

## I-12

## 集中質量を有するケーブルの GA による構造同定について

|               |      |       |
|---------------|------|-------|
| 北海道大学大学院工学研究科 | F 会員 | 林川 俊郎 |
| 北海道大学大学院工学研究科 | ○学生員 | 目時 政紀 |
| 北海道大学大学院工学研究科 | 正 員  | 及川 昭夫 |
| 北海道大学大学院工学研究科 | 正 員  | 小幡 卓司 |

## 1. まえがき

斜張橋やニールセン橋などのケーブル構造物では、架設時や維持管理を行う上でケーブル張力の調整が重要であり、簡便かつ精度の良いケーブル張力の測定が必要となる。ケーブル張力の測定法としてはロードセルやひずみゲージを用いて直接測定する方法もあるが、最近ではケーブルの固有振動数から張力を推定する振動法がよく利用されている。振動法の研究として、ケーブルの曲げ剛性やサグの影響を考慮し、1次または2次の固有振動数から張力を算出する実用的な式を導いた新家らの研究<sup>1)</sup>が知られている。また、常時微動法を適用しケーブルの高次モードの固有振動数から、張力を推定する方法<sup>2)</sup>も研究されている。

振動法ではケーブルを曲げと張力を受ける梁として扱うため、曲げ剛性を予備実験にて求めておく必要がある。しかし、ケーブル全体の動的解析において重要になる曲げ剛性は、山口ら<sup>3)</sup>が指摘しているように、ケーブルは素線の集合体であるため、棒材のようにヤング係数と断面形状から一義的に決定されるものではない。また、導入張力や境界条件により曲げ剛性値が異なるために<sup>4)</sup>、ケーブル架設時のすべての張力や境界条件での曲げ剛性を正確に把握し再現することは困難である。そのため、現状では代表的な条件に対して曲げ剛性を測定するに留まっている。

最近では、山極らがケーブルの境界条件に回転ばねを適用し、固有振動数とそのモード次数との関係式を導き、複数の固有振動数とそのモード次数を用いて曲げ剛性と張力を同時に算定する方法<sup>5)</sup>を提案している。また、拡張カルマンフィルタによるケーブルの曲げ剛性と張力を同時推定する研究<sup>6)</sup>もなされている。

比較的小規模な斜張橋などにおいてターンバックルを用いて張力を調整する場合があるが、ターンバックルの質量が固有振動数に与える影響がモードごとに異なることが予想される。複数のモードの固有振動数を用いる場合、ターンバックルの質量を考慮する必要があると考えられる。

本研究では、サグの影響を無視し、水平張力を受けるときの集中質量を有するケーブルの運動方程式から両端固定支持の場合の振動数方程式を導き、集中質量を有する丸鋼の振動実験を行うことで得られた複数のモードの固有振動数から、遺伝的アルゴリズム（以下 GA と称す）による最適化を行い、ケーブルの曲げ剛性と張力を同定する。

## 2. 解析方法

## 2-1 集中質量を有するケーブルの振動

図-1に示すような水平張力を受けるケーブルのたわみに関する運動方程式は、サグの影響を無視すると次式で表される。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

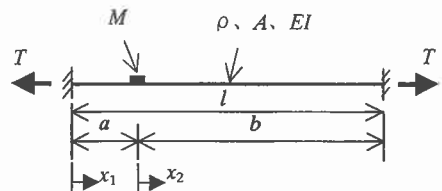


図-1 集中質量を考慮した解析モデル

Structural Identification of Cables with Concentrated Mass by Using Genetic Algorithm

by Toshiro HAYASHIKAWA, Masanori METOKI, Akio OIKAWA and Takashi OBATA

ここで  $w$  はケーブルのたわみ変位、 $EI$  は曲げ剛性、 $T$  は水平張力、 $\rho$  は密度、 $A$  は断面積を表す。たわみ変位を固有関数  $W(x)$  と時間の関数  $\exp(i\omega t)$  との積と考え  $w(x, t) = W(x)e^{i\omega t}$  と変数分離すると、固有関数  $W$  の一般解は次式で表される。

$$W = C_1 \cos \mu x + C_2 \sin \mu x + C_3 \cosh vx + C_4 \sinh vx \quad (2)$$

ただし、

$$\mu = \sqrt{\frac{T}{2EI} \left( \sqrt{1 + \frac{4mEI\omega^2}{T^2}} - 1 \right)}, \quad v = \sqrt{\frac{T}{2EI} \left( \sqrt{1 + \frac{4mEI\omega^2}{T^2}} + 1 \right)} \quad (3)$$

ここで、 $\omega$  はケーブルの固有円振動数、 $m = \rho A$  である。

集中質量よりも左側の部分のたわみを  $W_1$ 、右側の部分のたわみを  $W_2$  で表しケーブルの端部を固定とみなすと、ケーブルの境界条件は次式で表される。

$$W_1(0) = 0, \quad \frac{dW_1(0)}{dx_1} = 0, \quad W_2(b) = 0, \quad \frac{dW_2(b)}{dx_2} = 0 \quad (4), (5), (6), (7)$$

また、 $x_1=a$ 、 $x_2=0$  点における連続条件として以下の式が得られる。

$$W_1(a) = W_2(0), \quad \frac{dW_1(a)}{dx_1} = \frac{dW_2(0)}{dx_2} \quad (8), (9)$$

$$\frac{d^2W_1(a)}{dx_1^2} = \frac{d^2W_2(0)}{dx_2^2}, \quad \frac{d^3W_1(a)}{dx_1^3} - \frac{d^3W_2(0)}{dx_2^3} = -\frac{M}{EI} \omega^2 W_2(0) \quad (10), (11)$$

ここで、 $M$  は集中質量である。これらの境界条件式(4)-(7)、連続条件式(8)-(11)に式(2)を代入すると、次の振動数方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & 2\mu^2 v^2 (\mu^2 + v^2) (1 - \cos \mu l \cosh vl) - \mu v (\mu^2 - v^2) (\mu^2 + v^2) \sin \mu l \sinh vl \\ & + \frac{M}{EI} \omega^2 \left\{ (\mu^2 - v^2) \sin \mu a \sin \mu b \sinh vl - \mu (\mu^2 - v^2) \sin \mu l \sinh va \sinh vb \right. \\ & \quad + 2\mu v^2 (\sin \mu l \cosh va \cosh vb - \sin \mu a \cosh va - \sin \mu b \cosh vb) \\ & \quad \left. - 2\mu^2 v (\cos \mu a \cos \mu b \sinh vl - \cos \mu a \sinh va - \cos \mu b \sinh vb) \right\} = 0 \end{aligned}$$

(12)

なお、 $M$  にゼロを代入すると集中質量を考慮しない場合の振動数方程式となる。

## 2-2 遺伝的アルゴリズム (GA)

GA は生物進化から着想をえた確率的探索手法であり、近年、学習、最適化の手法として注目されている。ダーウィンの自然淘汰説を基本概念とし、繁殖、淘汰、交叉および突然変異のプロセスを簡単な数理モデルに置き換え最適化の手法として用いようとするものである。本研究では丸鋼の曲げ剛性  $EI$  と張力  $T$  の同定に GA を用いる。具体的には  $EI$ 、 $T$  を 12 ビットの 2 進数にコード化して各々の遺伝子列を表現し、一様乱数を用いて各個体毎にそれぞれ 2 組の遺伝子列を持つ初期集団を発生させた。この初期集団に対して図-2 に示す

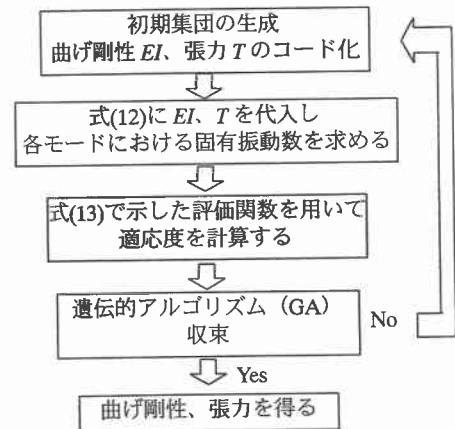


図-2 GA による曲げ剛性と張力の同定

ような GA オペレーションを実施し、ケーブルの曲げ剛性、張力を同定するものである。GA の計算過程における、個体の選択にはルーレット戦略を、交叉には2点交叉を用い、突然変異に関しては2進数で表現されている遺伝子列に対し、定められた確率に基づいて直接遺伝子座を操作して行った。また初期集団は 100 個体、交叉率は 0.5、突然変異率は 0.1 とした。GA においては個体の適応度の評価が必要となるが、本研究においては評価関数  $J_{GA}$  に式(13)に示すように各モードにおける固有振動数の実験値  $f_{ne}$  と計算値  $f_{nc}$  の差の2乗の和を用いる。

$$J_{GA} = \sum (f_{ne} - f_{nc})^2 \quad (13)$$

適応度としては式(13)で表された評価関数の値が小さいものをより適応度の高い個体として計算する。100 世代計算させた時点で最も適応度の高い個体を最適解として採用する。なお、固有振動数の計算値は与えられた  $EI$ 、 $T$  を式(12)で示した振動数方程式に代入し regura-falsi 法を用いて固有振動数を求める。

### 3. 振動実験

#### 3-1 実験方法

断面諸元から曲げ剛性を計算できる丸鋼を用いて振動実験を行い、複数のモードの固有振動数を得る。本実験においては、加速度センサーの重さをそのまま集中質量とみなす。実験装置を図-3に丸鋼の諸元と加速度センサーの質量、左端からの距離を表-1に示す。丸鋼の直径は長さ方向の数力所で測定した平均値を用いている。ケーブルの左端を油圧ジャッキで加圧することにより張力を導入する。設定張力は、ひずみゲージを丸鋼の上下および両側面の4点に張り、測定されたひずみの平均値を用いて算定することとした。加振方法はハンマーによる打撃加振を行い、打撃位置は左端より55cmとする。振動数の測定は、左端より30cmの位置に設置した加速度センサーの応答値を動ひずみ計で増幅し、A/D変換ボードを介してパソコンにデジタルデータとして入力し応答波形を得る。サンプリング周波数は500Hz、20秒間測定した。

#### 3-2 実験結果

実験は設定張力 1000N、2450N、3930N における振動実験を行った。測定された応答加速度波形にFFT解析を行い、固有振動数を算定する。設定張力 1000N、両端固定支持におけるFFT解析結果例を図-4に示す。同図より固有振動数が周期的に現れることを考慮する

表-1 振動実験の諸条件

|         |                                     |
|---------|-------------------------------------|
| 密度      | $7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$   |
| ヤング係数   | $2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ |
| 長さ      | 5.00m                               |
| 直径      | $5.69 \times 10^{-3} \text{ m}$     |
| 集中質量    | 0.12kg                              |
| 集中質量の位置 | 0.3m                                |

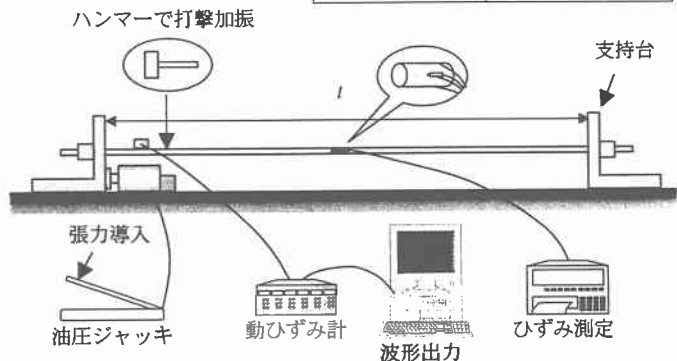


図-3 実験装置

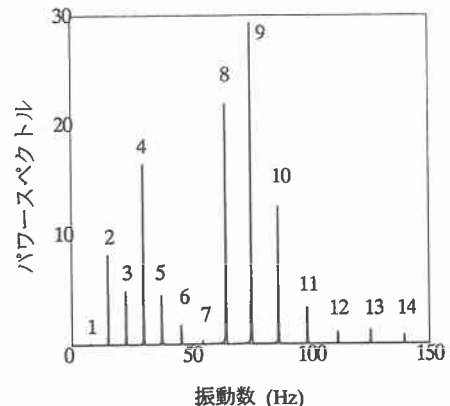


図-4 固有振動数のパワースペクトル (T=1000N)

と、1次から14次の固有振動数を読み取ることができる。同様にして求めた各張力のモード次数と固有振動数を表-2に示す。

#### 4. 同定結果

GAによる曲げ剛性と水平張力の同定結果を表-3に示す。どの設定張力における同定結果を見ても比較的良好な結果が得られている。実際の架設におけるケーブル張力の誤差は、一般的に、斜張橋の場合5～10%程度、ニールセン橋の場合10～15%程度考慮されていることから良好な精度で同定できたといえる。同定された張力はひずみゲージの値から算定した設定張力よりも多少大きめの値が得られているが、実験を行う際ひずみゲージのゼロ点をとった時点で多少の張力が入っていることを考慮すると妥当な結果と考えられる。曲げ剛性に関しては多少の誤差が見られるものの、良好な精度で同定できたものと考えられる。

#### 5. あとがき

本研究では、ターンバックルなどの集中質量を有するケーブルの構造同定をするために、集中質量を有するケーブルの振動数

方程式を導き、GAによる最適化を用いて張力と曲げ剛性を同時に同定する手法を示した。丸鋼を用いた振動実験から得られた複数の固有振動数を用いてGAによる構造同定を行い、その妥当性を検討した。3種類の張力で実験を行い同定した結果、曲げ剛性、張力共に良好な精度で同定することができた。今後、実橋のケーブルへの適用性、適用範囲などの検討が必要と考えられる。

#### 参考文献

- 1) 新家 徹・広中邦汎・頭井 洋・西村春久：振動法によるケーブル張力の实用算定式について、土木学会論文報告集、第294号、pp.25-32、1980.2.
- 2) 島田忠幸：ケーブルの高次振動モードの固有振動数測定値からの張力推定法について、土木学会論文集、第501号/I-29、pp.163-171、1994.10.
- 3) 山口宏樹・宮田利雄・伊藤 学：曲げ剛性を考慮したケーブルの面内線形自由振動、土木学会論文報告集、第319号、pp.13-19、1982.3.
- 4) 島田忠幸・西村 昭：振動法によるケーブル張力測定値への曲げ剛性の影響、土木学会論文集、第398号、pp.314-318、1988.10.
- 5) 山極伊知郎・宇津野秀夫・遠藤浩司・杉井謙一：振動伝達関数法によるケーブル張力と曲げ剛性の同時推定法、構造工学論文集、Vol.44A、pp.853-860、1998.3.
- 6) 濱崎義弘・頭井 洋・波田凱夫・新家 徹：拡張カルマンフィルターによるケーブル張力と曲げ剛性の同時同定、鋼構造年次論文報告集、第7巻、pp.587-594、1999.11.

表-2 固有振動数の実験結果 (単位：Hz)

| 水平張力 | 1000N  | 2450N  | 3930N  |
|------|--------|--------|--------|
| n=1  | 7.69   | 11.41  | 14.22  |
| 2    | 15.20  | 22.71  | 28.26  |
| 3    | 22.58  | 33.45  | 41.56  |
| 4    | 29.91  | 43.82  | 54.08  |
| 5    | 37.41  | 54.38  | 67.02  |
| 6    | 45.53  | 65.92  | 81.18  |
| 7    | 54.62  | 78.37  | 96.31  |
| 8    | 64.39  | 91.43  | 112.06 |
| 9    | 75.01  | 105.22 | 128.48 |
| 10   | 86.24  | 119.57 | 145.26 |
| 11   | 98.45  | 134.52 | 162.66 |
| 12   | 111.21 | 149.90 | 180.36 |
| 13   | 124.94 | 166.08 | 198.79 |
| 14   | 139.16 | 182.68 | 217.47 |

表-3 GAによる曲げ剛性と水平張力の同定結果

| 実験値                     |          | GAによる同定値                             |                       |        |
|-------------------------|----------|--------------------------------------|-----------------------|--------|
| 曲げ剛性 (Nm <sup>2</sup> ) | 水平張力 (N) | 曲げ剛性 (Nm <sup>2</sup> )<br>(同定値/実験値) | 水平張力 (N)<br>(同定値/実験値) | 評価関数の値 |
| 10.6                    | 1000     | 10.8<br>(1.02)                       | 1094<br>(1.09)        | 1.04   |
|                         | 2452     | 10.2<br>(0.96)                       | 2565<br>(1.05)        | 0.43   |
|                         | 3927     | 10.1<br>(0.95)                       | 3996<br>(1.02)        | 0.44   |