{M+1} \\ \vdots \\ y_N \end{matrix} \right\} N-M$
 $\left. \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ a_{M_K}^K \end{matrix} \right\} N-2$

これを、簡略化して次のようにおく。

$$Ax = y$$

岩盤斜面での計測結果を分析する際には、環境因子の影響を評価する必要性から、長期間にわたるデータを取り扱うことになる。また、例えば温度や日射の影響などは、時間遅れをともなうと考えられることから、上の行列におけるデータ数 N やラグ数 M は膨大なものとなる。

これを通常の解法である、

$$('AA)X = 'Ay$$

という形でコンピュータによる処理を行う場合には、 $('AA)$ の記憶領域が必要となり、処理可能なデータ数に制限が出てくる。

そこで、ここでは A の非ゼロ成分のみを格納した上で、記憶領域をそれ以上用いない、最小自乗共役勾配法により解くこととした。これにより、計算速度の大幅な向上も可能となる。

トレンドを求めるためのアルゴリズムは、以下のとおりである。

(0) $\nu_{\min}$ 、 $\nu_{\max}$ 、 α を仮定する(例えば、 $\nu_{\min} = 10^{-4}$ 、 $\nu_{\max} = 10^2$ 、 $\alpha = \sqrt{2}$)。

(1) $\nu = \nu_{\min}$ とおく。

(2) 方程式(1),(2)を解く。

(3) $ABIC$ を計算する。

(4) $\nu < \nu_{\max}$ なら、 $\nu = \nu \cdot \alpha$ として(2)へ戻る。

(5) $\nu \geq \nu_{\max}$ なら、 $ABIC$ を最小にする ν に対する t_i 、 a_j^k を解とする。

(6) $\tilde{X}_i^k = \sum_{j=0}^{Mk} a_j^k x_{i-j}$ を計算し、 t_i 、 $\tilde{X}_i^h$ を出力する

このように、 $ABIC$ を手掛かりとして ν の最適値を求め、このときのトレンドの値をもって解とした。

3. データの分析例

実際に計測されたデータを例に取り、本手法の実用性について検討した。図-2に用いた計測データを示す。これは、A斜面で1ヶ月間に渡り計測されたデータを1時間間隔でサンプリングたものである。トレンドを求める対象は変位の計測値であり、これに温度や間隙水圧がどの程度影響しているかを調べた。なお、ラグ数は10とした。

解析結果を図-3に示す。図には、温度や間隙水圧の値に、求められた影響係数を乗じて、変位相当量として書き加えてある。

図を見ると、変位計で計測された温度の影響係数が大きく、変位計測値の増減が温度の影響を最も受けていることがわかる。この影響を取り去ることで、変位の真値は小さな変動幅に収まるが、わずかに変動が残り、ここで取り上げた計測値以外の影響を受けている可能性があることを示唆している。

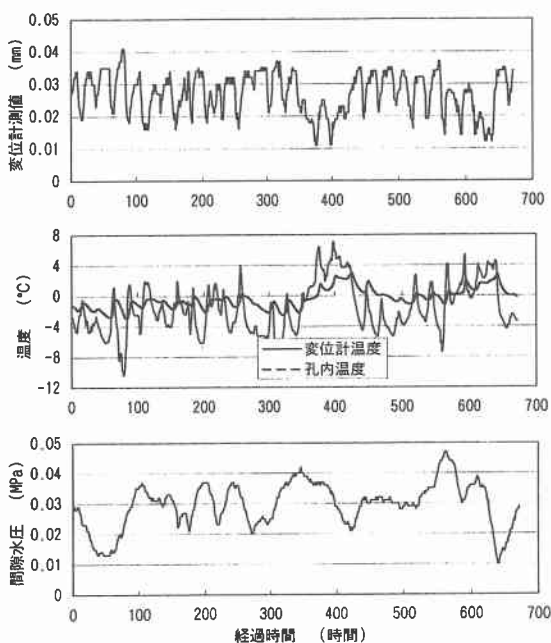


図-2 解析に用いた計測結果一覧

4. まとめ

本研究では、岩盤斜面の計測により得られたデータより、環境因子による影響を取り去り岩盤の真の変形（トレンド）を知る方法について検討した。解析では、大量のデータを高速に演算することが必要であることから、最小自乗共役勾配法を採用し、実用性の向上を図った。実際の計測データを用いた解析では、温度の影響を取り除くことができることを確認した。

今後は、潮汐などより多くの環境因子を考慮することや、アメダスデータとの連携を計る方法などの検討を進め、岩盤崩落検知などに有効な手法へと高めるべく努力する所存である。

参考文献

- 1) 石黒他、潮汐データ解析プログラム BAYTAP の紹介、統計数理研究所彙報、vol.32、1984.
- 2) 北川他、時系列解析の実際 II、統計科学選書、1995.

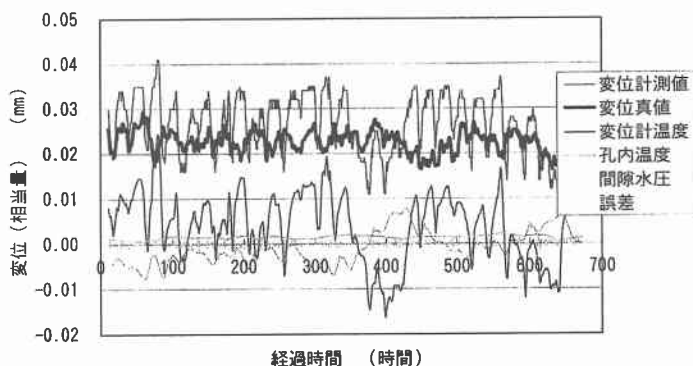


図-3トレンド解析の結果