

II - 29

射流場における物体周りの数値計算

北海道大学院助手 正会員 中山恵介  
 Oパシフィックコンサルタンツ(株) 正会員 堀川康志

1. はじめに

近年、河川環境の整備と保全を目的とした河川改修が行われており、現況河川の形状を活かした川づくりや河畔林を保全した川づくりが行われている。このため、実際の河川では、勾配や河川断面の急激な変化、蛇行と言った形状と樹木等の障害物が存在するものとなる。このような河川形状や樹木等の障害物は、平常時の流れでは治水上の問題は無いが、洪水時には流れが複雑なものとなり、常流と射流が混在し、堰上げや局所的な河床洗掘を発生する。

例えば、勾配や河川断面の急激な変化は、狭窄部では射流を発生し、その上流で跳水を発生して水位を堰上げるものとなる。また、射流が発生するような狭窄部や急勾配流路において、樹木等の障害物がある場合は、樹木後方において運動エネルギーの集中により発生する衝撃波により樹木前方よりも大きな流速が発生することが予想される。このように、実際の河川の流れは、複雑であり、治水の観点から洪水時の流れの予測が必要となっている。

そこで、本論文は、射流が発生する複雑な流れを対象に浅水流方程式を用いて数値計算を行い再現する。また、数値計算において、常流、射流が混在することが考えられるため、著者により開発されたCIP(cubic-polynomial interpolation)法を用いたアルゴリズム<sup>1)</sup>を用いることとし、さらに、差分化したために生じる空間平均レイノルズ応力を考慮した方程式を構築するものとした。

一方、数値計算の検討は、河川形状が著しく変化し常流と射流が混在する河川として天塩川の音威子府狭窄部を取り上げ、既往洪水の痕跡水位と比較検討し再現性を検証する。さらに、射流場に円柱がおかれた場合の円柱周辺における流れ場の実験と浅水流近似を用いた数値計算による再現を行い、比較検討を行う。

2. SGS効果を考慮した浅水流方程式

数値計算には、上述の通り浅水流方程式を用いる。その際、射流であり速度が大きいいため、非線形項である対流項の差分化による空間レイノルズ応力が、常流の場合より大きく影響を及ぼすことが考えられる。そこで、本章ではフィルタリングによる効果を考慮した浅水流方程式の導出を行う。尚、簡便さから0方程式モデルによる浅水流方程式を用いることとする。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} + \nu h \nabla^2 u - fu\sqrt{u^2 + v^2} - gh \frac{\partial Z}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial y} + \nu h \nabla^2 v - fv\sqrt{u^2 + v^2} - gh \frac{\partial Z}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここで、 $M=uh$ ,  $N=vh$ ,  $u, v$ :  $x$  方向,  $y$  方向の流速成分,  $h$ : 水深,  $Z$ : 基準面からの河床高さ,  $f$ : 抵抗係数,  $t$ : 時間,  $g$ : 重力加速度,  $\nu$ : 動粘性係数である。

式(1)、式(2)は  $x$  方向、 $y$  方向運動方程式、式(3)は連続の式をそれぞれ示す。式(1)~式(3)に、差分化によるフィルタリングを操作することにより、式(4)~式(6)を得ることができる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial M'}{\partial t} + \frac{\partial u'M'}{\partial x} + \frac{\partial v'M'}{\partial y} &= -\frac{g}{2} \frac{\partial h'^2}{\partial x} + \nu h' \nabla^2 u' - fu' \sqrt{u'^2 + v'^2} - gh' \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{uu}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{uv}}{\partial y} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} + \frac{\partial u'N'}{\partial x} + \frac{\partial v'N'}{\partial y} &= -\frac{g}{2} \frac{\partial h'^2}{\partial y} + \nu h' \nabla^2 v' - fv' \sqrt{u'^2 + v'^2} - gh' \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{uv}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{vv}}{\partial y} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{\partial M'}{\partial x} + \frac{\partial N'}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$f^r = G^*\{f\} \quad (7)$$

ここで、 $\tau_{uu}, \tau_{uv}, \tau_{vu}, \tau_{vv}$  : 空間平均レイノルズ応力、上添字  $r$  の付いた値は式(7)のフィルタリングにより得られた値を示す。SGS 効果は、式(4)、式(5)の右辺の第5項、第6項である。

空間偏差はダッシュを付けて示し、水深積分乱流エネルギーを式(9),(10)のように定義すると、式(8)が乱流エネルギー方程式として得られる。

$$\begin{aligned} h^r \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{K'}{h^r} \right) + M^r \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{K'}{h^r} \right) + N^r \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{K'}{h^r} \right) = & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} G^*\{h^r(u'^3 + u'v'^2)\} \\ & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} G^*\{h^r(u'^2v' + v'^3)\} - \tau_{uu} \frac{\partial u^r}{\partial x} - \tau_{uv} \frac{\partial u^r}{\partial y} - \tau_{vu} \frac{\partial v^r}{\partial x} - \tau_{vv} \frac{\partial v^r}{\partial y} + \varepsilon_v h^r \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_v h^r = & v \frac{\partial}{\partial x} G^*\left\{u'h^r \frac{\partial u'}{\partial x} + v'h^r \frac{\partial v'}{\partial x}\right\} + v \frac{\partial}{\partial y} G^*\left\{u'h^r \frac{\partial u'}{\partial y} + v'h^r \frac{\partial v'}{\partial y}\right\} \\ & - v G^*\left\{\frac{\partial u'h^r}{\partial x} \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'h^r}{\partial x} \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\partial u'h^r}{\partial y} \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'h^r}{\partial y} \frac{\partial v'}{\partial y}\right\} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} K' = & G^*\left\{\frac{1}{2} h^r (u'^2 + v'^2)\right\} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

空間平均レイノルズ応力を *Smagorinsky* と同様に式(11)～式(13)のように定義し、水深平均された乱流エネルギーにテイラーの評価を用いることで、式(14)～式(15)を導くことが出来る。

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{uu} = & -2\nu_{sc} h^r \frac{\partial u^r}{\partial x} + K' \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{uv} = \tau_{vu} = & -\nu_{sc} h^r \left( \frac{\partial u^r}{\partial y} + \frac{\partial v^r}{\partial x} \right) \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{vv} = & -2\nu_{sc} h^r \frac{\partial v^r}{\partial y} + K' \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$K' = h^r \frac{\nu_{sc}^2}{(C_K \Delta)^2} \quad (14)$$

$$\nu_{sc} = (C_s \Delta)^2 \left\{ 2 \left( \frac{\partial u^r}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u^r}{\partial y} + \frac{\partial v^r}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v^r}{\partial y} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (15)$$

ここで、 $C_s$  : スマゴリンスキー定数、 $\Delta$  : メッシュの代表スケールである。

### 3. 実河川における再現計算

天塩川中流部は、渓谷を貫入する穿入蛇行河川である。狭窄部がいくつも連なるが、それらの内代表的な狭窄部として、宗谷丘陵地を貫入する音威子府町から中川町の間に音威子府狭窄部がある。上下流の河幅が 350～400m 程度であるのに対し、この狭窄部では 85m 程度まで急縮しており、狭窄部の上下流では蛇行が著しい形状となっている。このような狭窄部や蛇行部では、洪水時に上流への水位上昇や河岸の決壊を招き、治水面での大きな問題となっている。

このように対象区間では、狭窄と蛇行が入り交じっており、狭窄部では急縮により射流に近い流れとなり、上流に水位上昇が発生し、また蛇行部においては遠心力の作用から水位上昇も発生する。

河床底面における抵抗は、式(16)の関係を具体化した山本の方法から設定し、本手法の実河川の適用性について検討する。

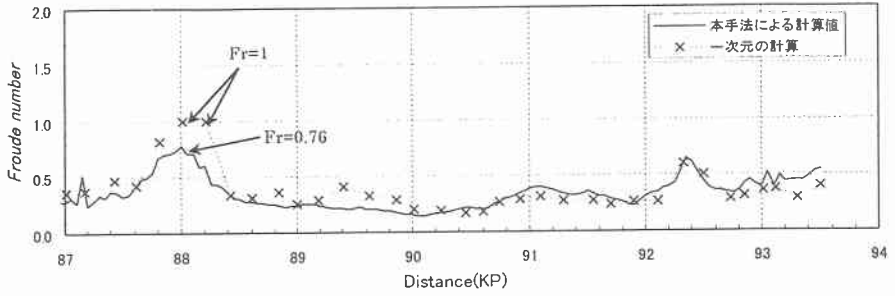


図-1 S56.8洪水時のフルード数の比較

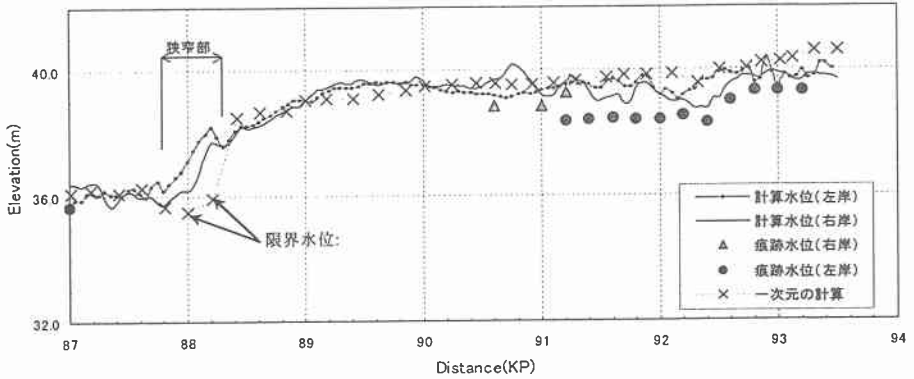


図-2 S56.8洪水における痕跡水位と計算水位の比較

$$f = F(R_{e*}, \tau_*, h/d) \quad (16)$$

ここで、 $R_{e*}$ :粒子レイノルズ数、 $\tau_*$ :無次元掃流力、 $h/d$ :水深粒径比である。

検討に用いた河川は、延長約 7.0km の狭窄部と蛇行部が混在する区間である。メッシュは、図-2のように河川の縦断方向の平均長を 50m、横断方向は実河川幅を 31 分割した長さを持たせた 161×31 とした。数値計算のケースは、昭和 56 年の既往洪水流量と痕跡水位を用い再現性を検討するものと、計画高水流量を流下させた場合の 2 ケースとした。これらの 2 ケースの計算条件を表-1 に示す。また、昭和 56 年の既往洪水流量の再現に対しては、平均流速公式を用いた一次元の計算を行い比較を行う。この計算は、縦断方向に 0.2km ほどの横断図を用い、表-1 に示す条件で行った。尚、射流が発生した場合は、擬似的に限界水深、限界流速により表すものとした。

(1)Case1 (S56.8 洪水による痕跡水位の検証)

Case 1 の条件で SGS 効果を考慮した浅水流モデルの計算より得られたフルード数と平均流速公式を用いた一次元の計算より得られたフルード数を図-1 に示す。一次元の計算では狭窄部で射流が発生したためフルード数  $Fr=1$  を示したのに対し、浅水流モデルではフルード数  $Fr=0.76$  を示し、射流が発生しなかった。これは、浅水流モデルでは蛇行により横方向の速度を考慮したのに対し、一次元の計算では考慮していないためであると考えられる。両者共に狭窄部で最大フルード数となりその上流ではフルード数が  $Fr<0.3$  と小さくなり水位上昇を起こしている。

表-1 計算条件

	Case 1		Case 2
	浅水流モデル	一次元計算	
流量	S.56.8 茨内観測流量 2,781 m <sup>3</sup> /S		計画高水流量 5,500m <sup>3</sup> /S
代表粒径	13.3~17.4mm		13.3~17.4mm
合成粗度係数	-	0.031~0.033	-
河床勾配	1/1381~1/1032		1/1381~1/1032

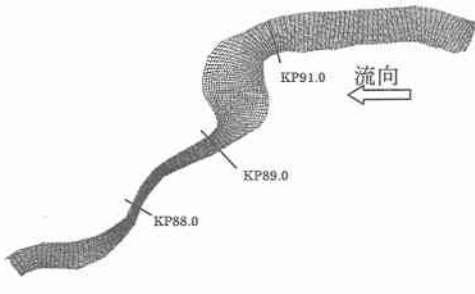


図-3 メッシュ図

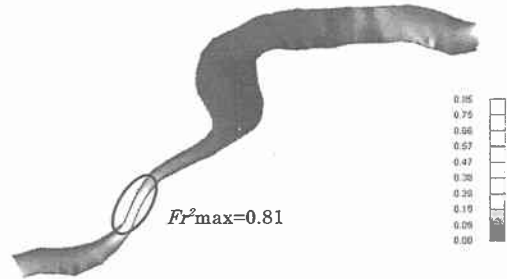


図-4 フルード数コンター図

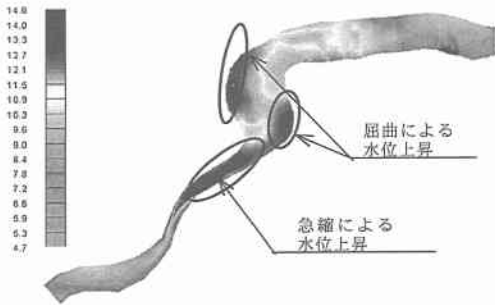


図-6 水深コンター図

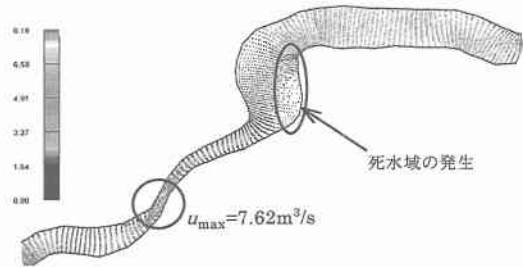


図-5 流速ベクトル図

図-2に浅水流モデルにおける左右岸の計算水位、一次元の計算における平均水位及び観測された痕跡水位を示す。浅水流モデルでは、狭窄部の KP87.8~88.2 の区間では、急縮による水位低下、その上流では堰上げによる水位上昇、下流では低下背水による水位低下等が再現されている。また、急縮による堰上げの影響は、KP88.2~KP88.8 であり堰上げ量は約 2m 程度である。一方、狭窄部の水位は、一次元の計算結果に比べると水位上昇地点が異なっているが、これは、一次元の計算結果では KP88.0 で射流に達し水面形の連続性が失われたのに対し浅水流モデルでは常流であり、水面形の連続性が保たれたためである。

痕跡水位と比較すると浅水流モデルによる計算値の方が痕跡水位に追従していることがわかる。

湾曲部において、KP89.2~KP90.0 間では堰上げの影響から左右岸の水位差が小さく、KP90.0~KP90.8 間では蛇行による影響から左右岸の水位差は大きいものとなった。

以上のようなことから本論文の数値計算手法は常流と射流が混在する実河川において再現性が高い結果となった。

## (2)Case 2 大流量時の流況

計画流量  $5,500\text{m}^3/\text{S}$  を流した場合の、流況を図-4~6に示す。設定した大きな流量時では、Case 1 に比べ狭窄部の急縮の影響、蛇行による影響が顕著に現れる。特に、Case 1 では KP89.2~KP90.0 間の湾曲部で狭窄部の堰上げの影響から左右岸の水位差を小さく示したのに対し、Case 2 では左右岸の水位差を約 2~3m と大きくなっている。また、急縮による堰上げの影響は、KP88.2~KP89.0 であり、堰上げ量が約 3m を示している。

フルード数は  $F_r=0.8$  程度の常流となり、KP90.0~KP90.8 間の湾曲部で  $F_r=0.3$  程度の最小を示している。流速は、狭窄部で  $7.6\text{m}^3/\text{s}$  と大きく、KP89.0~KP90.8 の S 字の屈曲部内側で上流側に向かう流れ（死水域）が発生している。

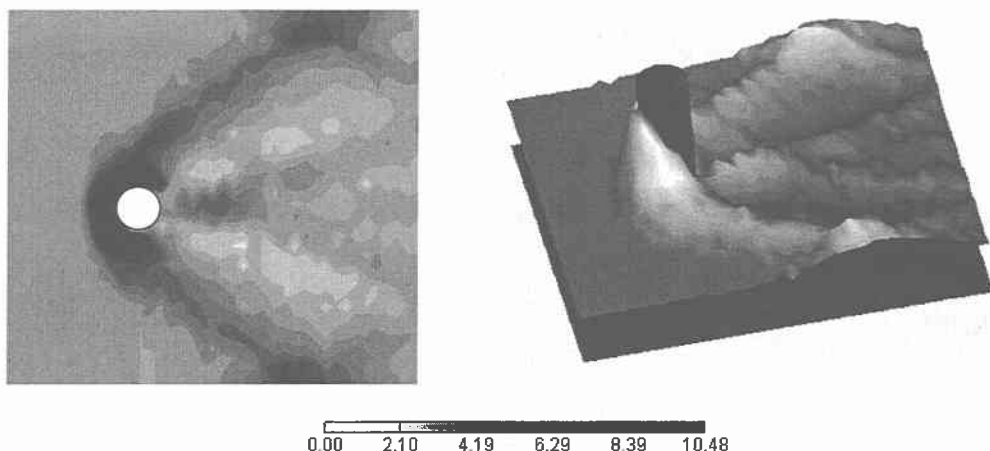


図-7 実験結果の水深平面図及び鳥瞰図

#### 4. 円柱周りの流れの実験と計算

##### 1) 実験結果

幅 0.8m、全長 15.0m の開水路を用いて実験を行った。円柱は直径 0.10m のものを用い、上流端から 10.0m、水路幅中央に設置した。表-2 に実験条件を示す。測定は、水深が非常に小さいため、水深のみを行い、流速測定は行わなかった。水深の測定は、円柱の上流側の端から 0.20m の地点から流下方向に 0.80m の全幅とし、0.02m の間隔で計測を行った。

図-7 に水深の測定結果の平面図および鳥瞰図にて示す。円柱の前面で跳水が発生し、円柱横から下流側へと続く衝撃波がみられる。

その衝撃波の角度であるマッハ角は、 $0.624\pi$ であった。鳥瞰図では、円柱後方での回り込みによる水深の増大がみられた。さらに、円柱による衝撃波が側壁への衝突し、側壁からの衝撃波発生しており、これらが重なり合った領域で共鳴し減衰を起し、水深を大きくさせていた。

図-7 から分かるように、柱後方および周辺における流れは、水深方向の流速が変化する 3次元性の強い流れである。しかし、射流以外における物体周りの流れ場の場合には浅水流近似がある程度流れ場に適用できるという研究成果<sup>2)</sup>があることから、衝撃波周辺の流れは浅水流近似できるものと考えられる。

##### 2) 数値計算と実験結果との比較

実験における結果に対し数値計算による再現を行う。SGS 効果を考慮した浅水流方程式を用いて計算を行い、その結果を図-8 の水深分布の平面図と鳥瞰図で示す。円柱前方から跳水発生に伴う水深の増大が現れており、円柱横から衝撃波が発生している。衝撃波のマッハ角は、 $0.610\pi$ であり、実験結果  $0.624\pi$  とほぼ同じ値を示した。また、円柱の衝撃波と側壁からの衝撃波の共鳴に対しても実験結果と同様に再現できている。

図-8 の鳥瞰図は、図-7 の鳥瞰図と同じ角度から見たものであるが、図-8 において円柱後方の水深の変化は小さく、実験結果とは大きく異なっている。これは、前述の通り、3次元性の高い円柱後方の回り込みによる水深増大の影響である。

表-2 実験条件

水路幅	0.8m
水路長	15.0m
円柱直径	0.10m
流量	$0.0342\text{m}^3/\text{s}$
平均水深	0.0353m
平均流速	1.21m/s
フルード数	2.06
河床勾配	1/82.0

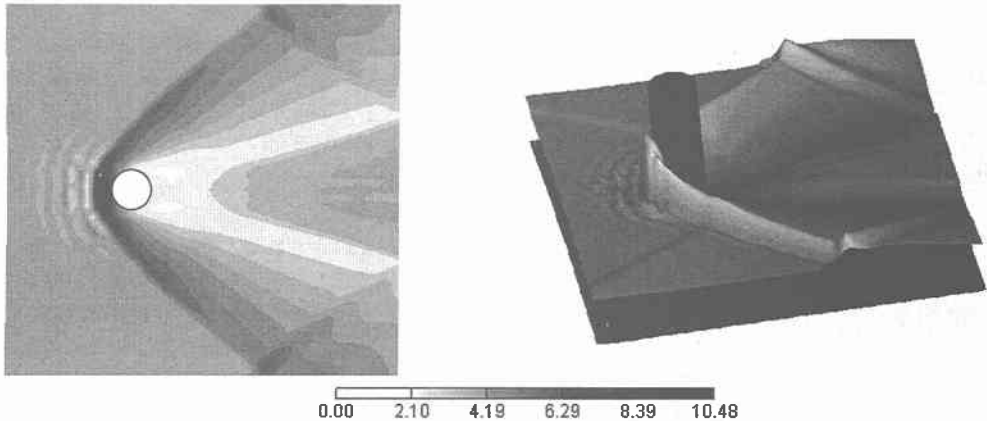


図-8 数値計算結果の水深平面図と鳥瞰図

## 5. まとめ

河川断面が急変する実河川の洪水流や射流場に円柱が存在する場合の水路に対し SGS 効果を考慮した浅水流方程式を提案し、数値計算と実験を行うことで次の結果を得た。

- 1) 実際の河川に存在する河川断面の急縮、勾配の変化、蛇行等の流水に影響を与える要因に対し安定した数値計算が可能であり、再現性も高い。
- 2) 急縮による堰上げの影響を精度良く再現できる。
- 3) フルード数 2.0 以上の射流水路の中央に円柱を配置し、衝撃波を伴う流れ場の再現実験を行った。円柱による衝撃波と壁からの衝撃波による共鳴現象を表す水深の増大が壁面付近でみられた。
- 4) 計算結果においては、実験結果で得られた衝撃波の共振現象等を再現できる。
- 5) 計算結果において、円柱後方の回り込みによる水深の上昇等、3次元性の強い流れに対する現象の再現は、難しいものであった。

## 参考文献：

- (1) 中山恵介、佐藤圭洋、堀川康志：CIP 法を用いた浅水流方程式の数値計算手法の開発、水工学論文集第 42 巻，pp.1159～1164，1998.
- (2) 山田正、内島邦秀、日比野忠史、寺本康宏、田辺光一：山地部の急流河川における河床縦断形状、抵抗則及び水面形に関する基礎研究、都市域急流河川の流れと河床変動の数値解析に関するシンポジウム，pp159～169，1993.
- (3) 中山恵介：冷気密度流の形成流下とその前縁における雪雲発生、北海道大学博士論文，1998.
- (4) 中山恵介、佐藤圭洋：LES モデルによる水平面上張り出しプルームの解析，投稿中，1998.
- (5) 中山恵介、堀川康志、三上拓哉：射流場におかれた円柱周辺の流れの解析、水理学論文集，第 43 巻，投稿中，1998.