

II-17

LES モデルを用いた温度成層場の数値計算

北海道大学 正員 中山恵介
 北海道大学 ○学生員 佐藤圭洋

1. はじめに

冬の北西季節風と夜間形成される冷気流との間に局地不連続線が形成されることにより、不連続線に沿って雪雲が発生し、北海道の石狩湾沿岸に降雪をもたらすことがある。そのため、冷気密度流によって生じる二層流の組織構造を明らかにすることは重要である。これまで冷気流模擬実験⁹⁾や数値計算¹⁰⁾を行い、冷気密度流によって生じる流れを再現し、実験から提案された乱流熱フラックスの式、界面抵抗係数算定式の妥当性を確かめてきた。しかし、それらはレイノルズ数の大きな実現象の再現に関するものではない。そこで本研究では、境界層付近での乱れの長さスケールを考慮に入れた1方程式の3次元LESモデルを用いて、冷気密度流によって生じる温度成層場の数値計算を行った。LES(large eddy simulation)は、3次元乱流の局所等方性理論に基づいており、計算にかかる格子以下のスケールはモデル化し、それ以上のスケールは直接取り扱う方法である。本論文では、張り出し冷気流の本モデルによる数値計算結果を示し、冷気フロント及び後続部における組織構造について検討する。

2. 基礎方程式

LESでは、格子スケール以上の直接計算可能なGS成分とそれ以下のSGS成分に分離する、空間平均の考え方に従って基礎方程式を導く。

Navier-Stokes方程式は、冷気流と主流との温度差によりz方向に浮力が生じていることを考慮すれば、式(1), (2), (3)のように表される。ここで、 $i=1,2,3$ はx, y, z方向に対応し、 u, v, w は流速成分、 ρ は密度、 p は圧力、 g は重力加速度、 θ は温度である。

式(1), (2), (3)と連続の方程式より、圧力のポアソン方程式は式(4)のように表される。ここで、 D_i は空間平均操作により生じた項で、サブグリッドスケールでの運動の効果を表し、 R_y は格子空間内で非圧縮性として得られるSGSレイノルズ応力である。

運動量拡散係数 K_m とSGS乱流エネルギー E との間に式(8)の関係を仮定する。ここで、 C_m はLES定数、 l は代表長さ、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ はx, y, z方向の格子間隔である。

乱流エネルギーの収支式はDeardorf¹¹⁾やKlemp and Wilhelmson¹²⁾と同様にして、モデル化された式(11)を用いる。右辺第1項は浮力項、第2項はシアによるSGSエネルギー生成項、第3項は拡散項、第4項は粘性散逸項を表す。ここで、 K_h は熱拡散係数、 P_r はPrandtl数、 C_e はLES定数である。 K_h はPrandtl数を用いて式(10)のような関係を仮定する。

温度の収支式は、混合距離理論により勾配拡散型モデルを用いて式(12)で表される。

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + D_u \quad (1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + D_v \quad (2)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \frac{\theta'}{\theta} + D_w \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \frac{\partial(\rho Q_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} \right\} \quad (4)$$

$$Q_i = -u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + D_i + \delta_{i3} g \frac{\theta'}{\theta} \quad (5)$$

$$D_i = \frac{\partial R_y}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$R_y = K_m \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} E \quad (7)$$

$$K_m = C_m l E^{1/2} \quad (8)$$

$$l = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (9)$$

$$K_h = \frac{K_m}{P_r} \quad (10)$$

$$\frac{DE}{Dt} = -K_h \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + R_y \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K_m \frac{\partial E}{\partial x_j} \right) - \frac{C_e}{l} E^{3/2} \quad (11)$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_h \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_h \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (12)$$

3. 座標変換

流体を支配する偏微分方程式を正方格子である写像空間上で解くため、数値計算する領域を座標変換により実空間から写像空間に変換する。写像空間の格子と実空間の格子は Poisson 方程式によって 1 対 1 に対応づけられる。本論文では張り出し冷気流を忠実に再現するため、底面近くにおいて z 方向の格子間隔を小さくする必要があり、また、冷却斜面上の空間領域においても正方格子である写像空間上で計算する必要がある。そのため、実空間の格子点を $x(\xi)$ 、 $y(\eta)$ 、 $z(\xi, \eta, \zeta)$ とし、写像空間の正方格子点を $\xi(x)$ 、 $\eta(y)$ 、 $\zeta(x, y, z)$ とし、地形の影響を考慮し座標変換を行う。 x, y, z の偏微分演算子から得られる行列式を解くと式(13)となる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} & 0 \\ -\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} & -\frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (13) \quad J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \quad (14)$$

J はヤコビアンで式(14)で表される。 x, y, z による偏微分演算子は ξ, η, ζ による偏微分演算子で置き換え、実空間領域から正方格子領域に変換して数値計算を行うことができる。

4. 計算概要

乱流境界層において SGS 乱流エネルギーを正確に計算するためには、境界層厚に対して格子間隔を十分小さくしなければならない。しかし、計算領域内の格子点数は数値計算上制約があるため、主流と冷気流の境界層付近では乱れの長さスケールがグリッドスケールとは一致しない領域が存在してしまう。したがって、垂直格子間隔よりも十分に混合されない場合には代表長さを十分小さくする必要ある。そこで本論文では、遷移層での乱れの混合距離を乱流熱フラックスの式から導き、 z 方向の運動量拡散係数を考慮して数値計算を行った。

乱流熱流束は温度勾配と熱拡散係数の積として式(15)のように表される。式(15)と筆者らの提案した乱流熱フラックスの式(16)より、遷移層における代表長さが求められる。 a は 0.01、 b は 0.0 ~ 0.5、 R_i はリチャードソン数である。式(17)のように、格子間隔から求められる代表長さとは比べて小さい値を z 方向の代表長さ l_z とする。ただし、 z 方向の格子の温度勾配が正、 x 方向流速が負から正に変化する場合に用いることにした。 z 方向の運動量拡散係数は SGS 乱流エネルギー $E^{1/2}$ に比例すると仮定し、 l を l_z として式(18)のように表す。

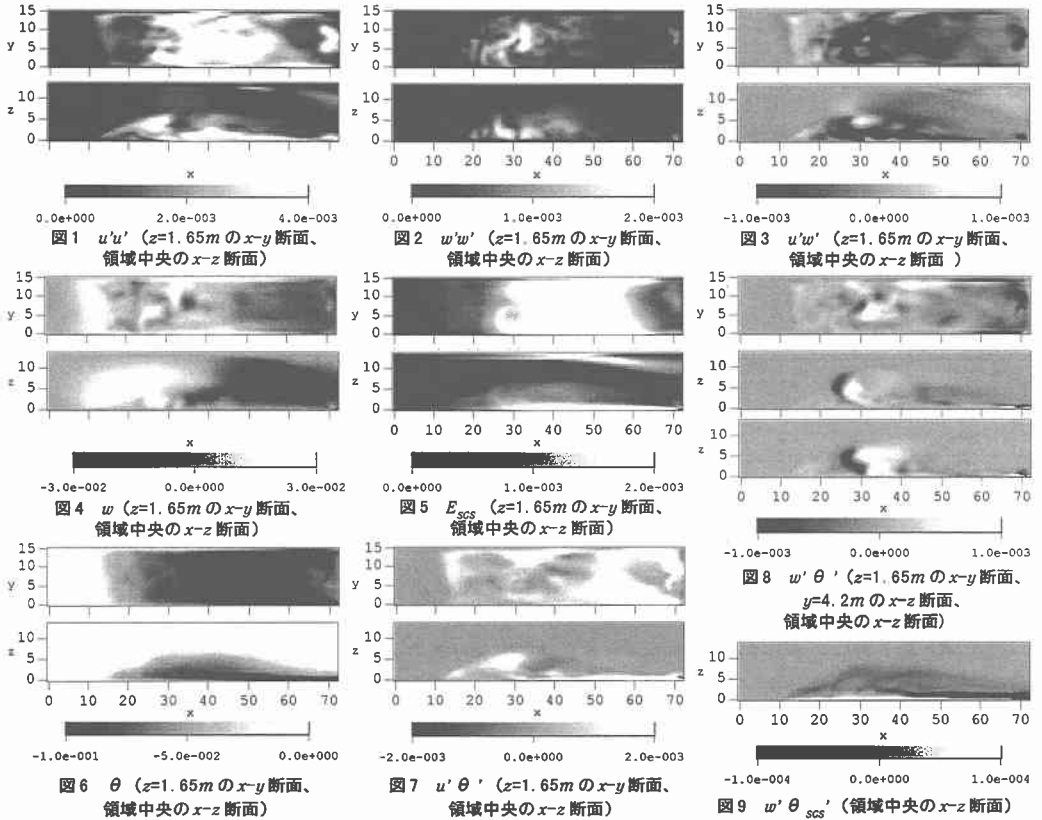
$$\overline{\theta'w'} = -K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (15) \quad \overline{\theta'w'} = -a \Delta \theta \Delta u R_i^{-b} \quad (16)$$

$$l_z = \text{Min} \left[(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, \frac{2a P_r \Delta u}{C_m E^{1/2}} l \right] \quad (17) \quad K_{mz} = C_m l_z E^{1/2} \quad (18)$$

数値計算上においては、staggered 格子を用いて、流速 u, v, w 、圧力 p 、温位 θ 、エネルギー E 、運動量拡散係数 K_m 、熱拡散係数 K_h を求める。 u, v, w については 3 段階、 p, θ, E については 2 段階に分解して計算した。移流方程式は CIP 法を用いて計算し、また、圧力に関する Poisson 方程式は分離解法を用いた流速計算の間に入れることにより、連続式を満足させ安定度を向上させて計算を行った。

計算領域は、 x 方向 96 (m)、 y 方向 15 (m)、 z 方向 13.5 (m)、 $160 \times 25 \times 30$ のメッシュで表現する。流入面から x 方向 72 ~ 78 (m) を勾配が 3:1 の斜面とし、斜面温度を主流温度より 30 (°C) 下げることによって、冷却斜面上において冷気流を発生させ、密度差により主流と反対方向に冷気流が張り出すようにする。主流の流入速度は常に 0.1 (m/s) の一定値とする。計算時間刻みは $\Delta t = 0.3$ (s) とし、1800 (s) まで計算を行う。

初期条件としては、主流速である x 方向初期流速に 0.1 (m/s) を与えておく。また、流入面から x 方向 48 ~ 78 (m) の位置において、底面上 1 メッシュ分の温度を主流温度より下げることによって、あらかじめ冷気流が水平面に張り出した状態にしておき、張り出し冷気流が平衡状態になるまでの計算時間を少なくする。



境界条件は、壁面においては固定壁、流入面においては一定値、流出面においては開放条件とする。壁面境界条件においては壁面での摩擦速度を推定して計算する。LES定数は、Deardorff¹⁾に従って $C_m=0.12$ 、 $C_\nu=0.31$ とする。また、熱拡散係数と運動量拡散係数との関係を Prandtl 数 $=0.7$ と仮定することにする。

5. 計算結果

冷却斜面上で発生した冷氣塊が密度差により斜面を下り、冷気が主流と反対方向に進行する。今回の数値計算においては、15分後以降は初期状態の影響が見られず、安定期では張り出し冷気流は一定の位置に留まった。そこで、平衡状態にある20～30分後の時間平均値を上図に示す。

図1～図3より、主流と冷気がぶつかるフロントにおいては、冷気が主流に引き上げられる低温上昇域が存在して不安定であり、正のせん断力が生じてレイノルズ応力が大きい。また、フロントから後方に回り込む下降流の影響により、その少し後方の底面近くにおいても流速の変動量は大きい。

図4にz方向流速を示す。上昇流はフロント前方において卓越し、下降流は後続部において分布している。フロント前縁の壁面近くでは上昇流の小さい領域が存在し、そこに淀み域が形成される。そのため冷気流先端では、温度の低い領域が前方に生じる先走り現象が現れやすい。

図5にSGS乱流エネルギーを示す。フロントに比べて後続部では安定しているが、張り出し底面付近においてSGS乱流エネルギーは大きい。そのため、運動量拡散係数や熱拡散係数は上部流よりも大きな値となる。

図6に温度分布を示す。冷却版近くの底面では温度が低下しており、冷気フロントによって温度低下範囲が上に広がっている。この低温領域は大きな乱流変動を生じる領域とおおよそ一致している。

図7は熱フラックスの水平成分を表したものである。フロント上部において水平方向の熱輸送が大きいのは、底面から上昇した冷気が主流によりx方向に流されることによるものである。後続部の底面付近においても水平熱輸送卓越領域が存在する。図8は熱フラックスの鉛直成分であり、フロント前部では低温上昇流による上向きの熱輸送が大きく、その後部では下降流による下向きの熱輸送が大きい。また

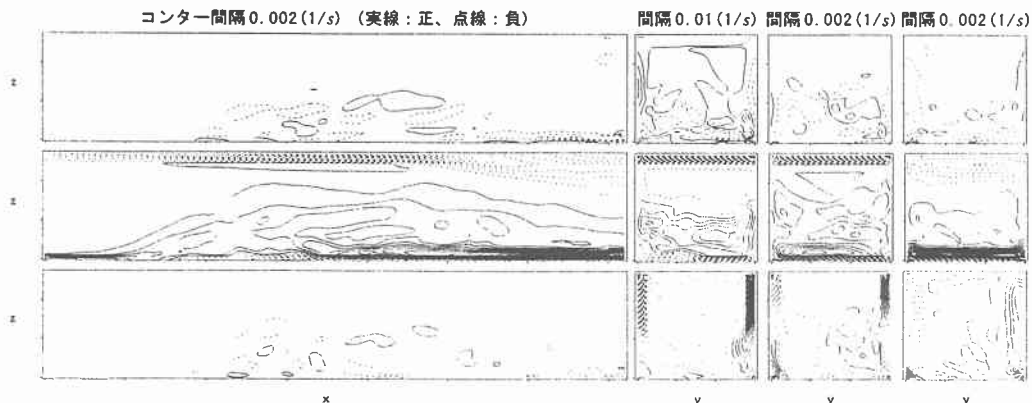


図10 領域中央 $x-z$ 断面における渦度
(上から w_y-v_z , u_z-w_x , v_x-u_y)

図11 $y-z$ 断面(左から $x=24(m)$, $x=42(m)$, $x=60(m)$)における渦度(上から w_y-v_z , u_z-w_x , v_x-u_y)

図9のように、後続部においてSGS乱流熱フラックスが卓越している。

図10、図11に渦度分布を示す。 u_z-w_x は w_y-v_z , v_x-u_y に比べて大きく、底面と上面では負、それ以外では正の領域である。後続部では底面付近で渦度が集中しているのに対して、フロントでは上方に拡散し渦度が大きい。 w_y-v_z は正と負の領域が交互に分布し、後続部においてその境界は密度界面と一致している。 v_x-u_y は壁面の影響がよく現れている。このような渦度分布から、3次元性の大きな渦が発生していると考えられる。

6. 結論

本研究では、3次元LESモデルを用いた温度成層場の数値計算により、張り出し冷気流の再現を行い、組織構造を明らかにすることができた。LESでは長さスケールが格子間隔により決まってしまうが、今回の数値計算においては、冷気流と上部流の境界層における垂直方向の乱れの長さスケールを考慮に入れているため、グリッドスケールが十分に小さくない領域においても、安定して数値計算を行うことができた。また、乱流熱フラックスの提案式から導いた混合距離を用いて、垂直方向の運動量・熱拡散係数を評価することにより、流速勾配が大きい遷移領域における再現性を高め、提案式の妥当性を確かめた。数値計算結果においては、冷気フロントにおいてレイノルズ応力及び乱流熱フラックスが卓越していることがわかった。また、フロント前面での低温上昇流に特徴づけられるように、冷気流フロントには3次元構造の大規模渦が生じていた。

参考文献

- 1) Deardorff, James W.: A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, Journal of Fluid Mech., vol.41, pp. 453-480, 1970
- 2) Deardorff, James W.: The Development of Boundary-Layer Turbulent Models for Use in Studying the Severe Storm Environment, Proc. SESAME Meeting, Boulder, NOAA-ERL, pp. 251-264, 1975
- 3) Klemp, Joseph B., Robert B. Wilhelmson: The Simulation of Three-Dimensional Convective Storm Dynamics, Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 35, pp1070-1096, 1977
- 4) 堀端康善: 積雲対流の一生のラージ・エディ・シミュレーション, ながれ8, pp253-273, 1989
- 5) 神田学, 日野幹雄: 大気-土壌系の相互作用に着目した対流性雲の発生・発達に関する3次元LESモデルによる検討, 水工学論文集第35巻, pp27-32, 1991
- 6) 神田学, 稲垣聡, 日野幹雄: 植生-大気境界面における大規模渦構造と運動量交換に関するLESモデルによる検討, 土木学会論文集第22巻, pp. 39-48, 1993
- 7) 中山恵介, 長谷川和義, 藤田睦博: 札幌周辺に豪雪をもたらす冷気流発生時における風の場に関する研究, 水工学論文集第40巻, pp. 267-272, 1996
- 8) Kosovic, Branko: Subgrid-scale modelling for the large-eddy simulation of high-Reynolds-number boundary layers, Journal of Fluid Mech., vol. 336, pp151-182, 1997
- 9) 中山恵介, 佐藤圭洋, 長谷川和義, 藤田睦博: 冷気流を模擬した冷水密度流実験, 土木学会北海道支部論文報告集, pp. 256-261, 1997
- 10) 佐藤圭洋, 中山恵介: 温度成層を考慮した風の場の数値計算, 土木学会北海道支部論文報告集, pp. 256-261, 1998