

II - 35

浮体運動に対する非線形性の効果について

北見工業大学 大学院○学生員 大橋 正臣
 北海道東海大学 工学部 正 員 濱中 建一郎
 北見工業大学 工学部 正 員 佐藤 幸雄

1. まえがき

著者らはこれまで、波動場内、特に港湾のような有限海域内における浮体運動を Green 関数を用いた境界要素法による解析方法を提案した。この方法は、浮体の回りの波動場と浮体運動による相互干渉を解析出来る点、つまり、係船岸壁などが船舶の近くに存在する港内でも、岸壁からの反射波によって生ずる重複波動場と浮体運動との相互干渉が解析できる点、任意形状の浮体にも容易に応用できる点、また、Green 関数を用いた事により、未知数の大幅な低減化が計ることが出来る点に最大の特長がある。

これまでの線形近似による解析結果、実験結果から、浮体運動の各振幅について比較すると若干の差異が生じている。この原因の一つに、実際に生じている波と浮体との間の非線形性の効果が挙げられる。一方、浮体運動は浮体周辺の波動場と浮体の重量、形状などに決定されるが、浮体形状によって剥離渦が発生する場合がある。剥離渦による影響も原因の一つであると思われる。

このことから本研究では、入射波高を変化させて非線形性の効果を考察すると同時に、剥離渦の効果を考察するために、矩形浮体と角の丸い浮体を用いて実験と解析を行い比較検討する。

2. 基礎方程式

ポテンシャル流れと周期解を仮定する。全ての変量を角周波数 $\hat{\omega}$ 、と重力加速度 \hat{g} とで無次元化すると ($\hat{\cdot}$ は有次元量を表す)、速度ポテンシャルは、 $\Phi = \text{Re}\{\phi e^{-it}\}$ 。

これに対する基礎方程式と境界条件は、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \phi \quad \text{on} \quad z = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on} \quad z = -h \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = A(x, z) \quad \text{on} \quad S_B \quad (4)$$

ここで $A(x, z)$ は物体表面 S_B 上での表面の法線方向 n の移動速度の振幅を表す。

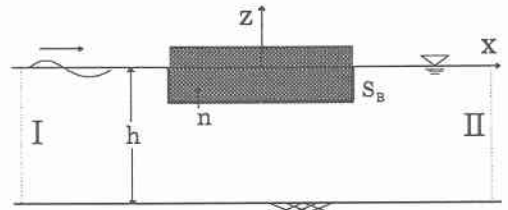


図1 座標系

3. Green 関数と積分方程式

水面と底面の境界条件を満たしている John の Green 関数を用いる。John の Green 関数は、 $G = C_0 e^{ik|x-x_p|} \cosh k(z_p + h) \cosh k(z + h)$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} C_m e^{-k_m|x-x_p|} \cos k_m(z_p + h) \cos k_m(z + h)$$

$$C_0 = i/k(h + \sinh^2 kh)$$

$$C_m = 1/k_m(h - \sin^2 k_m h)$$

John の Green 関数と放射条件を考慮すると、グリーンの公式から導かれる積分方程式は、以下のようなになる。

$$C\phi_{(P)} = \int_{S_B} \left(\phi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS + C_0 \phi_0 \quad (5)$$

The effects of the non-linearity on the motions of a floating body
 by Masami OHASHI, Ken-ichiro HAMANAKA and Yukio SATO

ここで G は特異関数、 S_B は浮体没水境界、 $\partial/\partial n$ は境界上の外向き法線方向微分、 ϕ_0 は入射波ポテンシャルを表す。ここで、全領域の積分が浮体の没水境界の積分となり、未知数が低減化される。

4. 運動学的境界条件

断面2次元問題を考えているから、浮体の運動は鉛直・水平方向の並進運動と、浮体の中心点(例えば重心)の回りの回転運動とで表される。水平・鉛直方向の並進運動と回転運動による変位は各々以下のように仮定する。

$$\alpha_x e^{-it}, \quad \alpha_z e^{-it}, \quad \alpha_\theta e^{-it}$$

α_x : 水平運動振幅、 α_z : 鉛直運動振幅、

α_θ : 回転運動振幅

最初に回転運動を考える。静水時の重心の位置を (x_0, z_0) とし、それを原点とする局所座標を (x', z') とする。静水時の表面の座標を (x'_0, z'_0) と極座標で表し (R, θ) とする (図2参照)。

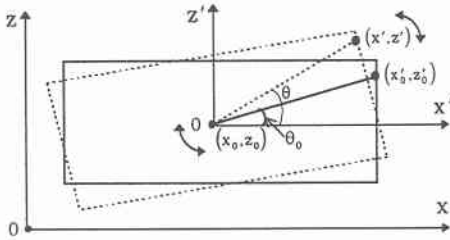


図2 局所座標

回転運動中の回転角 θ は、

$$\theta = \theta_0 + \alpha_\theta e^{-it}$$

よって、時刻 t の時の x' は、

$$x' = R \cos \theta = R \cos(\theta_0 + \alpha_\theta e^{-it})$$

ここで、微小振幅とすると $(|\alpha_\theta| \ll 1)$

$$x' = x'_0 - \alpha_\theta z'_0 e^{-it} \quad (6)$$

同様に z' は、

$$z' = z'_0 + \alpha_\theta x'_0 e^{-it} \quad (7)$$

(6)、(7)より、3つの運動による位置は

$$\begin{cases} x = x_0 + x'_0 + \alpha_x e^{-it} - \alpha_\theta z'_0 e^{-it} \\ z = z_0 + z'_0 + \alpha_z e^{-it} + \alpha_\theta x'_0 e^{-it} \end{cases} \quad (8)$$

従って、 x 方向、 z 方向の速度は

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = (-i\alpha_x + i\alpha_\theta z'_0) e^{-it} = B_x e^{-it} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = (-i\alpha_z - i\alpha_\theta x'_0) e^{-it} = B_z e^{-it} \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 (x'_0, z'_0) の位置の物体表面の法線単位ベクトルを (n_x, n_z) とすると、(9)から(4)の A は

$$A = (n_x, n_z) \cdot (B_x, B_z) = n_x B_x + n_z B_z \quad (10)$$

として与えられる。

5. 力学的境界条件

5-1. 浮体の運動方程式

浮体の運動方程式は

$$m \left(\frac{d^2 X}{dt^2} \right) = F_x \quad (11)$$

$$m \left(\frac{d^2 Z}{dt^2} \right) = F_z \quad (12)$$

$$I \left(\frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) = M \quad (13)$$

ここで m は浮体の無次元質量、 F_x 、 F_z は浮体に働く x 方向、 z 方向の力、 I は慣性モーメント、 θ は回転角、 M は浮体に働く力のモーメントである。同様に、 $\hat{\omega}$ 、 \hat{g} 、 $\hat{\rho}$ で無次元化している。

5-2. 浮体に働く力とモーメント

浮体に働く力は、鉛直方向の重力と流体から受ける力である。非粘性流体を仮定しているので、流体から受ける力は圧力だけである。

ポテンシャル流れに対する圧力方程式を線形化し、周期解の仮定を考慮すると圧力は、

$$P = i\phi e^{-it} - z$$

よって、浮体の水平方向に働く全圧力は、

$$F_x = i e^{-it} \int_{S_B} n_x \phi dS \quad (14)$$

浮体の鉛直方向に働く力は、鉛直方向の全圧力と重力とを合わせて、

$$F_z = i e^{-it} \int_{S_B} n_z \phi dS - e^{-it} \int_{S_B} n_z (\alpha_z + \alpha_\theta x'_0) dS \quad (15)$$

浮体の重心回りのモーメントは、各方向の圧力より、

$$\begin{aligned}
 M = & i e^{-it} \int_{S_B} (\mathbf{n}_z x'_0 - \mathbf{n}_x z'_0) \phi dS \\
 & - e^{-it} \alpha_x \int_{S_B} \mathbf{n}_z (z'_0 + z_0) dS \\
 & - e^{-it} \alpha_z \int_{S_B} (\mathbf{n}_z x'_0 - 2\mathbf{n}_x z'_0 - \mathbf{n}_x z_0) dS \\
 & - e^{-it} \alpha_\theta \int_{S_B} \left\{ \mathbf{n}_z (x'_0)^2 - 2\mathbf{n}_x x'_0 z'_0 \right. \\
 & \quad \left. - \mathbf{n}_z z'_0 (z_0 + z'_0) - \mathbf{n}_x x'_0 z_0 \right\} dS \quad (16)
 \end{aligned}$$

ここで法線ベクトル \mathbf{n} は、浮体の運動に伴って向きを変えるが、微小運動を仮定しているから、静止時の法線ベクトル \mathbf{n} とする。

5-3. 全運動の力学的境界条件

x 方向・ z 方向の重心の移動、重心回りの回転から、それぞれの加速度は、

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 X}{dt^2} &= -\alpha_x e^{-it}, \quad \frac{d^2 Z}{dt^2} = -\alpha_z e^{-it} \\
 \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= -\alpha_\theta e^{-it} \quad ,
 \end{aligned}$$

よって、運動方程式(11)、(12)、(13)は、

運動方程式(11)は、(14)より

$$-m \alpha_x = i \int_{S_B} \mathbf{n}_x \phi dS \quad (17)$$

運動方程式(12)は、(15)より

$$\begin{aligned}
 -m \alpha_z &= i \int_{S_B} \mathbf{n}_z \phi dS \\
 &- \int_{S_B} \mathbf{n}_z (\alpha_z + \alpha_\theta x'_0) dS \quad (18)
 \end{aligned}$$

運動方程式(13)は、(16)より

$$\begin{aligned}
 -I \alpha_\theta &= i \int_{S_B} (\mathbf{n}_z x'_0 - \mathbf{n}_x z'_0) \phi dS \\
 &- \alpha_x \int_{S_B} \mathbf{n}_z (z'_0 + z_0) dS \\
 &- \alpha_z \int_{S_B} (\mathbf{n}_z x'_0 - 2\mathbf{n}_x z'_0 - \mathbf{n}_x z_0) dS \\
 &- \alpha_\theta \int_{S_B} \left\{ \mathbf{n}_z (x'_0)^2 - 2\mathbf{n}_x x'_0 z'_0 \right. \\
 & \quad \left. - \mathbf{n}_z z'_0 (z_0 + z'_0) - \mathbf{n}_x x'_0 z_0 \right\} dS \quad (19)
 \end{aligned}$$

6. 境界要素法による解析

境界要素法では、積分方程式を離散化して連立一次方程式を解くが、未知数として没水壁上のポテンシャルだけでなく、各運動の振幅

($\alpha_x, \alpha_z, \alpha_\theta$) も未知数として残る。そこで、力学的境界条件(17)、(18)、(19)を連立させることにより、境界上のポテンシャルと共に各振幅も求められる。得られた境界上のポテンシャル・各振幅を離散化した積分方程式に代入すると、任意の位置でのポテンシャルが分かる。

7. 実験方法

実験水槽は、幅 25cm、深さ 50cm、長さ 22m の断面 2 次元水槽、吸収式造波装置を使用した。浮体は木材を用い、矩形浮体 type1 と角の丸い浮体 type2 の 2 種類で、R1 を 50cm、70cm として合計 4 種類の浮体を用いた。尚、R2 は全浮体で 10cm である。実験波は水深 30cm、周期 0.6~1.3 秒の内 11 通り、波高 2cm のものと、波高を 0.2~6.0cm の内 12 通り、周期 1.2 秒のものとした。測定方法は、浮体運動をビデオで撮影して、ディスプレイから重心の移動、最大傾斜角を 10 波程度計測し、その平均により各振幅とした。

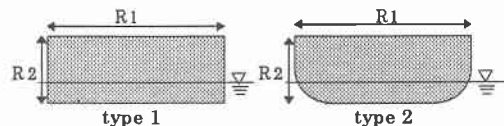


図3 実験浮体

8. 解析及び実験結果

図4から図7は、浮体の代表的な長さ R1 を入射波長 L で割って無次元化した R1/L の変化に伴う各振幅の図である。図4、図5は矩形浮体 type1、図6、図7は角の丸い浮体 type2 である。ここで、横軸は R1/L、縦軸は、浮体の回転振幅と、鉛直振幅を入射波高で割って無次元化したものである。図8、図9は、type1、type2 の解析結果と実験結果の差異を示した図である。

図10から図13は、波高 (m) の変化に伴う浮体の鉛直振幅、回転振幅の変化を示した図である。図10、図11は矩形浮体 type1、図12、図13は角の丸い浮体 type2 である。図14、図15は、type1、type2 の解析結果と実験結果の差異を示した図である。

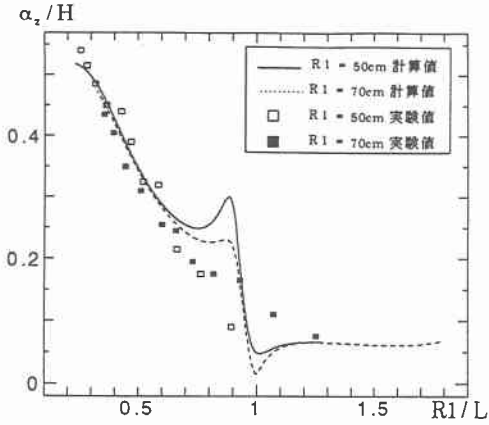


図4 R1/L の変化に伴う α_z/H (type1)

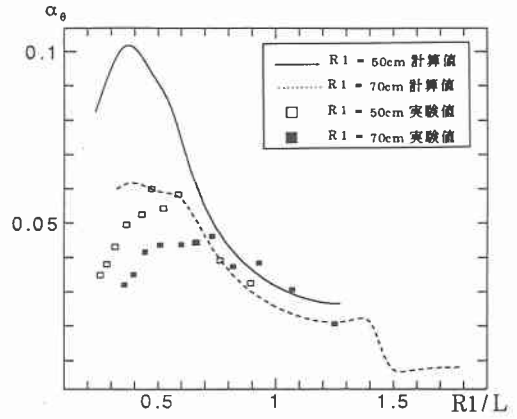


図5 R1/L の変化に伴う α_θ (type1)

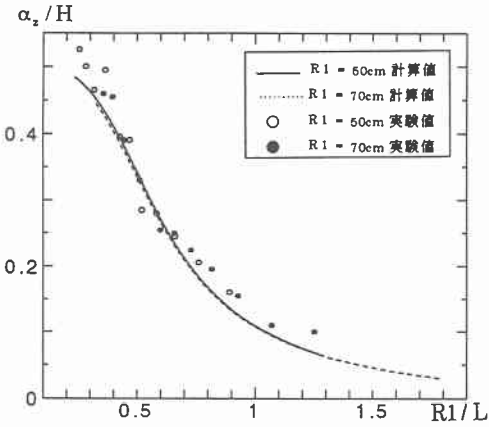


図6 R1/L の変化に伴う α_z/H (type2)

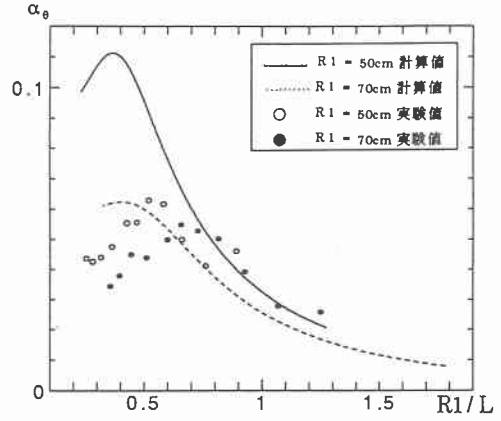


図7 R1/L の変化に伴う α_θ (type2)

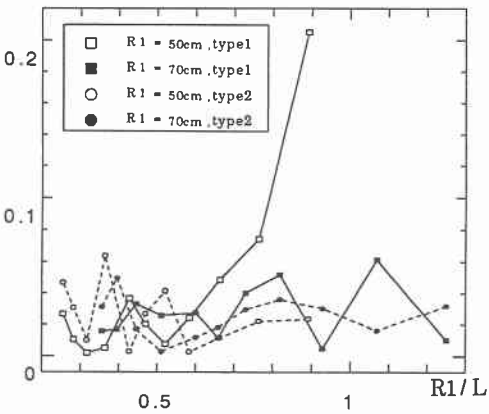


図8 解析、実験値の差異 (α_z/H)

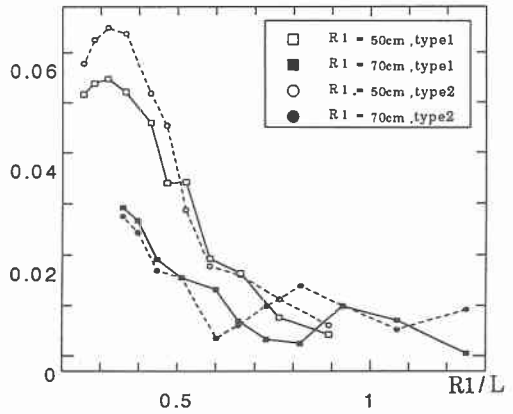


図9 解析、実験値の差異 (α_θ)

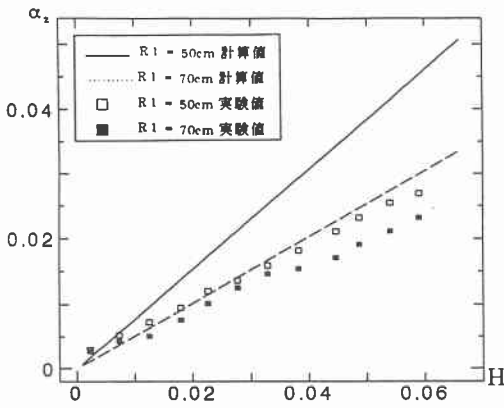


図 10 波高の変化に伴う α_z (type1)

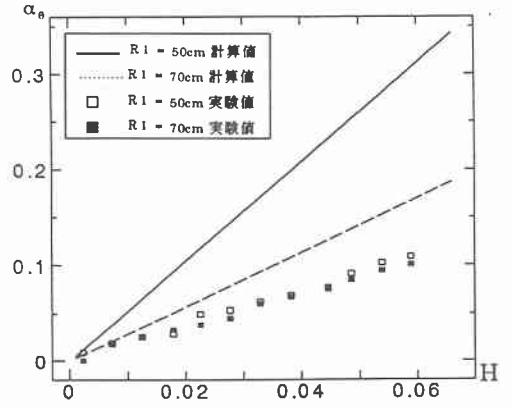


図 11 波高の変化に伴う α_θ (type1)

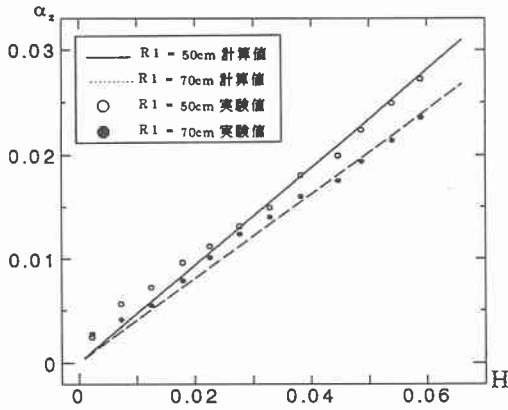


図 12 波高の変化に伴う α_z (type2)

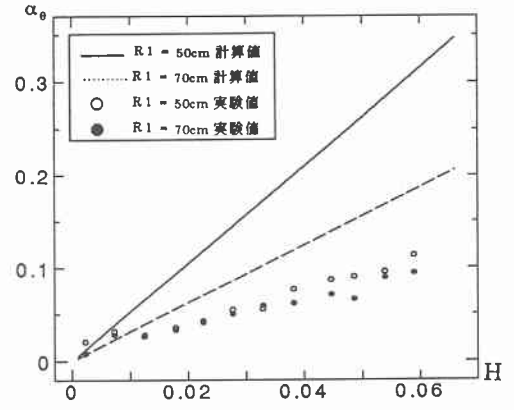


図 13 波高の変化に伴う α_θ (type2)

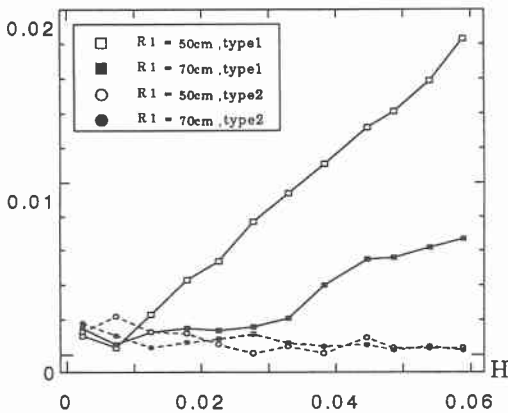


図 14 解析、実験値の差異 (α_z)

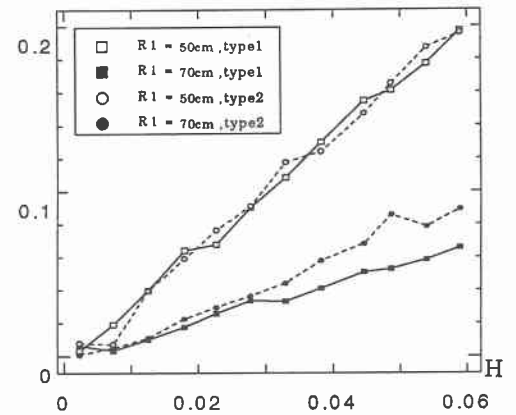


図 15 解析、実験値の差異 (α_θ)

9. 考察

図4では、矩形浮体は $R1/L$ の値が0.9付近で解析値に共鳴点があり、図6では共鳴点は存在しない。これは始めに述べた浮体形状の違いによって起こったものと考えられる。図8では、 $R1/L$ が0.9で矩形浮体の差異が大きくなっている。角の丸い浮体、矩形浮体の共鳴点以外の差異が小さいことから、矩形浮体の共鳴点では剥離渦の効果が現れていると考えられる。

図5,図7で、矩形浮体、角の丸い浮体共に解析値が0.4から0.6にかけて共鳴点が見れている。実験値も同様に0.4から0.6にかけてピークを持つが、共鳴点の辺りで差異が大きくなっているのは、図9からも明らかである。回転運動振幅も共鳴点付近で以外で差異が小さいことから、剥離渦の効果が現れていると考えられる。

これらのことから浮体運動の各振幅で共鳴点以外では、解析値と実験値に大きな差異はない。解析中の共鳴点では浮体は大きな動揺をしようとするので、周辺の波動場で流速が増加し、流速の増加によって渦が発生する。その渦が浮体の大きな動揺を抑える働きをしていると考えられ、これが浮体運動に対する剥離渦の効果であると考えられる。

図10、図12、図14では、波高を増加させると、解析値、実験値共に増加している。角の丸い浮体では、解析値と実験値に差異が見られないが、矩形浮体では差異が見られる。非線形の効果は一般的に波高が増加すると非線形性が強くなると考えられ、非線形性の効果が実験値に現れると思われる。矩形浮体の差異は波高と共に増加しているため、非線形性の効果が現れたとも考えられるが、角の丸い浮体では、このようなことが見られないので、波高の増加に対する鉛直運動は、非線形性の効果が現れているかは分からない。

図11、図13、図15では、矩形浮体でも角の丸い浮体でも、解析値と実験値の差異が波高の増加に伴って増加している。これは明らかに非線形性の効果と考えられ、波高の増加につれて非線形性の効果によって浮体の運動を抑える働きが

あると思われる。

非線形性の効果については、鉛直運動については、はっきりしない点があるが、浮体の回転運動について確認できたことから、波高の増加に伴って浮体運動を抑えるような影響を及ぼしていると考えられる。

10. まとめ

浮体運動に対する剥離渦の効果は、解析中の共鳴点で浮体の大きな動揺を抑える働きをしていること、非線形性の効果は、波高の増加に伴って運動を抑えるような働きをしていることが明らかとなった。しかし、非線形性の効果について、鉛直運動に対して疑問の余地があるため、今後、非線形性の考慮した解析を行い、比較、再検討する必要があると思われる。

11. 参考文献

井島武志、田淵幹修、湯村やす(1972)：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変化、土木学会論文集、第202号、pp33-48

井島武志、吉田明德、山本督夫(1978)：任意断面浮体の2次元係留運動と波の変形、土木学会論文集、第272号、pp53-63

大橋正臣、浜中建一郎、佐藤幸雄(1998)：波と浮体運動の相互干渉について、土木学会北海道支部論文集、第54号、pp364-369

大橋正臣、浜中建一郎、佐藤幸雄(1998)：境界要素法による波と浮体運動の相互干渉解析、海洋開発論文集、Vol.14、pp131-136