

II-65

山地河川の砂礫堆の発生条件と形状特性

北海道大学大学院 ○学生会員 藤田 豊彦
 正会員 長谷川和義
 水資源開発公団 正会員 竜澤 宏昌
 正会員 林 日出喜

1. 本研究の背景

山奥での河川の増水や氾濫は直接問題にされるものが少なく、もっぱらその下流への影響原因として関心の向けられることが多い。そのため、水に対しても土砂に対しても、流出過程でどのような形態を取るかは重要視されず、研究の中心は沖積地やダムへの流出量を推定することにおかれてきた。しかし近年、流域開発が上流域に広がってきたことや環境問題がクローズアップされ自然環境を考慮した治水・治山が求められていることに対応し、また生態系の問題や景観の問題が重要視されるようになって、「山地河川」の研究が独立したテーマとして認知されるようになった。

これらの研究において現在までに、山地河川の河床形態が谷幅スケールの大規模波、流路幅スケールの中規模波、および水深スケールの小規模波の重なりによって構成されていること、そのうち小規模波には礫が直線的に横断して並ぶ礫列(リップ)と円弧状に連なる礫段(ステップ・プール)の2種類が存在し、また、中規模波にも沖積河川における交互砂州に類似した性質を示すものと長波長の反砂堆とみなされるものが存在することなどが明らかにされてきた。

しかし、これらの河床波のうちで実験により再現がなされ、かつ水理的解析によって成因や性質が確かめられたものは2種類の小規模波のみであり(長谷川⁽¹⁾、竜澤・林・長谷川⁽²⁾)、中規模波・大規模波に関しては不明なところが多い。

2. 本研究の目的

本研究は上に述べた流路幅スケールの中規模河床波のうち、交互砂州に類似した性質を示す河床波に焦点をあてたものである。この中規模河床波はその存在は明らかにされてはいるものの(長谷川⁽³⁾)、現在までに実験による再現や水理的解析

によるその成因や性質の確認は報じられていない。

そこで筆者らは平成10年夏に、この中規模河床波の実験による再現を行なった(長谷川・藤田・竜澤ら⁽⁴⁾)。この結果、山地河川のように急勾配で水深程度の大礫を含む広範囲粒度分布を持つ河床であっても、ある条件下では沖積河川で見られる交互砂州に類似した河床波の発生することが確認された。(なお、これを「砂州」と呼ぶのはふさわしくなく、以後、木下⁽⁵⁾の用語を踏襲して「砂礫堆」と呼称することにする。)またこの時、砂礫堆と砂礫堆の間に実際の山地河川にある中規模河床波と同様の段落ちが生じ、さらに小規模河床波が中規模河床波上に共存して発生するのが実験的に確認された。これにより中規模河床波の一つが砂礫堆によるものであることが実験的に明らかにされた。

本研究は、以上の実験結果をもとに、山地河川における砂礫堆と沖積河川に見られる交互砂州の形状を比較すると共に、山地河川における河床砂礫の粒度分布に多く見られるタルボット分布のタルボット指数(n)の微小擾乱量を従来の線形河床安定論に加えることで河床の粗粒化を考慮できる新たなモデルを作り、これを用いてこの実験結果の水理的解析を行なった。

3. 山地河川における砂礫堆と沖積河川に見られる交互砂州の形状比較

まず、上に述べた中規模河床波発生実験について簡単に述べる。この実験は長さ11m、幅30cm、深さ40cmの水路を勾配0.1に固定し、この水路に図1、表1に示すような実験砂礫(A, B, C砂礫)をそれぞれ敷き詰め、表2に示すような実験条件で30分間通水した。この結果、これら全ての実験において砂礫堆の発生が認められた。またその他に、A-5には礫段(ステップ・プール)、C-5には礫列(リップ)の共存も見られた。この実験結果の概要を表2に示す。ここで表2の砂礫堆の長さとは半波長の長さで

Study on Generation conditions and shape properties of alternating bars in mountain rivers.

by Toyohiko FUJITA, Kazuyoshi HASEGAWA, Hiromasa TATUZAWA and Hideki HAYASHI.

表1 実験砂礫の粒度特性

	d_m (cm)	d_{50} (cm)	d_{84} (cm)	d_{max} (cm)	n(タルボット指数)
A砂礫	1.667	1.250	3.528	5.000	1/2
B砂礫	1.000	0.313	2.489	5.000	1/4
C砂礫	0.736	0.302	1.380	5.000	-

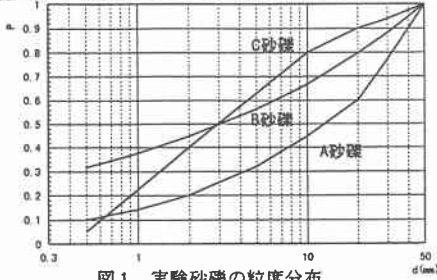


図1 実験砂礫の粒度分布

表2 実験の条件と結果

実験砂礫	実験条件			実験結果			
	l_f (m)	Q(流量)(l^3/s)	H0(m)	Fr	砂礫堆の長さ(m)	砂礫堆の高さ(m)	
A-5	A砂礫	0.1	8.0	0.041	1.03	3.2	0.077
B-3	B砂礫	0.1	4.0	0.027	0.97	3.3	-
C-3	C砂礫	0.1	3.0	0.019	1.18	4	-
C-4	C砂礫	0.1	0.5	0.010	0.52	1.3	-
C-5	C砂礫	0.1	2.0	0.016	1.10	1.26	0.072
C-6	C砂礫	0.1	3.5	0.020	1.26	2.7	0.058

ある。なおA-5, B-3, C-3の水深は礫の移動が激しく計測できなかったため、Hey式(式(12))を用いて計算した値である。

以下ではこれらの実験値をもとに、山地河川の砂礫堆と沖積河川の交互砂州における波長と波高に関してそれぞれ比較することにする。なお、実験値の比較の対象となる沖積河川の交互砂州の波長、波高として、それぞれ池田⁽⁶⁾によって確かめられた以下の式

$$2\lambda = 5 \sqrt{\frac{BH_0}{C_r}} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta}{H_0} = 0.0442 \left(\frac{B}{H_0} \right)^{1.45} \left(\frac{H_0}{d} \right)^{-0.45} \quad (2)$$

を用いることにする。なお、 H_0 :平均水深、 B :流路幅、 λ :交互砂州の半波長であり、式(1)、(2)の d にはそれぞれの砂礫の平均粒径を用いた。

まず波長に関して述べることにする。図2から分かるように、流量が比較的多いA-5, B-3, C-3, C-6の砂礫堆の長さが式(1)よりかなり長くなっている。これは、通水初期には沖積河川に見られる交互砂州と同等の長さの砂礫堆が発生するが、流水の勢いが大きいために流水が図3のように砂礫堆①の対岸から砂礫堆②の対岸に流路を変えた後、砂礫堆③を乗り越えて流れ、その結果、砂礫堆③が侵食されてこの部分の波高が小さくなったために生じたものである。すなわち、砂礫堆の統合が生じた結果である。図4はA-5の30分後の河床の水路の右

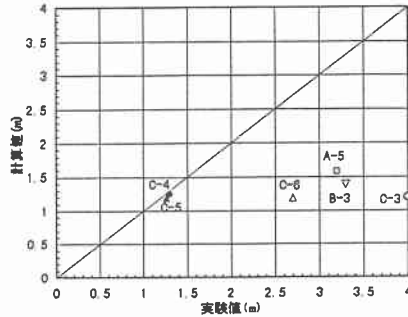


図2 砂礫堆と交互砂州の長さの比較

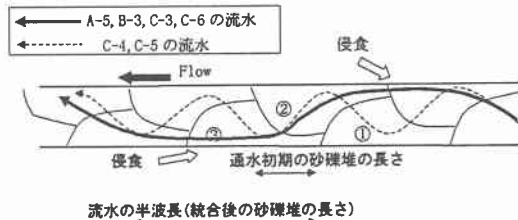


図3 砂礫堆が長くなる理由

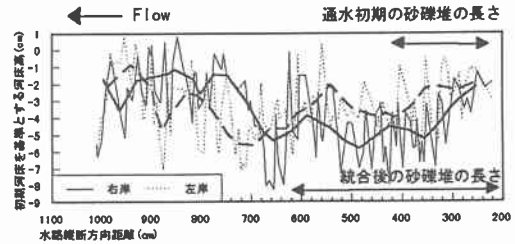


図4 A-5の30分後の水路両端の河床高(水路勾配差し引き)

岸と左岸の河床高を示している。この図において、通水初期には存在したが、その後、侵食されて波高が小さくなったと見られる砂礫堆の面影を見ることができる。この他の実験(B-3, C-3, C-6)の河床にも図4と同様の形を見ることができた。

以上のことを考えると、A-5, B-3, C-3, C-6の通水初期の砂礫堆の長さは図3から分かるように、表2のそれぞれの実験結果の1/3になり、この値と式(1)の計算値と比べるとほぼ一致する(図5)。つまり、流量が多い場合の山地河川の砂礫堆の長さは、同じ条件(水深、流路幅、粒径に関して)の沖積河川の交互砂州の長さ比べて3倍程度長くなることが分かる。

次に波高に関してであるが、最大粒径と波高が同程度であり、どの長さを持って波高とするのかの定義ができていない。今回は砂礫堆の一番高い部分とその対岸で一番低い部分の差という形で波高を定義した。これを式(2)と比べた結果を図6に示した。また、A-3については砂礫堆の一番高い部

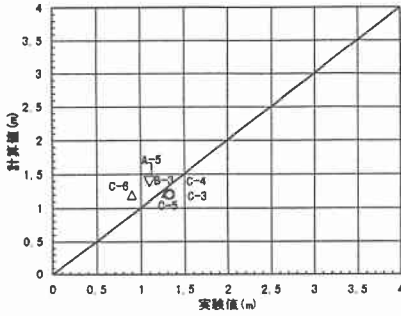


図5 通水直後の河床波と交互砂州の長さの比較

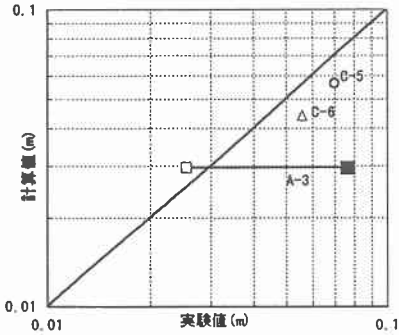


図6 砂礫堆と交互砂州の波高の比較

分とその対岸で一番低い部分の差 (■), そして高い部分の差 (□) の二つを示した。

4. 線形安定理論を用いた水理学的解析

本章では交互砂州発生に関する黒木⁽⁷⁾の研究, および混合砂礫の影響を含めて検討した小山・黒木・板倉⁽⁸⁾の研究に習って山地河川の砂礫堆の発生に関する考察を進める。

4.1. タルボット分布

タルボット分布とは, 元来コンクリートの分野において締め固めがよく利く粒度分布の理想型として提案されたものであり, 次のように表される。

$$P_i = \left(\frac{d_i}{d_{max}} \right)^n \quad (3)$$

ここに, d_{max} は最大粒径であり, P_i は d_i をある砂礫の粒径としたとき, その砂礫以下の砂礫が全体に占める重量割合である。 n はタルボット指数であり, これが $1/2 \sim 1/4$ の場合に最もよく締まると言われている。

ところで, 実際の山地河川(木曾川水系揖斐川支川白谷流域) で河床の粒度分布を調査した結果, その粒度分布が $n=1/2 \sim 1/3$ のタルボット分

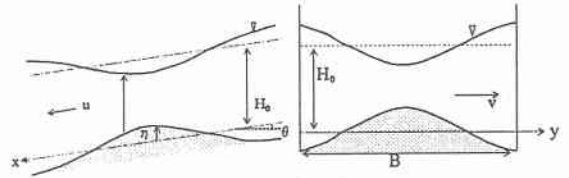


図7 座標系

布にはほぼ従がっていることが報告されている⁽²⁾。また, 混合砂礫で構成された河床の粒度分布が, 粗粒化されることにより $n=1/2$ のタルボット分布に近づくことが実験によって分かっている⁽²⁾。

従って以下の解析では, タルボット分布の粒度分布を持つ砂礫を敷き詰めた水路にある流量の水を流したとき, 通水直後にそのタルボット指数(n) が微小な擾乱を起こすと考え, これを従来の線形安定理論に加えることによって, 先の実験の水理学的解析を行なった。なお, 砂礫の密度が全て等しいと考えた場合, 重量割合は体積割合と等しく, 式(3)より以下の関係式が得られる。

$$(d_i \text{の体積占有確率密度}) \quad p_i = n \frac{d_i^{n-1}}{d_{max}^n} \quad (4)$$

$$(\text{平均粒径}) \quad d_m = \frac{n}{n+1} d_{max} \quad (5)$$

$$(84\% \text{フルイ粒径}) \quad d_{84} = 0.84 \frac{1}{n} d_{max} \quad (6)$$

4.2. 基礎方程式

流れを疑似等流, 二次元浅水流とし, 座標系と水理量を図7の様に定義することにより, 以下の方程式を得ることができる。

水の流れの x 方向, y 方向運動方程式および連続式はそれぞれ,

$$(x \text{ 方向}) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = gI_0 - \frac{\tau_x}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial x} (h + \eta) \quad (7)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\tau_y}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial y} (h + \eta) \quad (8)$$

$$(\text{連続式}) \quad \frac{\partial}{\partial x} (uh) + \frac{\partial}{\partial y} (vh) = 0 \quad (9)$$

で表される。

全流砂量の連続式は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) = 0 \quad (10)$$

で表され, ある代表粒径の流砂量の連続式は

$$\Delta \frac{\partial}{\partial t} (p_i \Delta d) + p_i \Delta d \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial q_{yi}}{\partial y} \right) = 0 \quad (11)$$

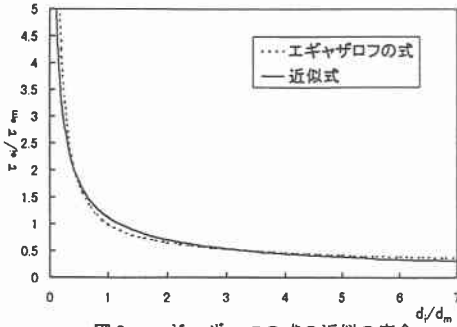


図8 エギヤザロフの式の近似の度合

で表される。ここに、 Δ は移動層厚であり本研究では $\Delta = d_{max}$ とした。また、 λ は空隙率であり、 Δd はある粒径幅を示す。

この他に、本研究では抵抗式に、Hey式

$$\frac{U_0}{U_0^*} = 5.75 \text{Log} \left(\frac{aH_0}{3.5d_{84}} \right) \quad (a = 11.16) \quad (12)$$

x 方向及び y 方向のせん断力にそれぞれ

$$\tau_x = \rho C_f (u^2 + v^2) \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (13)$$

$$\tau_y = \rho C_f (u^2 + v^2) \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (14)$$

x 方向の粒径ごとの流砂量式に、芦田・道上の式に斜面効果を加えた式

$$q_{xi} = \frac{17}{\cos \theta} \tau_{*i}^{2/3} \left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} \right) \times \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*ci} \cos \theta}{2\tau_{*i}}} + 2 \left(\tan \theta - \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right) \sqrt{sgd_i^3} \rho_i \Delta d \quad (15)$$

y 方向の粒径ごとの流砂量式には長谷川の式に斜面効果を加えた式

$$q_{yi} = \left(\frac{v}{u} - \sqrt{\frac{2\tau_{*ci} \cos \theta}{\tau_{*i}}} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) q_{xi} \quad (16)$$

を用いた。

また、粒径ごとの無次元限界掃流力はエギヤザロフの式

$$\tau_{*ci} = \left[\frac{\text{Log}(19)}{\text{Log}(19d_i/d_m)} \right]^2 \tau_{*cm} \quad (17)$$

を用いたが、計算の都合上から

$$\tau_{*ci} = 8 * \left(\frac{19d_i}{d_m} \right)^{-2/3} \tau_{*cm} \quad (18)$$

の様に近似した(近似の度合は図8の通りである)。

ここで、式(4)と式(18)を式(15)と式(16)に代入し、それぞれを $0 \sim d_{max}$ まで積分すると、 x 方向、 y 方向の全流砂量がそれぞれ次のように求まる。

$$q_x = \frac{17}{\cos \theta} n \tau_{*max}^{3/2} \sqrt{sgd_{max}^3} \times \left\{ \left[1 + 2 \left(\tan \theta - \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right] \left\{ \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1/3} \left(\frac{\tau_{*cmax}}{\tau_{*max}} \right) \right\} - \left(\frac{\cos \theta}{2} \right)^{1/2} \left(\frac{\tau_{*cmax}}{\tau_{*max}} \right)^{1/2} \left\{ \frac{1}{n+1/6} - \frac{1}{n+1/2} \left(\frac{\tau_{*cmax}}{\tau_{*max}} \right) \right\} \right\} \quad (19)$$

$$q_y = \frac{v}{u} q_x - \frac{17}{\cos \theta} n \tau_{*max}^{3/2} \sqrt{sgd_{max}^3} \sqrt{2 \cos \theta} \times \left\{ \left[1 + 2 \left(I_0 - \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right] \left\{ \frac{1}{n+1/6} - \frac{1}{n+1/2} \left(\frac{\tau_{*cmax}}{\tau_{*max}} \right) \right\} - \left(\frac{\cos \theta}{2} \right)^{1/2} \left(\frac{\tau_{*cmax}}{\tau_{*max}} \right)^{1/2} \left\{ \frac{1}{n+1/3} - \frac{1}{n+2/3} \left(\frac{\tau_{*cmax}}{\tau_{*max}} \right) \right\} \right\} \quad (20)$$

ここに、 c_f :抵抗係数、 $\tau_{*max} = u_*^2 / sgd_{max}$ 、 τ_{*cmax} :最大粒径礫の無次元掃流力、 s :礫の水中比重(以下では $s=1.65$ として計算した)。

4.3. 無次元線形化と不安定解析

本研究では式(4)~(20)を無次元線形化するに当たり、次の無次元量を定義する。(なお以下では添字0が付くものを通水直後の定常時の量とする。)

$$x_* = x/H_0, \quad y_* = y/H_0, \quad t_* = tU_0/H_0 \quad (21)$$

また、通水後に擾乱が生じると考えられる量を通水直後の定常時の量と微小擾乱量に分け、次のように表す。

$$\eta = H_0 \tilde{\eta}, \quad h = H_0 (1 + \tilde{h}), \quad n = N_0 (1 + \tilde{n}), \quad u = U_0 (1 + \tilde{u}), \quad v = U_0 \tilde{v}, \quad \tau_x = \tau_{x0} (1 + \tilde{\tau}_x), \quad \tau_y = \tau_{y0} \tilde{\tau}_y \quad (22)$$

ただし、記号の上方に \sim を付したものは無次元変動量を表す。

次に、それぞれの微小擾乱が

$$(\tilde{\eta}, \tilde{h}, \tilde{n}, \tilde{u}, \tilde{\tau}_x) = \left(\hat{\eta}, \hat{h}, \hat{n}, \hat{u}, \hat{\tau}_x \right) \cos(ty_*) \exp[ik(x_* - ct_*)] \quad (23)$$

$$(\tilde{v}, \tilde{\tau}_y) = \left(\hat{v}, \hat{\tau}_y \right) \sin(ty_*) \exp[ik(x_* - ct_*)] \quad (23)$$

の形を持つと仮定する。ここに、 $c = c + ic_c$ は無次元複素位相速度、記号の上に $\hat{\sim}$ を付したものは、それぞれの変動量の振幅を表す複素数である。 k, l は x, y 方向の波数であり、今回はモード1の河床波を

考えるので

$$l = \frac{\pi H_0}{B} \quad k = \frac{\pi H_0}{\lambda} \quad (24)$$

と定義される。λは砂礫堆の長さ(河床波の半波長)である。

式(21), (22)を式(4)~(20)に代入し, 高次微量を無視して整理した後, 式(23)を代入することにより次の行列式が得られる。

$$\begin{bmatrix} -(ikc+k^2C+l^2E) & 0 & ikB & 0 & ID & ikA & 0 \\ -(ikcM+k^2G+l^2K) & 0 & ik(H-cL) & 0 & IJ & ikF & 0 \\ ik & ik-I_0 & 0 & ikF_0^2 & 0 & I_0 & 0 \\ 0 & N & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -l & -l & 0 & 0 & ikF_0^2 & 0 & I_0 \\ 0 & ik & 0 & ik & l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{h} \\ \hat{n} \\ \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{\tau}_x \\ \hat{\tau}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここに, A, B, C, D, E, F, G, H, J, K, L, M, N, Oは実験条件によって決まる定数である。式(24)が有意な解を持つためには, 左辺の係数マトリックスの行列式が0でなければならない。よって次節では(行列式)=0を c_i と c_j について解くことで kc_i を求め, $kc_i > 0$ のときの波長が発達するとし, 先の実験の砂礫堆の長さに関する解析を行なうことにする。なお, 本研究では $\tau_{max} = 0.05$ とし, 式(11)における代表粒径を d_s に選んだ。また, $\Delta d = d_{max}/10$ とした。

4.4 実験の解析

(a) A-5

上に述べた方法によってA-5の kc_i を求めた。その結果 kc_i の解は4つ出てくるが実数解は2つであり, この2つの実数解を図9に示した。この図と式(24)から最大の増幅率を与える砂礫堆の長さが0.88[m]であることが分かる。実験結果からは大きく外れているが, 実験結果が通水初期の砂礫堆が統合された後の長さだと考えた場合, 実験結果とほぼ一致している。

図10はnが擾乱しないとした場合(式(25)の2行目と3列目を無視した場合)の結果を示したものである。これは図9の実線の曲線とほぼ一致していることから, 図9の実線の解は同一粒径の場合に生じ河床波と同様の河床の不安定によって生じる解だと解釈することができる。一方, 点線の解はnの擾乱を考慮することによって生じていることから, 分級にもとづく不安定から生じる解だと解釈することができる。実際, A砂礫の粒度分布は $n=1/2$ のタルボット分布であり, 初期河床がかなり安定な

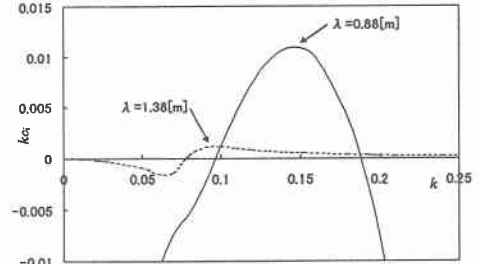


図9 A-5の増幅率の変化

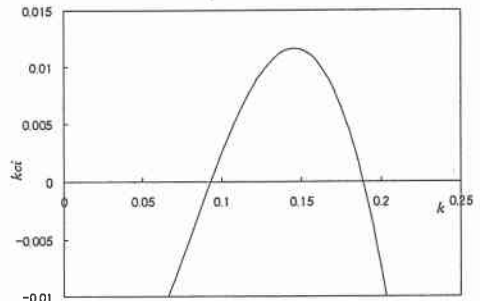


図10 nの擾乱を無視した場合のA-5の増幅率の変化

状態にあるので後者の増幅率が小さいと考えることができる。

(b) B-3

A-5と同様に, 先に述べた方法によってB-3の kc_i を求めた。その結果も実数解は2つであり, この実数解を図11に示した。この図と式(24)から増幅率が最大となる砂礫堆の長さが1.20[m]であることが分かる。これも実験結果からは大きく外れているが, 実験結果が通水初期の砂礫堆が統合された後の長さだと考えた場合, 実験結果と一致している。また, 図12にnの擾乱を無視した場合の結果を示した。これから図11の実線の解が河床の不安定によって生じる解であり, 点線の解が分級にもとづく不安定から生じる解であると考えられる。

図11から分かるように, この実験では河床の不安定より分級にもとづく不安定の方が大きいことから, 後者の増幅率が最大となる波長が卓越して全体の河床波を成していると考えられる。これはB砂礫の粒度分布が $n=1/4$ のタルボット分布であることから, 粗粒化が不十分であるために, 分級にもとづく不安定の程度が大きくなっていると解釈することができる。

(c) C-5

C砂礫はタルボット分布と異なるため, 式(3)を

$$P_i = \left(\frac{d_i - d_{min}}{d_{max} - d_{min}} \right)^n \quad (26)$$

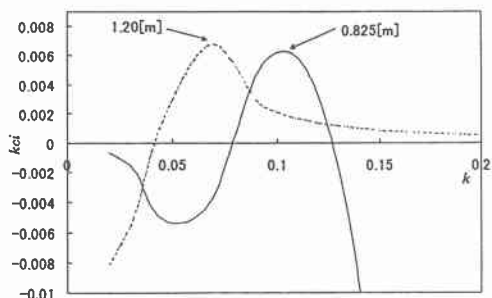


図 11 B-3 の増幅率の変化

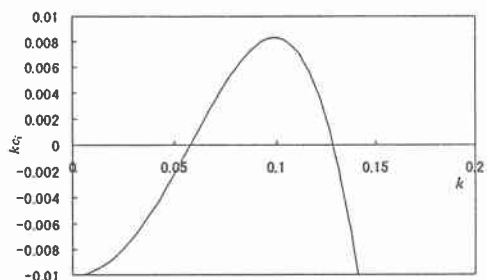


図 12 n の擾乱を無視した場合の B-3 の増幅率の変化

と変形し、 $d_{min}=0.001$ 、 $n=1/8$ とし、粒度分布を図 13 のように近似することで同様の解析を試みた。その結果を図 14 に示す。また、図 15 に n の擾乱を無視した場合の結果を示した。最も不安定な砂礫堆の長さは $0.98[m]$ であり、実験の結果とほぼ一致している。図 14 から分級にもとづく不安定が生じていないことが分かる。実際の実験でも砂礫堆ができた後、かなり経ってから水みち部のみが粗粒化された。よって通水直後には河床の分級は生じておらず、砂礫堆の長さには分級作用は関与していないと考えることができる。しかし、図 13 のような近似を行ったため実際のところはわからない。

5. まとめ

本論文では、初めに実験結果より山地河川では通水初期の河床波が統合され、その長さが3倍程度になることがあること述べた。これは不安定解析等からも間違いないものと考えますが、その原因や条件等を究明する必要がある。

また、今回用いた n の擾乱を考慮した不安定解析のモデルは、全輸送砂礫の連続性と代表粒径に選んだ砂礫の連続性しか考えていないため、他の粒径砂礫の連続性は満たされておらず、まだ不十分である。よって、分級にもとづく不安定先導型の砂礫堆が存在することが立証された訳ではない。また、本モデルでは C 砂礫のようなタルボット分布以

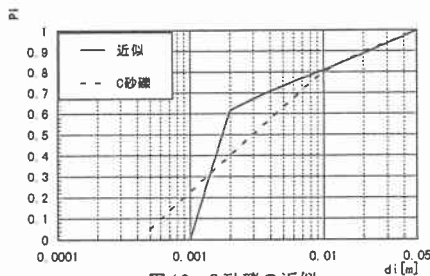


図 13 C 砂礫の近似

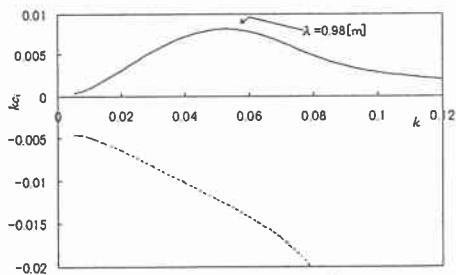


図 14 C-5 の増幅率の変化

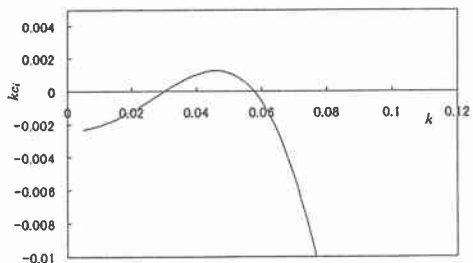


図 15 n の擾乱を無視した C-5 の増幅率の変化

外の河床の解析には不向きであり、さらに改良を加える必要があると考える。

参考文献

- (1) 長谷川和義: 溪流の淵・瀬の水理とその応用, 1997年度(第33回)水工学に関する夏季研修会テキスト, pp. A-9-1~A-9-20, 1997.
- (2) 竜澤宏昌・林日出喜・長谷川和義: 溪流河川における河床砂礫の混合特性と階段状河床形の形状特性, 水工学論文集, 第42巻, pp. 1075-1080, 1998.
- (3) 長谷川和義: 山地河川の形態と流れ, 水工学シリーズ, 88-A-8, pp. 1-22, 1988.
- (4) 長谷川和義・藤田彦彦・竜澤宏昌他: 山地河川に見られる中規模・小規模共存河床形態の実験的検証, 水工学論文集, 第43巻, 1999. (印刷中)
- (5) 木下良作: 石狩川河道変遷調査, 科学技術省資源局資料第36号, 1961.
- (6) Ikeda, S: PREDICTION OF ALTERNATE BAR WAVE LENGTH AND HEIGHT, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.110, No.4, April, 1984
- (7) 黒木幹男: 沖積河川における流れと河床形態に関する研究, 北海道大学提出学位論文, 1988
- (8) 小山慎一郎, 黒木幹男, 板倉忠興: 粒度組成を考慮した中規模河床形態の傾城区分に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 第54号(B), pp. 144-149, 1998.