

I-56

梁柱部材の座屈安定照査式に関する問題点の検討

北海学園大学大学院 ○学生員 倉 真也
北海学園大学土木工学科 フェロー 当麻庄司

1 はじめに

現在、わが国における道路橋の設計基準である道路橋示方書Ⅱ鋼橋編¹⁾ (以下道示Ⅱ鋼橋編と呼ぶ) では、軸方向圧縮力と曲げモーメントを同時に受ける部材 (梁柱部材) の座屈安定照査式に、次に示すような横ねじれ座屈 (横倒れ座屈) を含んだ経験相関式を用いている。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{bag} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{ea}} \right)} \leq 1 \quad (1)$$

なお、道示Ⅱ鋼橋編では2軸曲げを受ける場合について示しているが、上式は説明を簡単にするため1軸曲げの場合について示している。また、式中の各記号については道示Ⅱ鋼橋編を参照されたい。

上式 (1) は、軸方向圧縮力と曲げモーメントが同時に作用する梁柱部材の最大強度を経験的に線形相関式で近似したものであり、同様な相関式はアメリカ鋼構造協会 (AISC) の示方書²⁾ など他の多くの設計基準で用いられている。

また、道示Ⅱ鋼橋編の規定では、不等端曲げモーメントを受ける場合に式 (1) 中の作用曲げ圧縮応力度 σ_{bc} を、次式の等価換算曲げモーメントが部材に一樣に作用するとして求めるとしている。

$$M_{eq} = 0.6M_1 + 0.4M_2 \geq 0.4M_1 \quad (2. a)$$

$$= C_m M_1 \quad (2. b)$$

ここに、 $C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) \geq 0.4$

ただし、 $-1 \leq M_2/M_1 \leq 1$

M_{eq} : 等価換算曲げモーメント, M_1, M_2 : 部材端曲げモーメント ($M_1 > M_2$)

C_m : 等価換算曲げモーメント係数

上式で用いられる等価換算曲げモーメント M_{eq} とは、図-1 (a) に示すような不等端曲げモーメントを最大曲げモーメントが等しくなるように、大きさの等しい図-1 (b) のような等端曲げモーメントに変換したものである。

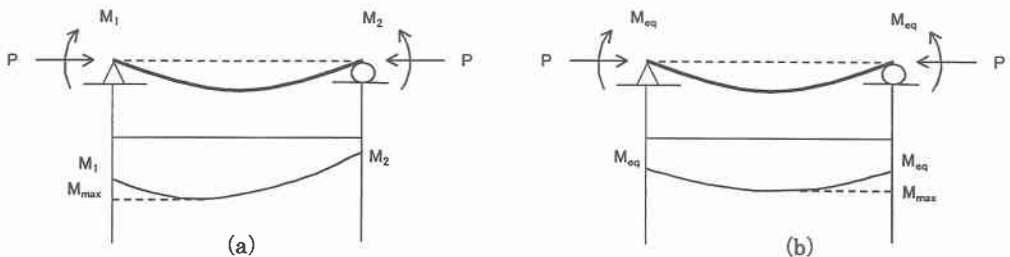


図-1 梁柱部材の等価換算曲げモーメントの概念図

Study on the Stability Interaction Equations of Beam-Columns

by Shinya Kura and Shouji Toma

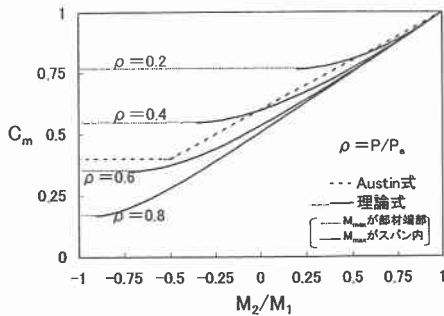


図-2 梁柱部材の C_m の比較

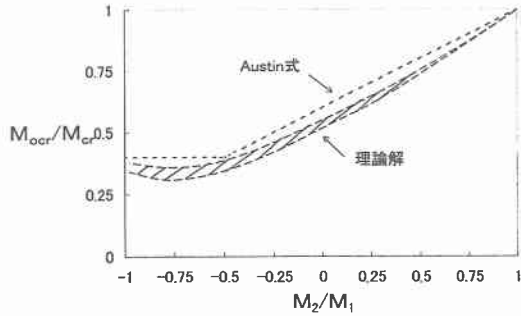


図-3 梁部材の C_m の比較

この等価換算曲げモーメント算出式(2)は、Austinにより提案された近似式³⁾であり、その便宜性から多くの設計基準に用いられている。

また、道示Ⅱ鋼橋編では、式(1)中の第2項分母にある許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} を求める場合、照査する断面の曲げモーメント M と式(2. a)により求められる等価換算曲げモーメント M_{eq} の比 (M/M_{eq}) を乗じてこれを割増すとしている。ただし、先に述べた作用曲げ圧縮応力度 σ_{bc} を求める際に等価換算曲げモーメント M_{eq} を用いた場合は、この割増しをしてはならない。

このように道示Ⅱ鋼橋編の規定では、梁柱部材の作用曲げ圧縮応力度 σ_{bc} や梁部材の許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} を求める際に Austin の等価換算曲げモーメント係数 C_m が用いられている。しかし、図-2に示すように作用曲げ圧縮応力度 σ_{bc} に用いる C_m は、最大曲げモーメントが部材のスパン内に生じる場合(図中の実線)に理論式とよく一致し用いることができる。

これに対し、許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} に用いる C_m は、図-3に示すように最大曲げモーメントの生じる位置に関係なく理論解と一致している⁴⁾。

しかし、道示Ⅱ鋼橋編の適用範囲の規定は「曲げモーメントが部材端間でほぼ直線変化する場合」としている。この等価換算曲げモーメント係数 C_m の適用範囲の規定では σ_{bc} と σ_{bag} の算定を混同して正しく照査できない場合がある。したがって、本論文では道示Ⅱ鋼橋編の座屈安定照査式における等価換算曲げモーメント M_{eq} の適用範囲の問題点を述べる。また、それに対する改善策を提案する。

2 モーメント増幅係数 A_F と等価換算曲げモーメント係数 C_m の関係

等価換算曲げモーメント M_{eq} の混同に関する問題点は、最大曲げ圧縮応力度を求めるときに軸方向圧縮力による付加曲げモーメントの影響を表す項 $(1 - \sigma_c / \sigma_{ey})$ と曲げモーメント分布の勾配を考慮する等価換算曲げモーメント係数 C_m を別々のものとして用いていることから生じる。そこで、ここではこれらを一体化したモーメント増幅係数 A_F で考えてみる。

もともと道示Ⅱ鋼橋編に規定されている座屈安定照査式(1)は、次に示す限界状態に対する梁柱部材の相関強度式を基本としている。すなわち

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_{max}}{M_u} \leq 1 \quad (4)$$

ここに、 P : 軸方向圧縮力、 M_{max} : 限界状態(終局時)での作用最大曲げモーメント

P_u : 終局軸方向圧縮力、 M_u : 終局曲げモーメント

式(4)中の M_{max} は、不等端曲げモーメントを受ける場合に部材のスパン内に生じるとして、等価換算曲げモーメント係数 C_m を用いて近似的に次のように表すことができる。

$$M_{\max} = M_1 \left\{ \frac{C_m}{1 - (P/P_e)} \right\} \quad (5. a)$$

$$= M_1 A_F \quad (5. b)$$

ここに、 A_F ：不等端曲げモーメントを受ける場合の軸力による曲げモーメント

$$\text{の増幅係数} \left(= \frac{C_m}{1 - (P/P_e)} \right)$$

ただし、式(5. b)により $M_{\max}$ を求めることができるのは A_F が 1 以上になる (すなわち、 $M_{\max}$ が部材のスパン内に生じる) 場合であり、 A_F が 1 未満の場合は $M_{\max}$ が部材端部に生じることを表すので $M_1 = M_{\max}$ となる。

式(4)をこのように $M_{\max}$ を求める考え方と、軸方向圧縮力による座屈と曲げモーメントによる面外変形 (横ねじれ座屈) を考慮する形とで表すと次のようになる。

$A_F \geq 1$ の時

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M_1 A_F}{M_{cr}} \leq 1 \quad (6. a)$$

$A_F < 1$ の時

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M_1}{M_{cr}} \leq 1 \quad (6. b)$$

ここに、 P_{cr} ：軸方向圧縮耐力、 M_{cr} ：座屈モーメント

上式の不等端曲げモーメントを受ける場合の座屈モーメント M_{cr} は、等端曲げモーメントを受ける場合の座屈モーメント M_{ocr} を用いて、次式により求められる。

$$M_{cr} = \frac{1}{C_m} M_{ocr} \quad (7)$$

$$\text{ここに、} M_{ocr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GJ \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GJ} \right)} \quad (8)$$

L ：部材長、 E ：ヤング係数、 G ：せん断弾性係数、 J ：サン・ブナンのねじり定数

I_w ：そりねじり定数、 I_z ： z 軸まわりの断面 2 次モーメント

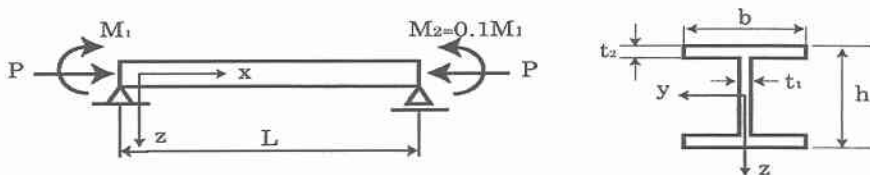
式(6. a)のように、 $M_{\max}$ はモーメント増幅係数 A_F (C_m が含まれている) を用いて求め、また M_{cr} は式(7)のように $1/C_m$ を用いて M_{ocr} から個別に求めるとすれば、両方に C_m を用いていても問題はない。

また、これらの式を応力度式として同じように表現することができる。式(6. a)を応力度表示すると、 σ_{bc} および σ_{bag} の両方に C_m を用いて次のようになる。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{C_m \sigma_1}{\frac{1}{C_m} \sigma_{bag} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{ea}} \right)} \leq 1 \quad (A_F \geq 1 \text{ の時}) \quad (9)$$

また、式(6. b)を応力度表示すると

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{\sigma_1}{\frac{1}{C_m} \sigma_{bag}} \leq 1 \quad (A_F < 1 \text{ の時}) \quad (10)$$



<使用鋼材および断面寸法>

SS400, $L=300$ cm, $h=62$ cm

$b=30$ cm, $t_1=1.2$ cm, $t_2=1.0$ cm

<断面諸定数>

断面積 $A=132$ cm², 断面 2 次モーメント $I_y=77,415$ cm⁴, $I_z=4,500$ cm⁴

断面 2 次半径 $r_y=24.2$ cm, $r_z=5.84$ cm, 細長比 $\lambda_y=12.4$, $\lambda_z=51.3$

図－4 I 形断面部材

$$\text{ここに, } \sigma_1 = \frac{M_1}{I_y} y$$

M_1 : 部材端曲げモーメントの大きい方, I_y : 強軸回りの断面 2 次モーメント

y : 中立軸から圧縮フランジ上縁までの距離

式 (9) および (10) 中の σ_{bag} は等端曲げモーメントに対する許容曲げ圧縮応力度である。そして、これは不等端曲げモーメントを受ける場合に対して C_m で修正されている。

ここで道示Ⅱ鋼橋編の規定では、上の 2 式を 1 つにして次の式を採用している。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{C_m \sigma_1}{\sigma_{bag} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{ea}} \right)} \leq 1 \quad (11)$$

上式 (11) は、 $\sigma_{bc}=C_m \sigma_1$ とおけば式 (1) と同じになる。式 (11) は基の式 (9) と (10) に比べ、いずれも設計上安全側となる。

式 (10) と (11) は同等方程式であるものの、これら 2 式の意味は大きく異なる。すなわち、式 (10) 内の σ_{bag} にかかる C_m は梁部材の許容曲げ圧縮応力度を求めるものであり、それが式 (11) のように表現することによって、梁柱部材のモーメント増幅係数内の C_m に変わっているように見える。すなわち、このような形にすると結局梁部材の許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} を求めるとき C_m と梁柱部材のモーメント増幅係数 A_F 内の C_m との区別がつかなくなり、 C_m を適用すべき範囲がわからなくなるなどの問題が生じてくる。その具体的な例について次章で計算例をみながら説明する。

3 計算例による問題点の検討

ここでは、横ねじれ座屈を起こす場合について座屈安定照査式における等価換算曲げモーメント M_{eq} の混同に関する問題点を明確にする。そのために、①道示Ⅱ鋼橋編に規定されるように σ_{bc} にのみ M_{eq} を用いる方法 (式 (11) を用いる方法)、②最大曲げ圧縮応力度 σ_{bc} の算定にモーメント増幅係数 A_F を用い、許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} の算定に梁の M_{eq} を用いる方法 (この場合 $A_F < 1$ なので式 (10) を用いる方法)、の 2 つの方法で不等端曲げモーメントを受ける梁柱部材の座屈安定照査を行い、両者の結果を比較する。ここでは、図－4 に示すような I 形断面部材に、次の荷重条件を用いてそれぞれ照査を行った。なお、曲げモーメントは強軸 (y 軸) 回りにのみ作用するとして計算した。

<荷重条件>

軸方向圧縮応力度: $P=49,000$ (kgf)

部材端曲げモーメント: $M_1=1,500,000$ (kgf・cm), $M_2=0.1M_1=150,000$ (kgf・cm)

この場合、最大曲げモーメントは部材端部に生じ、 $M_1=M_{\max}$ となる。

計算結果を表－１に示す。この表より、両者の結果にはかなりの違いが生じ、①の方法は危険側に評価してしまうことがわか

る。この違いは、式（１０）では σ_{bag} が上限値となるために C_m の影響が及ぼさないのに対し、式（１１）では C_m により σ_1 が低減されていることから生じている。

①の方法では、等価換算曲げモーメント係数 C_m をモーメント増幅係数 A_F の一部として扱っていない。このため、 C_m の適用範囲は梁柱部材では式（６）のように分かれているが、その適用範囲に反してこの計算例のように最大曲げモーメントが部材端部に生じる場合でも C_m を用いてしまうことになる。したがって、ここでは C_m により作用曲げモーメントを低減することになるため、曲げ圧縮応力度 σ_{bc} に対して最大曲げモーメントを用いていないことになる。

これに対し、②の方法ではモーメント増幅係数 A_F の値により等価換算曲げモーメント係数 C_m の適用が制限される。この制限により、 C_m は最大曲げモーメントが部材のスパン内に生じる場合のみ適用することになる。この計算例のような場合は、部材端曲げモーメントが最大曲げモーメントとなり（ $M_1=M_{\max}$ ）、これを用いて σ_{bc} を求めるため、照査結果は理論的に正しく算出される。

４ 道示Ⅱ鋼橋編に規定される座屈安定照査式の改善策

計算例では、座屈安定照査式における等価換算曲げモーメント M_{eq} の混同に関する問題点を検討するために、２つの方法で座屈安定照査を行った。理論的には、不等端曲げモーメントを受ける場合、曲げ圧縮応力度 σ_{bc} と許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} の算定にそれぞれ別々の意味あいをもつ等価換算曲げモーメント M_{eq} を用いることが正しい。特に σ_{bc} に対する等価換算曲げモーメント係数 C_m はモーメント増幅係数 A_F の一部として扱った方が理論的にも明確になる。したがって、不等端曲げモーメントを受ける梁柱部材の座屈安定照査は、②の方法のように A_F の値により式（９）と（１０）を使い分けて行うべきである。

以上の結果を踏まえて、道示Ⅱ鋼橋編の座屈安定照査式の規定に関する改善策を以下のように提案をする。座屈安定照査式としては次の式を用いる。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{\text{ca}}} + \frac{\sigma_1 A_F}{\sigma_{\text{bag}}} \leq 1 \quad (12)$$

$$\text{ここに、} \sigma_1 = \frac{M_1}{I_y} y$$

M_1 ：部材端曲げモーメントの大きい方、 I_y ：強軸回りの断面２次モーメント

y ：中立軸から圧縮フランジ上縁までの距離

<等端曲げモーメントを受ける場合>

$$A_F = \frac{1}{\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{\text{ea}}}\right)} \geq 1 \quad (13)$$

<不等端曲げモーメントを受ける場合>

$$A_F = \frac{C_m}{\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{\text{ea}}}\right)} \geq 1 \quad (14)$$

表－１ 計算結果

	照査結果
①道示Ⅱ鋼橋編による方法 式（１１）	0.825
② A_F を用いる方法 式（１０）	0.948

$$\text{ここに, } C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) \quad (15)$$

ただし, $-1 \leq M_2/M_1 \leq 1$

C_m : 等価換算曲げモーメント係数

M_1, M_2 : 部材端曲げモーメント ($M_1 > M_2$)

各許容応力度については従来の道示Ⅱ鋼橋編と同様に求めるとする。

モーメント増幅係数 A_F が 1 未満になる場合は、最大曲げモーメントが部材端部に生じていることを表している。したがって、この場合には曲げ圧縮応力度 σ_{bc} は部材端曲げモーメントの大きい方を用いて求めることになるので、モーメント増幅係数 $A_F = 1$ とする。

また、許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} は道示Ⅱ鋼橋編に規定されている等端曲げモーメントを受ける場合にについて求められたものを準用するために、次に示す式 (16) により求められる等価換算曲げモーメント係数の逆数 ($1/C_m$) を乗じて求めるものとする。

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) \geq 0.4 \quad (16)$$

ただし, $-1 \leq M_2/M_1 \leq 1$

ただし、道示Ⅱ鋼橋編に規定される許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} の上限値もしくは両縁支持板、自由突出板補剛板、鋼管等に分けて求められている局部座屈に対する許容応力度をこえてはならない。

5 まとめ

このように、座屈安定照査式 (12) にモーメント増幅係数 A_F を用いて、これに 1 以上という制限値を設けることにより、曲げ圧縮応力度 σ_{bc} は常に最大曲げモーメントを用いて求められていることになる。したがって、式 (12) は基となった式 (4) の概念と一致する。また、等価換算曲げモーメント係数 C_m も基となった理論式の適用範囲と同様に最大曲げモーメントが部材のスパン内に生じる場合にのみ適用することになり、正しく照査を行えることになる。

また、このように曲げ圧縮応力度 σ_{bc} を求めるときに等価換算曲げモーメント係数 C_m をモーメント増幅係数 A_F の一部として扱うことから、許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} を求めるときに用いられる梁部材に対する C_m と梁柱部材に対する C_m を区別して扱うことができる。したがって、これらの適用範囲の違いを明確にすることができ、梁柱部材の C_m は式 (15)、梁部材の C_m は式 (16) よりそれぞれ正しく求めて適用することができる。

さらに、道示Ⅱ鋼橋編の規定では、梁柱部材と梁部材の両方の等価換算曲げモーメント M_{eq} 算出式 (2) に 0.4 以上という制限値を設けている。しかし、近年の AISC/ASD²⁾ や LRFD⁵⁾ では、梁柱部材の等価換算曲げモーメント M_{eq} (C_m) 算出式においては 0.4 以上という制限値を削除したほうがより正確に厳密解を近似できるとしている。したがって、今回の提案においても式 (15) のようにこの制限値を削除した。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・Ⅱ鋼橋編，丸善，平成 8 年 12 月。
- 2) Manual of Steel Construction, Allowable Stress Design, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 1989.
- 3) Austin, W. J, Strength and design of metal beam-columns, Journal of the Structural Division, ASCE. 1959.
- 4) W.F. Chen, and E.M. Lui : STRUCTURAL STABILITY, PTR Prentice Hall, 1987.
- 5) Manual of Steel Construction, Load and Resistance Factor Design, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 1994.