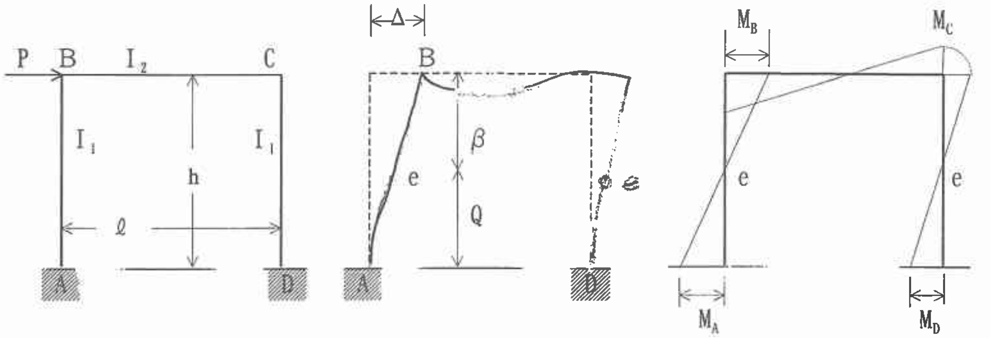
I－17

門型ラーメンの固有振動数

道都短期大学　正会員　今井芳雄



§１．前言、水平力Ｐをうけた門型ラーメンＡＢＣＤの変位Δを求めると $P\times\Delta^{-1}=k$ という弾性定数が定まる。これによって桁ＢＣ上にのる質量 m がきまれば固有振動数 w(rad·sec^{-1})がわかる。

§２．門型ラーメンの応力　$k=I_2\cdot h\times(I_1\cdot\ell)^{-1}$ とおいて

$$M_A=(3k+1)\{2(6k+1)\}^{-1}\times P\cdot h\ ,\quad M_B=(3k)\{2(6k+1)\}^{-1}\cdot P\cdot h$$

§３．変曲点ｅまでの距離β、Ｑの解析

$$(P\times2^{-1})\times\beta=M_B=3k\{(2(6k+1)\}^{-1}\times P\cdot h$$

$$\therefore\beta=3k\{2(6k+1)\}\times P\cdot h\times P^{-1}\cdot2=3k(6k+1)^{-1}\cdot h$$

$$(P\times2^{-1})\times Q=M_A=(3k+1)\{2(6k+1)\}^{-1}\times P\cdot h$$

$$\therefore Q=(3k+1)\{2(6k+1)\}^{-1}\times P\cdot h\times P^{-1}\times2=(3k+1)(6k+1)^{-1}\cdot h$$

Natural circular frequency of gate type Rahmen
Yosio IMAI

§４． β区間の点ｅの変位(d)β　　（仮想働の原理により求める）

$$1\times(d)\beta=\{EI_1\}^{-1}\times\int_{x=0}^{x=\beta}M\cdot\overline{M}\,dx=(EI_1)^{-1}\times\int_{x=0}^{x=\beta}2^{-1}\cdot P\cdot x(1\cdot x)\,dx$$

$$=(EI_1)^{-1}\cdot(2^{-1}\cdot P)\times3^{-1}\cdot\beta^3=(6EI_1)^{-1}\cdot\beta^3\cdot P$$

§５． Ｑ区間の点ｅの変位(d)Ｑ　　（仮想働の原理による）

$$1\times(d)Q=\{EI_1\}\times\int_{x=0}^{x=Q}M\cdot\overline{M}\,dx=(EI_1)^{-1}\times\int_{x=0}^{x=Q}2^{-1}\cdot P\cdot x(1\cdot x)\,dx$$

$$=(EI_1)^{-1}\times(2^{-1}\cdot P)\times3^{-1}\cdot Q^3=(6EI_1)^{-1}\cdot Q^3\cdot P$$

§６． Ｂ点の変位$=(d\ )\beta+(d)Q=\Delta$

$$\Delta=(d)\beta+(d)Q=(6EI_1)^{-1}(\beta^3+Q^3)\times P$$

$$=(6EI_1)^{-1}\times[\{3k\cdot(6k+1)^{-1}\}^3\cdot h^3+\{(3k+1)(6k+1)^{-1}\}^3h^3]\cdot P$$

$$=(6EI_1)^{-1}\times[(6k+1)^{-3}\times\{(3k)^3+(3k+1)^3\}h^3]\cdot P$$

ここで　$k=I_2\cdot h\times(I_1\cdot\ell)^{-1}=I_2\cdot I_1^{-1}\times h\cdot\ell^{-1}$

§７． 門型ラーメンの固有振動数 w$(radian\cdot sec^{-1})$

弾性定数$=\mathscr{k}$とおく

$\mathscr{k}$＝力×(力方向の変位Δ$)^{-1}$

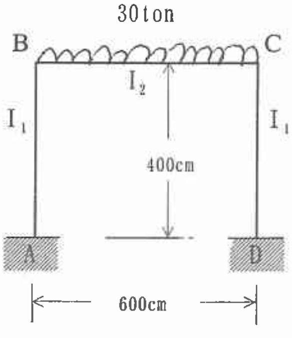
$$=P\times P^{-1}\times(6EI_1)\times(6k+1)^3\times[\{(3k)^3+(3k+1)^3\}h^3]^{-1}$$

$k=6EI_1(6k+1)^3[\{(3k)^3+(3k+1)^3\}h^3]^{-1}$

固有振動数 $w=\{k\cdot m^{-1}\}^{1/2}=radian\cdot sec^{-1}$

質量 m=門型ラーメンが支える重量 $w\times\{980cm\cdot sec^{-2}\}^{-1}$

§８．計算例（固有振動数、周期を求める）



weight 30ton の質量 m

$=$ weight $30,000kg\times\{980cm\cdot sec^{-2}\}^{-1}$

$=kg\cdot cm^{-1}\cdot sec^2\times 30.61$

$I_2=12^{-1}\times 30cm\times 60cm^3=10^5\times 5.4cm^4$ ， $E=210,000cm^{-2}$

$=10^5\times 2.1kg\cdot cm^{-2}$

$I_1=12^{-1}\times 50cm\times 50cm^3=10^5\times 5.2\times$(cm の 4 乗)

$k=I_2\cdot h\times(I_1\cdot \ell)^{-1}=10^5\times 5.4\times 400\times\{10^5\times 5.2\times 600cm\}^{-1}$

$=0.6923$（無名数）

Ｂ点に水平力Ｐを加えた時Ｂ点の水平変位 $=\Delta$ とすれば

$\Delta=(6EI_1)^{-1}\times[(6k+1)^{-3}\times\{(3k)^3+(3k+1)^3\}h^3]\cdot P$

弾性定数 $k=P\times(\Delta)^{-1}$ 次頁へ

$k = P\times(\Delta)^{-1} = (6EI_1)\times[(6k+1)^{-3}+\{(3k)^3+(3k+1)^3\}h^3]^{-1}$

$= (6EI_1)\times[(6\times0.6923+1)^{-3}\times\{(2.077)^3+(3.077)^3\}h^3]^{-1}$

$= (6EI_1)\times[(13.683)^{-3}\times\{38.081\}h^3]^{-1}$

$= (6EI_1)\times[0.2783h^3]^{-1}$

=10の11乗×6.552×(10の7乗×1.78)$^{-1}$=10の4乗×3.68

固有振動数 W={k·(mのマイナス1乗)}$^{1/2}$

=34.677 , $m=30.61\mathrm{kg}\cdot(\mathrm{cm})^{-1}\cdot(\mathrm{sec})^2$

周期 =T , $WT=2\pi$ $\therefore T=6.28\times\{34.677\}^{-1}$

=0.181秒

§9. 結言

門型ラーメンの水平変位Δは仮想働の原理で求め得た。$k=I_2\cdot h\times(I_1\cdot \ell)^{-1}$は比の値である。Dimesionなし

ラーメンB点の横変位Δは$6EI_1$という実数値がきいてくる。比の値kが2以上になればΔ=$(6EI_1)^{-1}\times[0.25h^3]\cdot P$でよい。固有振動数は質量mによって変る。満員バスの振動がゆるい現象にあらわれている、spring定数kは変化なくそのままである。